DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2018

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1 sur 6** à la page **6 sur 6**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

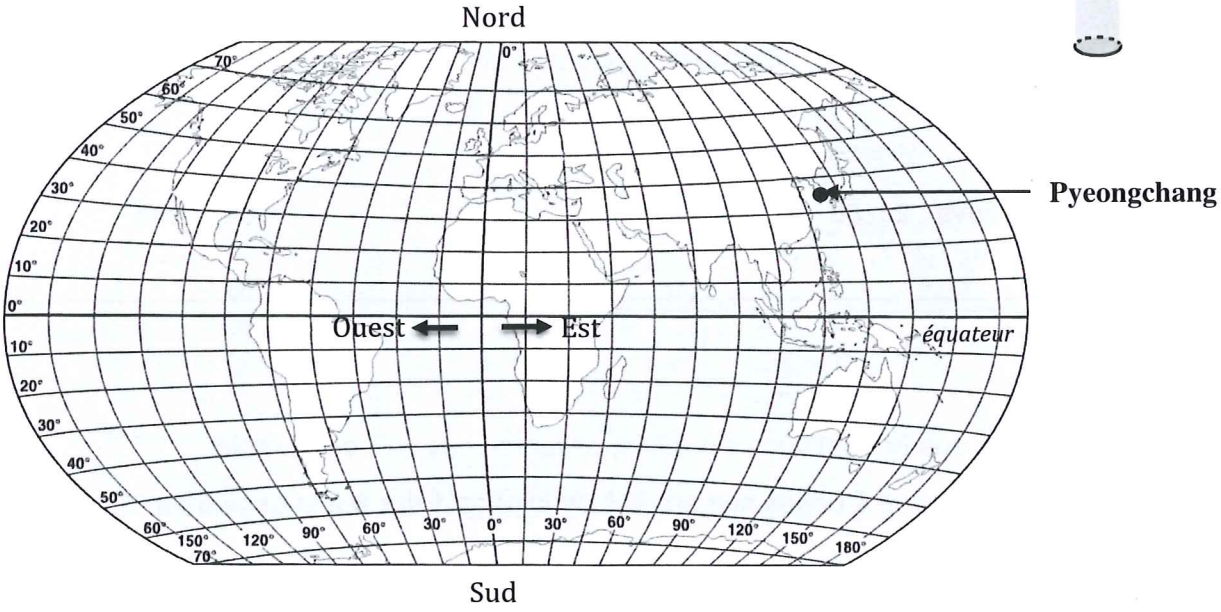
Exercice n° 1	11 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	12 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	16 points
Exercice n° 6	16 points
Exercice n° 7	17 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

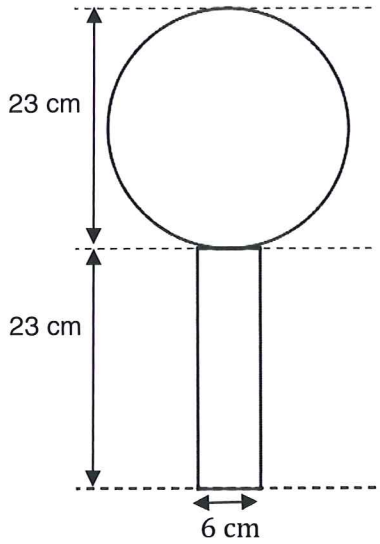
Exercice 1 **(11 points)**

Le gros globe de cristal est un trophée attribué au vainqueur de la coupe du monde de ski.
Ce trophée pèse 9 kg et mesure 46 cm de hauteur.

1. Le biathlète français Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.
   Donner approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessous.



2. On considère que ce globe est composé d'un cylindre en cristal de diamètre 6 cm, surmonté d'une boule de cristal. Voir schéma ci-contre.
   Montrer qu'une valeur approchée du volume de la boule de ce trophée est de 6371 cm^3.



3. Marie affirme que le volume de la boule de cristal représente environ 90% du volume total du trophée.
   A-t-elle raison ?

Rappels :
- volume d'une boule de rayon R : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
- volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h : $V = \pi r^2 h$

Exercice 2 **(14 points)**

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées.

Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm.

En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : 72,5 µg/m^3

Médiane : 83,5 µg/m^3

Concentration minimale: 22 µg/m^3

Concentration maximale: 107 µg/m^3

Source : http://www.air-rhonealpes.fr

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	*Concentration PM10 en µg/m^3*
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1. Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier ?

2. Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ? Interpréter ce dernier résultat.

3. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.
   « Du 16 au 25 janvier, le seuil d'alerte de 80 µg/m^3 par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon ».

Exercice 3 **(12 points)**

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche « lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

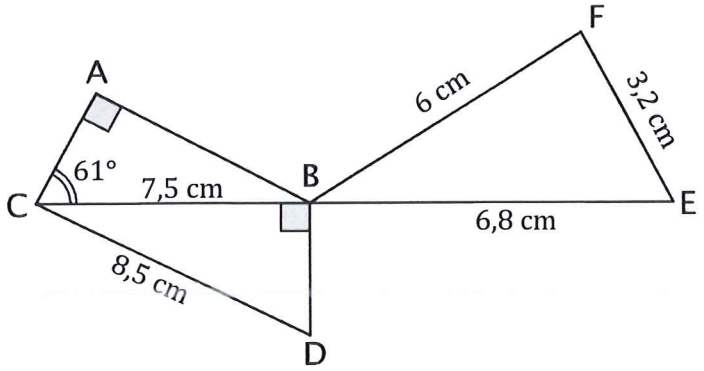
1. Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?

2. La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$.
   Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?

3. Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio.
   Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « lecture aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

Exercice 4 **(14 points)**

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.



Les points C, B et E sont alignés.
Le triangle ABC est rectangle en A.
Le triangle BDC est rectangle en B.

1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.

2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Sophie affirme que l'angle $\widehat{BFE}$ est un angle droit. A-t-elle raison ?

4. Max affirme que l'angle $\widehat{ACD}$ est un angle droit. A-t-il raison ?

Exercice 5 **(16 points)**

Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 4
- Ajouter 8
- Multiplier le résultat par 2

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1, ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

   On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$.

   Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x.

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

   - **Affirmation 1 :** Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x.

   - **Affirmation 2 :** Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exercice 6 **(16 points)**

Les longueurs sont en pixels.
L'expression « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :

```
1  quand 🚩 est cliqué
2  aller à x: (0) y: (0)
3  stylo en position d'écriture
4  s'orienter à (90)
5  mettre [Longueur] à 300
6  Carré
7  Triangle
8  avancer de ((Longueur) / (6))
9  mettre [Longueur] à ( )
10 Carré
11 Triangle
```

```
définir [Carré]
répéter (4) fois
    avancer de (Longueur)
    tourner ↺ de (90) degrés
```

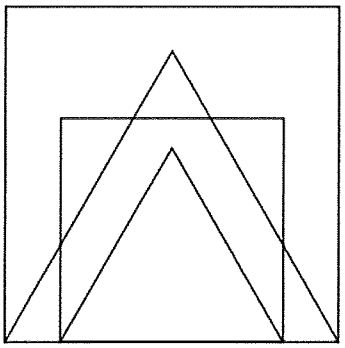
```
définir [Triangle]
répéter (3) fois
    avancer de (Longueur)
    tourner ↺ de (120) degrés
```

1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.

   a. Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.

   b. Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical.



   Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.

3. a. Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.

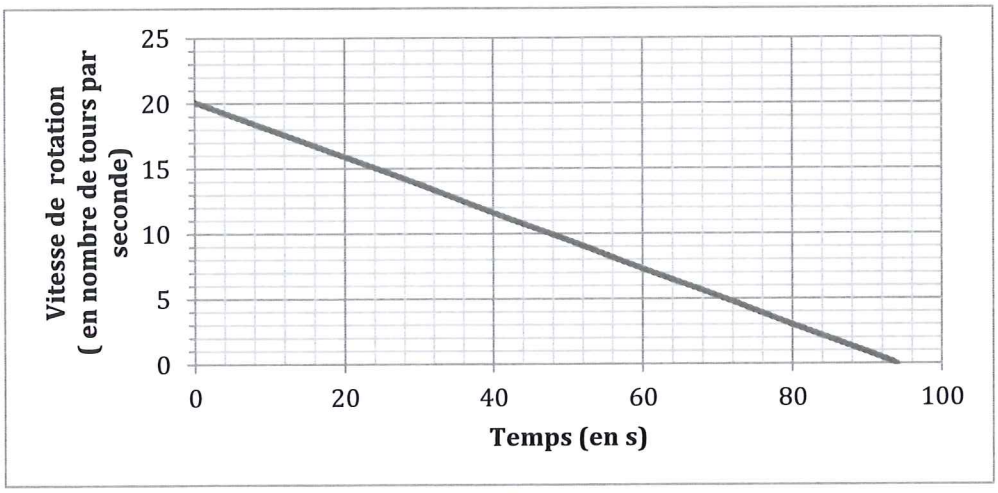
   b. Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

Exercice 7 (17 points)

Le hand-spinner est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même.

On donne au hand-spinner une vitesse de rotation initiale au temps t = 0, puis, au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du hand-spinner. Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.
Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en seconde :



Inspiré de : https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner_112808

1. Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner sont-ils proportionnels ? Justifier.

2. Par **lecture graphique**, répondre aux questions suivantes :

   a. Quelle est la vitesse de rotation initiale du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) ?

   b. Quelle est la vitesse de rotation du hand-spinner (en nombre de tours par seconde) au bout d'1 minute et 20 secondes ?

   c. Au bout de combien de temps, le hand-spinner va-t-il s'arrêter ?

3. Pour calculer la vitesse de rotation du hand-spinner en fonction du temps t, notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :

$$V(t) = -0{,}214 \times t + V_{initiale}$$

- t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du hand-spinner
- $V_{initiale}$ est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le hand-spinner au départ.

   a. On lance le hand-spinner à une vitesse initiale de 20 tours par seconde. Sa vitesse de rotation est donc donnée par la formule : $V(t) = -0{,}214 \times t + 20$. Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

   b. Au bout de combien de temps le hand-spinner va-t-il s'arrêter ? Justifier par un calcul.

   c. Est-il vrai que, d'une manière générale, si l'on fait tourner le hand-spinner deux fois plus vite au départ, il tournera deux fois plus longtemps ? Justifier.

Correction

France - Juin 2018 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet !

Exercice 1 : Martin Fourcade à Pyeonchang

Un exercice qui demande de connaître les coordonnées géographiques. C'est la première fois au brevet. Le reste est assez classique. Les formules sont rappelées dans l'énoncé.

Connaissances :
- Coordonnées sur la sphère terrestre ;
- Volume de la boule ;
- Volume du cylindre.

1. La latitude est approximativement 35° Nord

La longitude est approximativement 127° Est

En regardant les coordonnées GPS de Pyeonchang on trouve $37^o\ 26'$ Nord et $128^o\ 32'$ Est.

2. Cette boule a un diamètre de 23 cm et donc un rayon de $11,5$ cm
$V = \frac{4}{3}\pi \times (11,5\ cm)^3 = \frac{4}{3}\pi \times 1\ 520,875\ cm^3 \approx 6\ 371\ cm^3$

La boule a bien un volume d'approximativement 6 371 cm^3

3. Calculons le volume du cylindre. C'est un cylindre dont la base à un diamètre de 6 cm, donc un rayon de 3 cm et une hauteur de 23 cm
$V' = \pi \times (3\ cm)^2 \times 23\ cm = 9\pi \times 23\ cm^3 = 207\pi\ cm^3 \approx 650\ cm^3$

Le volume total du trophée est donc de $650\ cm^3 + 6\ 371\ cm^3 = 7\ 021\ cm^3$

Il reste à calculer les 90 % de 7 021 cm^3 soit $7\ 021\ cm^3 \times \frac{90}{100} = 6\ 318,9\ cm^3$
6 318 cm^3 est assez proche de 6 371 cm^3

Le volume de la boule représente bien 90 % du volume total du trophée.

Exercice 2 : la pollution à Lyon et à Grenoble

Exercice de statistiques assez facile qui teste les connaissances du cour ! Deux séries statistiques à comparer, une donnée de manière exhaustive, l'autre à l'aide des éléments statistiques.

Connaissances :
- Statistiques

1. À Lyon la concentration maximale est 107 $\mu g/m^3$.
À Grenoble la concentration maximale est de 89 $\mu g/m^3$ le 25 janvier.

La plus forte concentration de PM10 est à Lyon sur cette période.

2. La concentration minimale à Lyon est 22 $\mu g/m^3$ et la concentration maximale est 107 $\mu g/m^3$
L'étendue de la concentration en PM10 à Lyon est $107\ \mu g/m^3 - 22\ \mu g/m^3 = 85\ \mu g/m^3$

La concentration minimale à Grenoble est 32 $\mu g/m^3$ et la concentration maximale est 89 $\mu g/m^3$
L'étendue de la concentration en PM10 à Lyon est $89\ \mu g/m^3 - 32\ \mu g/m^3 = 57\ \mu g/m^3$

L'étendue la plus importante est à Lyon.

C'est à Lyon qu'il y a les plus grands écarts de pollution.

3. Entre le 16 et le 25 janvier il y a 10 jours.
La médiane de la concentration de PM10 à Lyon est de $83,5\ \mu g/m^3$.
Cela signifie que la concentration de PM10 a été supérieur ou égale à $83,5\ \mu g/m^3$ pendant 5 jours et inférieure pendant les 5 autres jours.

$\boxed{\text{L'affirmation est donc exacte !}}$

Exercice 3 : Théo écoute de la musique

Une expérience aléatoire à une épreuve qui ne doit pas poser de difficultés !

Connaissances :
- Probabilités

1. Il y a 375 morceaux de musique et l'expérience aléatoire consiste à en choisir un au hasard. C'est une situation d'équiprobabilité.
Il y a 125 morceaux de rap.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{125}{375} = \frac{1}{3} \text{ soit environ } 33\ \%}$

2. $\frac{7}{15}$ des 375 morceaux sont des morceaux de rock.
$\frac{7}{15} \times 375 = 175$

$\boxed{\text{Il y a 175 morceaux de rock.}}$

3. $\frac{7}{15} \approx 0,47$ soit 47 %

$\boxed{\text{C'est Théo qui a le plus de chance de tomber sur un morceau de rock.}}$

Exercice 4 : Les triangles semblables

Un exercice assez difficile sur les nouveaux programmes. On part de la proportionnalité des côtés pour obtenir l'égalité des angles. Ce qui concerne Pythagore est assez classique.

Connaissances :
- Théorème de Pythagore et sa réciproque ;
- Triangles semblables
- Trigonométrie.

1. Dans le triangle BCD rectangle en B, d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BC^2 + BD^2 = CD^2$$
$$7,5^2 + BD^2 = 8,5^2$$
$$56,25 + BD^2 = 72,25$$
$$BD^2 = 72,25 - 56,25$$
$$BD^2 = 16$$
$$BD = \sqrt{16}$$
$$BD = 4$$

$\boxed{BD = 4\ cm}$

2. Dans l'ordre croissant les mesures du triangle CBD sont $4\ cm$, $7,5\ cm$ et $8,5\ cm$.
Dans l'ordre croissant les mesures du triangle BFE sont $3,2\ cm$, $6\ cm$ et $6,8\ cm$.

Nous allons verifier que ces grandeurs sont proportionnelles. Il y a plusieurs méthodes :

1) Recherche du coefficient d'agrandissement/réduction.
$3,2\ cm \div 4\ cm = 0,8$
Comme $7,5\ cm \times 0,8 = 6\ cm$ et $8,5\ cm \times 0,8 = 6,8\ cm$

Les grandeurs des deux triangles sont bien proportionnelles.

2) Vérification des égalités des produits en croix.
$4 \times 6 = 24$ et $3,2 \times 7,5 = 24$
$7,5 \times 6,8 = 51$ et $6 \times 8,5 = 51$

Les grandeurs des deux triangles sont bien proportionnelles.

$\boxed{\text{Les triangles } CBD \text{ et } BFE \text{ ont des mesures proportionnelles : ils sont semblables !}}$

3. Comme les triangles CBD et BFE sont semblables, leurs angles sont égaux.
Les angles formés par les deux plus petits côtés de chacun des triangles, les angles $\widehat{CBD}$ et $\widehat{BFE}$ sont donc égaux.
On sait que $\widehat{CBD}$ est droit.

$\boxed{\text{Sophie a raison, } \widehat{BFE} \text{ est droit.}}$

4. $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD}$
Comme $\widehat{ACB} = 61^o$ il faut vérifier que $\widehat{BCD} = 29^o$

Dans le triangle CBD rectangle en B
$cos\ \widehat{BCD} = \frac{7,5}{8,5}$
À la calculatrice on trouve $\widehat{BCD} \approx 28^o$ au degré près
Comme $\widehat{ACD} \approx 61^o + 28^o = 89^o$ au degré près.

$\boxed{\text{Max a tord, l'angle } \widehat{ACD} \text{ n'est pas droit !}}$

Exercice 5 : Le programme de calcul

Les affirmations finales demandent de bonnes connaissances. Il faut trouver un contre exemple ou résoudre une inéquation pour la première et penser à factoriser pour la seconde et interpréter la forme littérale pour en déduire une réponse arithmétique. Pas simple !

Connaissances :
- Calcul littéral ;
- Programme de calcul.

1. En prenant -1 comme nombre de départ on obtient successivement :
$-1 \times 4 = -4$ puis $-4 + 8 = 4$ et enfin $4 \times 2 = 8$

$\boxed{\text{Pour } -1 \text{ on obtient bien } 8}$

2. On peut remonter le programme :
30 est le résultat final, 15 est le nombre obtenu à l'étape 3.
$15 - 8 = 7$, 7 est le nombre de l'étape 2.
$7 \div 4 = 1,75$, $1,75$ est le nombre de départ.
En effet : $4 \times 1,75 = 7$ puis $7 + 8 = 15$ et enfin $15 \times 2 = 30$

Même si la question suivante le demande, on pouvait passer par le calcul littéral et la résolution d'équation.

Posons x le nombre de départ.
On obtient successivement $4x$ pus $4x + 8$ et enfin $2(4x + 8) = 8x + 16$
Il faut résoudre :

$$8x + 16 = 30$$
$$8x = 30 - 16$$
$$8x = 14$$
$$x = \frac{14}{8}$$
$$x = 1,75$$

$\boxed{\text{En prenant } 1,75 \text{ comme nombre de départ on obtient 30.}}$

3. Développons $B = (4 + x)^2 - x^2$
$B = (4 + x)(4 + x) - x^2$

$B = 16 + 4x + 4x + x^2 - x^2$
$B = 16 + 8x$

Comme $A = 2(4x+8) = 8x+16$

$\boxed{A \text{ et } B \text{ sont égales pour toutes valeurs de } x.}$

4. Affirmation 1
Il faut résoudre l'inéquation $8x+16 > 0$ ou trouver un contre exemple.

$$\begin{aligned} 8x+16 &> 0 \\ 8x &> -16 \\ x &> -\frac{16}{8} \\ x &> -2 \end{aligned}$$

Cela signifie que ce programme donne un nombre positif dès que x est supérieur à -2.

On pouvait ainsi trouver un contre exemple.
Pour -3 comme nombre de départ, on obtient successivement $-3 \times 4 = -12$ puis $-12+8 = -4$ et enfin $-4 \times 2 = -8$

$\boxed{\text{L'affirmation 1 est fausse !}}$

4. Affirmation 2
Prenons quelques exemples avec des nombres entiers : (entier positif ?)
On a déjà testé avec -1 qui donne $8 = 8 \times 1$ ou -3 qui donne $-8 = 8 \times (-1)$
En prenant 1 on obtient $1 \times 4 = 4$ puis $4+8 = 12$ et $12 \times 2 = 24 = 8 \times 3$
En prenant 9 on obtient $9 \times 4 = 36$ puis $36+8 = 44$ et $44 \times 2 = 88 = 8 \times 11$
Cette affirmation semble vraie !

Pour x un entier de départ le programme donne $8x+16$
Or $8x+16 = 8(x+2)$ ce qui prouve que c'est un multiple de 8. On sait en effet qu'un multiple de 8 s'écrit sous la forme $8 \times k$ où k est un nombre entier.

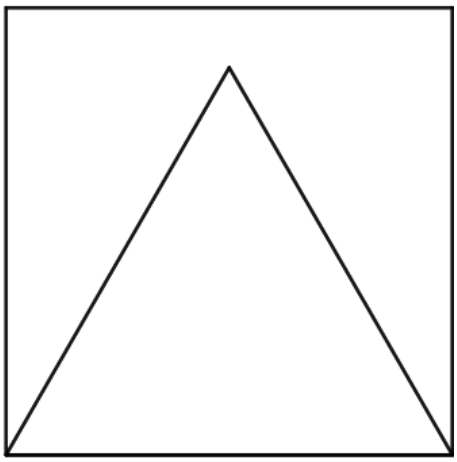
$\boxed{\text{Ce programme donne toujours des multiples de 8 pour tout entier de départ.}}$

Exercice 6 : Scratch et le carré

Encore un Sratch géométrique avec un carré et un triangle. Une question plus difficile sur l'homothétie, c'est la première fois au brevet. Le rapport de $\frac{2}{3}$ est pas simple à trouver et la question sur les aires est souvent négligée par nos élèves.

Connaissances :
- Scratch ;

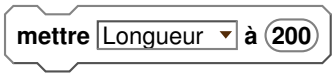
1.a En lisant le programme jusque la ligne 7, on constate que la variable Longueur est à 300 pixels. Or comme 1 *cm* correspond à 50 pixels, et que $300 = 50 \times 6$, 300 pixels correspond à 6 *cm*.
Il faut donc, ligne 6, tracer un Carré. Cette fonction après avoir été utilisé, revient au point de départ.
Ligne 7, la fonction triangle fait tracer un triangle équilatéral. Il va donc se situer à l'intérieur du carré. Le curseur est donc de retour au point de départ.
Voici le résultat :



1.b Après la ligne 7 le curseur est à nouveau au point de départ en $(0;0)$
Puis il avance de Longueur/6, c'est à dire $300 \div 6 = 50$

Après la ligne 8 le curseur est en $(50;0)$

2. Quand on observe le carré à l'intérieur, on constate que il est décalé horizontalement de 50 pixels à gauche et qu'il y a le même décalage de 50 pixels à droite. Comme le grand carré à une côté de 300 pixels, le petit à un côté de $300 - 50 - 50 = 200$ pixels.
Il faut donc écrire ceci sur la ligne 9 :



3.a Ce ne peut-être qu'une homothétie puisque cela correspond à une réduction.
On passe du grand carré de 300 pixels de côté à un petit carré de 200 pixels de côté.

Le coefficient de cette homothétie est donc le nombre k vérifiant :

$$300 \times k = 200$$
$$k = \frac{200}{300}$$
$$k = \frac{2}{3}$$

C'est une homothétie de rapport $\frac{2}{3}$ dont on ne connaît pas le centre !

3.b Soit on utilise le cour et on se dit que si les longueurs ont été multipliées par $\frac{2}{3}$ alors les aires ont été multipliées par $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

Sinon il suffit de calculer en pixel carré l'aire de chacun des carrés.
Le grand carré a une aire de $300^2 = 90\ 000$ unités.
Le petit carré a une aire de $200^2 = 40\ 000$ unités.

Le rapport des aires est donc $\frac{40\ 000}{90\ 000} = \frac{4}{3}$

Le rapport des aires est de $\frac{4}{3}$

Exercice 7

Un exercice assez classique malgré un coefficient décimal négatif. La dernière question est plus délicate à rédiger.

1. Quand deux grandeurs sont proportionnelles alors la représentation graphique de l'une de ces grandeurs en fonction de l'autre est une droite passant par l'origine du repère.
Ici la représentation graphique de la vitesse en fonction du temps est une droite, mais elle ne passe pas par l'origine du repère.

Le temps et la vitesse de rotation ne sont pas proportionnels.

2.a À 0 s la vitesse est 20 tours par seconde.

2.b 1 min 20 $s = 60\ s + 20\ s = 80\ s$

Au bout de 1 min 20 s la vitesse de rotation est 3 tours par seconde.

2.c La hand-spinner s'arrête au bout de 94 $s = 1\ min\ 34\ s$ (une graduation pour 4 s)

3.a Calculons $V(30)$ pour $V(t) = -0,214t + 20$
$V(30) = -0,214 \times 30 + 20$
$V(30) = -6,42 + 20$
$V(30) = 13,58$

Au bout de 30 s sa vitesse de rotation est de $13,58$ tours par seconde.

3.b Il s'arrêtera quand $V(t) = 0$. Résolvons cette équation :

$$V(t) = 0$$
$$-0,214t + 20 = 0$$
$$-0,214t = -20$$
$$t = \frac{-20}{-0,214}$$
$$t = \frac{20}{0,214}$$
$$t \approx 93$$

$\boxed{\text{Le hand-spinner s'arrêtera dans environ 93 s.}}$

3.c Dans le cas précédent si on fait tourner au départ le hand-spinner deux fois plus vite, c'est à dire à 40 tours par seconde, alors la solution de l'équation devient :

$$t = \frac{40}{0,214} = 2 \times \frac{20}{0,214}$$

Plus généralement si la vitesse de départ est V_d alors l'équation précédente à pour solution :

$$t = \frac{V_d}{0,214}$$

On constate que si V_d devient $2 \times V_d$ alors la solution de l'équation est aussi doublée !

On pouvait aussi raisonner sur le caractère affine de cette fonction.
On sait que cela ne décrit pas une situation de proportionnalité, mais cependant on sait aussi que les accroissements sont proportionnels.
Plus clairement cela signifie que dans notre cas les écarts de vitesse est proportionnelle aux écarts de temps.
Ainsi si la vitesse initiale est doublé, la diminution jusque l'arrêt est aussi doublée et donc le temps entre le départ et l'arrêt est également doublé.

$\boxed{\text{Oui si la vitesse initiale est doublée, il tournera deux fois plus longtemps !}}$