Arithmétique

La division euclidienne

Si a et b sont deux nombres entiers naturels avec $b \neq 0$,
Alors il existe un unique couple de nombres entiers naturels q et r tels que

$$a = b \times q + r \qquad \text{et} \quad 0 \leqslant r < b$$

a est le **dividende** , b le **diviseur** , q le **quotient** et r le **reste** de la **division euclidienne** .

Exemples :

2021	15	2022	56	2021	43	2022	6
52	134	342	36	301	47	22	337
71		6		0		42	
11						0	

$2021 = 15 \times 134 + 11$ $\qquad$ $2022 = 56 \times 36 + 6$ $\qquad$ $2021 = 43 \times 47$ $\qquad$ $2022 = 6 \times 337$

Remarques : un nombre entier est toujours divisible par 1 et par lui-même.

Vocabulaire

Quand le reste de la **division euclidienne** est nul, par exemple quand on divise 2021 par 43, on dit que 2021 est un **multiple** de 43 ou que 2021 est **divisible** par 43 ou encore que 43 est un **diviseur** de 2021.

Exemples :

Un **nombre entier pair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut zéro.
Ainsi tout nombre pair peut s'écrire sous la forme $2 \times n$ où n est un entier naturel.

Un **nombre entier impair** est un nombre dont le reste dans la division euclidienne par 2 vaut un.
Ainsi tout nombre impair peut s'écrire sous la forme $2 \times n + 1$ où n est un entier naturel.

Critères de divisibilité

- Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un entier est divisible par **3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- Un entier est divisible par **4** si le nombre formé par le chiffre de ses dizaines et celui de ses unités est un multiple de 4.
- Un entier est divisible par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un entier est divisible par **9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- Un entier est divisible par **10** si son chiffre des unités est 0.

Nombres premiers

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs.
Un nombre entier est **premier** s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Remarque : 1 n'est pas premier, car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même !

Exemple : voici la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 91 ; 97

Décomposition en produit de facteurs premiers

Tout nombre entier peut s'écrire de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemples : $2021 = 43 \times 47$; $2022 = 2 \times 3 \times 337$; $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Fraction irréductible

Une **fraction est irréductible** si elle n'est pas simplifiable. Cela signifie que 1 est le seul diviseur commun à son numérateur et son dénominateur.

Applications :

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ $\qquad$ $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

Ainsi $2 \times 2 = 4$ est un diviseur de 360 ; $3 \times 3 \times 5 = 45$ est un diviseur de 540 ...

$\dfrac{360}{540} = \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = \dfrac{2}{3}$. On a simplifié par $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

180 est le plus grand diviseur commun à 360 et 540. On a $360 = 2 \times 180$ et $540 = 3 \times 180$.

Si nous avons à notre disposition 360 fleurs rouges et 540 fleurs jaunes, nous pouvons au maximum réaliser 180 bouquets tous identiques composés chacun de 2 fleurs rouges et 3 fleurs jaunes.

Informations légales

- Auteur : Fabrice ARNAUD
- Web : pi.ac3j.fr
- Mail : contact@ac3j.fr

- Nom fichier : ./Sixieme/Cours.tex
- Dernière modification : 7 juin 2023 à 22:43

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Versions de logiciels libres utilisés :

- pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24 (TeX Live 2022/Debian)
- kpathsea version 6.3.4
- Compiled with libpng 1.6.39 ; using libpng 1.6.39
- Compiled with zlib 1.2.13 ; using zlib 1.2.13
- Compiled with xpdf version 4.04

Licence CC-BY-SA 4.0
Ce document est placé sous licence CC-BY-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.
Vous êtes autorisé :

- PARTAGER : copier, distribuer le matériel par tous moyens et sous tous formats ;
- ADAPTER : remixer, transformer et créer à partir du matériel pour toute utilisation, y compris commerciale.

Selon les conditions suivantes :

- ATTRIBUTION : vous devez créditer le matériel, indiquer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées. Vous devez indiquer ces informations par tous moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'auteur vous soutient.
- PARTAGE DANS LES MÊMES CONDITIONS : Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Oeuvre originale, vous devez diffuser l'Oeuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec la même licence avec laquelle l'Oeuvre originale a été diffusée.
- PAS DE RESTRICTIONS SUPPLÉMENTAIRES : Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https ://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr