Sujet de mathématiques du brevet des collèges

POLYNÉSIE

Juin 2014

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 **4 points**

On place des boules toutes indiscernables au toucher dans un sac. Sur chaque boule colorée est inscrite une lettre. Le tableau suivant présente la répartition des boules :

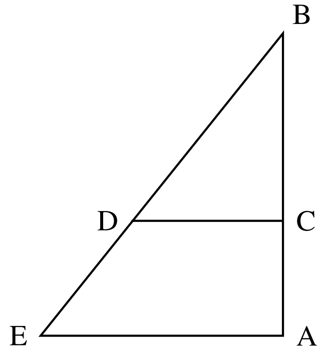
Couleur / Lettre	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

1. Combien y a-t-il de boules dans le sac ?
2. On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre.
   (a) Vérifier qu'il y a une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.
   (b) Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?
   (c) A-t-on autant de chance de tirer une boule portant la lettre A que de tirer une boule portant la lettre B ?

Exercice 2 **4 points**

Pour construire un mur vertical, il faut parfois utiliser un coffrage et un étayage qui maintiendra la structure verticale le temps que le béton sèche. Cet étayage peut se représenter par le schéma suivant. Les poutres de fer sont coupées et fixées de façon que :

- Les segments [AB] et [AE] sont perpendiculaires ;
- C est situé sur la barre [AB] ;
- D est situé sur la barre [BE] ;
- AB = 3,5 m ; AE = 2,625 m et CD = 1,5 m.



1. Calculer BE.
2. Les barres [CD] et [AE] doivent être parallèles.
   À quelle distance de B faut-il placer le point C ?

Exercice 3 **6 points**

La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions f, g et h telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- h est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule A4.

$\Sigma =$		=B1*B1+3*B1-7				
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	$f(x)=x^2+3x-7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x)=4x+5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image -7 par la fonction f.
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que $f(6)=47$.
3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation : $x^2+3x-7=4x+5$.
   Quelle est cette solution ?
4. À l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique $h(x)$ de la fonction affine h.

Exercice 4 **4 points**

Deux affirmations sont données ci-dessous. Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : Les diviseurs communs à 12 et 18 sont les mêmes que les diviseurs de 6.

Affirmation 2 : $\left(\sqrt{2}\right)^{50}$ et $\left(\sqrt{2}\right)^{100}$ sont des nombres entiers.

Exercice 5 **4 points**

Les appareils de la maison consomment de l'énergie même quand ils sont en veille.
La feuille de calcul ci-dessous donne la consommation en kilowattheures (kwh) des appareils en veille d'une famille pour une année et les dépenses correspondantes en euros :

	A	B	C	D	E
1	Appareil	Nombre d'appareils	Consommation en veille par an pour un appareil (en kWh)	Prix du kilowattheure (en €)	Dépenses (en €)
2	Téléviseur	3	77	0,13	30,03
3	Ordinateur	1	209	0,13	27,17
4	Parabole	2	131	0,13	34,06
5	Four	1	86	0,13	11,18
6	Démodulateur satellite	3	59	0,13	23,01
7	Lecteur DVD	2	58	0,13	15,08
8	Machine à laver	1	51	0,13	6,63
9	Console de jeu	1	42	0,13	5,46
10	Four à micro-ondes	1	25	0,13	3,25
11	Téléphone sans fil	1	25	0,13	3,25
12	Lave-vaisselle	1	17	0,13	2,21
13	Chargeur batterie	4	13	0,13	6,76
14				**Dépense Totale**	168,09

Données extraites du site de l'ADEME

1. (a) Quel calcul permet de vérifier le résultat $34,06$ affiché dans la cellule E4 ?
   (b) Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule E2 avant de la recopier vers le bas ?
   (c) Une des quatre formules ci-dessous a été saisie dans la cellule E14 pour obtenir le montant total des dépenses dues aux veilles. Recopier sur la copie cette formule.

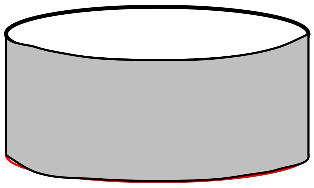
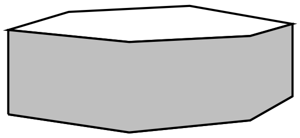
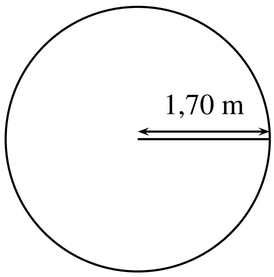
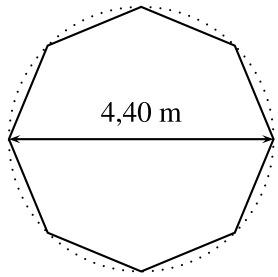
= SOMME(E2 : E13)	= E2 : E13	= E2 + E13	= SOMME(E2 : E14)

2. Dans une pièce de cette maison, les appareils qui sont en veille sont :
   - un téléviseur
   - un ordinateur
   - une console de jeu
   - un lecteur DVD

   La consommation de l'ordinateur représente-t-elle plus de la moitié de la consommation totale des appareils de cette pièce ?

Exercice 6 **8 points**

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine. Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

Information 1 :	les deux modèles de piscine :
La piscine « ronde » 	La piscine « octogonale » 
Hauteur intérieure : 1,20 m Vue du dessus : un cercle de rayon 1,70 m	Hauteur intérieure : 1,20 m Vue du dessus : un octogone régulier de diamètre extérieur 4,40 m
 	

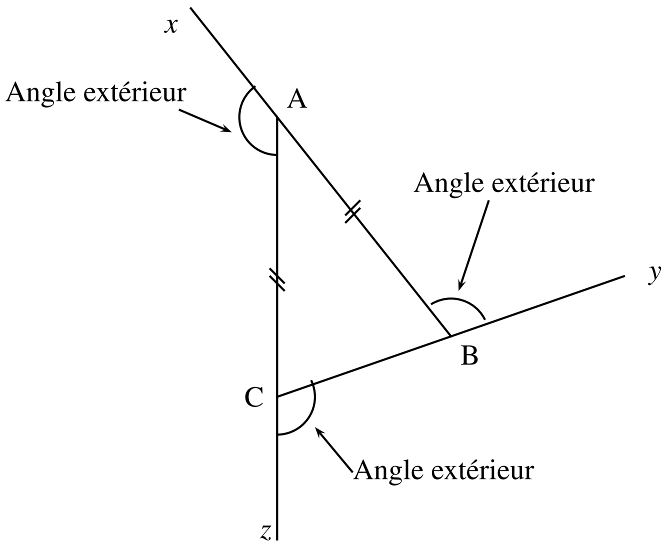
Information 2 : La construction d'une piscine de surface au sol de moins de 10m^2 ne nécessite aucune démarche administrative.
Information 3 : Surface minimale conseillée par baigneur : $3{,}40 \text{ m}^2$
Information 4 : Aire d'un octogone régulier : $A_{\text{octogone}} = 2\sqrt{2} \times R^2$. où R est le rayon du disque extérieur à l'octogone.
Information 5 : Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute.

1. Chacun des modèles proposés impose-t-il des démarches administratives ?
2. Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps. Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine octogonale.
3. On commence le remplissage de cette piscine octogonale le vendredi à 14 h 00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit, jusqu'au samedi matin à 10 h 00. La piscine va-t-elle déborder ?

Exercice 7 **6 points**

Dans tout cet exercice, on travaille avec des triangles ABC isocèles en A tels que : BC = 5 cm. La mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ peut varier.

On va alors s'intéresser aux angles extérieurs de ces triangles, c'est-à-dire, comme l'indique la figure ci-après, aux angles qui sont supplémentaires et adjacents avec les angles de ce triangle.



1. Dans cette question uniquement, on suppose que $\widehat{ABC} = 40$ °.
   (a) Construire le triangle ABC en vraie grandeur. Aucune justification n'est attendue pour cette construction.
   (b) Calculer la mesure de chacun de ses 3 angles extérieurs.
   (c) Vérifier que la somme des mesures de ces 3 angles extérieurs est égale à 360 °.
2. Est-il possible de construire un triangle ABC isocèle en A tel que la somme des mesures de ses trois angles extérieurs soit différente de 360 ° ?

Correction

POLYNÉSIE - Juin 2014

Exercice 1

1. $3+5+2+2+2+6=20$

$\boxed{\text{Il y a 20 boules dans le sac.}}$

2.a Il y a 2 boules bleues portant la lettre A.

$\boxed{\text{La probabilité d'obtenir une boule bleue portant la lettre A est donc } \frac{2}{20}=\frac{1}{10}}$

2.b Il y a $3+2=5$ boules rouges.

$\boxed{\text{La probabilité d'obtenir une boule rouge est donc } \frac{5}{20}=\frac{1}{4}}$

2.c Il y a $5+3+2=10$ boules portant la lettre A et $2+2+6=10$ boules portant la lettre B.

$\boxed{\text{Ces deux probabilités sont donc égales.}}$

Exercice 2

1. Dans le triangle ABE rectangle en A
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AE^2+AB^2=EB^2$$

$$2,625^2+3,5^2=EB^2$$

$$EB^2=19,140\,625$$

$$EB=\sqrt{19,140\,625}$$

$$EB=4,375$$

$\boxed{\text{La longueur } EB=4,375\ m}$

2. Supposons que les droites (CD) et (AE) sont parallèles
Dans le triangle ABE comme $C\in[BE]$ et $D\in[BD]$
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BC}{BA}=\frac{BD}{BE}=\frac{CD}{BE}$$

$$\frac{BC}{3,5}=\frac{BD}{4,375}=\frac{1,5}{2,625}$$

Ainsi $BC=\dfrac{3,5\times1,5}{2,625}=2$

$\boxed{\text{Le point } C \text{ est placé à 2 } m \text{ du point } B}$

Exercice 3

1. On lit la colonne C

$\boxed{\text{Le nombre 0 a pour image } -7 \text{ par la fonction } f}$

2. $f(6)=6^2+3\times6-7=36+18-7=54-7=47$

$\boxed{\text{Donc } f(6)=47}$

3. On lit la colonne E et on constate que $f(4)=g(4)$

$\boxed{\text{4 est une solution de l'équation } x^2+3x-7=4x+5}$

4. h est une fonction affine, elle est donc de la forme $h(x)=ax+b$ où a et b sont les deux nombres que nous cherchons.
En lisant la ligne 4 on constate que $h(0)=5$ donc l'ordonnée à l'origine $b=5$.
De plus $h(2)=1$ ce qui signifie que $2\times a+5=1$

$$2a+5=1$$

$$2a=1-5$$

$$2a=-4$$

$$a=-2$$

$\boxed{\text{La fonction affine cherchée est } h(x)=-2x+5}$

Exercice 4

Affirmation 1 Les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6 et 12
Les diviseurs de 18 sont 1, 2, 3, 6, 9, 18
Les diviseurs communs de 12 et 18 sont 1, 2, 3 et 6
Or les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6

$\boxed{\text{L'affirmation 1 est vraie}}$

Affirmation 2 On sait que $(\sqrt{2})^2=2$
$(\sqrt{2})^{50}=((\sqrt{2})^2)^{25}=2^{25}$
De même $(\sqrt{2})^{100}=((\sqrt{2})^2)^{50}=2^{50}$
2^{25} et 2^{50} sont deux nombres entiers.

$\boxed{\text{L'affirmation 2 est vraie}}$

Exercice 5

1.a $\boxed{\text{Il faut effectuer } 2\times131\times0,13=34,06}$

1.b $\boxed{\text{Il faut saisir } =B2*C2*D2}$

1.c $\boxed{=SOMME(E2:E13)}$

2. Un téléviseur en veille consomme 77 kWh, un ordinateur 209 kWh, une console de jeu 42 kWh et un lecteur DVD 58 kWh.
$77\ kWh+209\ kWh+42\ kWh+58\ kWh=386\ kWh$
$\dfrac{209}{386}>\dfrac{193}{386}=\dfrac{1}{2}$

$\boxed{\text{La consomation en veille de l'ordinateur représente plus de la moitié de la consomation totale de la pièce.}}$

Exercice 6

1. Il faut calculer la mesure de la surface au sol des deux piscines.
Piscine cylindrique : $\pi \times (1,70\ m)^2 \approx 9,07\ m^2$
Piscine prisme octogonal : $2\sqrt{2} \times (2,20\ m)^2 \approx 13,69\ m^2$

$\boxed{\text{La piscine en forme de prisme octogonal demande une autorisation administrative.}}$

2. Il faut $3,40\ m^2$ par baigneur.
$9,07\ m^2 \div 4 \approx 2,27\ m^2$
$13,69\ m^2 \div 4 \approx 3,42\ m^2$

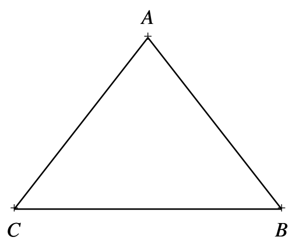
$\boxed{\text{La piscine en forme de prisme octogonal permet à 4 personnes de se baigner.}}$

3. Calculons le volume de cette piscine.
$Volume \approx 13,69\ m^2 \times 1,20\ m \approx 16,43\ m^3$
Or on sait que $1\ m^3 = 1\ 000\ L$
La piscine contient donc $16\ 430\ L$
$16\ 430\ L \div 12 \approx 1\ 369\ min$
$1\ 369 = 22 \times 60 + 49$ donc $1\ 369\ min = 22\ h\ 49\ min$

Du vendredi 12h00 au samedi 12h00, il y a 24h donc il y a 22h jusque samedi 10h00.

$\boxed{\text{La piscine ne va pas déborder car il reste encore 49 min de remplissage.}}$

Exercice 7
1.a



1.b On sait que dans un triangle la somme des angles vaut 180^o.
Comme les deux angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux, ils mesurent chacun 40^o, il reste donc 100^o pour l'angle au sommet A.
Les angles extérieurs sont supplémentaires à chacun des angles intérieurs, leur somme avec les angles intérieurs vaut 180^o

$\boxed{\text{Ils mesurent respectivement } 140^o,\ 140^o \text{ et } 80^o}$

1.c $\boxed{140^o + 140^o + 80^o = 360^o}$

2. Remplaçons la valeur 40^o de la question précédente par x.
Les trois angles du triangles mesurent donc x, x et $180^o - 2x$
Comme les angles extérieurs sont supplémentaires des angles du triangle, ils mesurent $180^o - x$, $180^o - x$ et $180^o - (180^o - 2x) = 2x$
Au final $(180^o - x) + (180^o - x) + 2x = 360^o - 2x + 2x = 360^o$

$\boxed{\text{La somme des angles extérieurs vaut donc toujours } 360^o\text{, on ne peut pas construire le triangle demandé !}}$