Diplôme national du Brevet

Session Juin 2007

Épreuve de Mathématiques

Série Collège

Durée de l'épreuve : 2h00

Métropole - La Réunion - Mayotte

L'emploi des calculatrices est autorisé
Barème :

- Activités numériques - 12 points
- Activités géométriques - 12 points
- Problème - 12 points
- Qualité de rédaction et présentation - 4 points

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES - 12 POINTS

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des cinq questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1	Quelle est l'expression développée de $(3x+5)^2$?	$3x^2+25$	$9x^2+25$	$9x^2+30x+25$
2	Quelle est l'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur $x=4$?	$x(x+1)$	$(x+1)(x-2)$	$(x+1)^2$
3	Quelle est la valeur exacte de $\dfrac{\sqrt{48}}{2}$?	$\sqrt{24}$	$3,464$	$2\sqrt{3}$
4	Quelle est le nombre qui est solution de l'équation $2x-(8+3x)=2$?	10	-10	2
5	En 3 ^{e}A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 3 ^{e}B, sur 20 élèves, il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36% de fille	48% de fille	50% de fille

EXERCICE 2

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.

2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

3.a Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un nombre entier (les essais doivent figurer sur la copie).
3.b En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ?
Justifier la réponse.

4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

Activités géométriques - 12 points

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre

ABC est un triangle tel que : $AB = 9$; $AC = 15$; $BC = 12$.

1.a Démontrer que ABC est rectangle en B.
1.b Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

2. E est le point du segment $[AB]$ tel que $AE = 3$.
F est le point du segment $[AC]$ tel que $AF = 5$.

2.a Placer les points E et F sur la figure.

2.b Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

3. Calculer l'aire du triangle AEF.

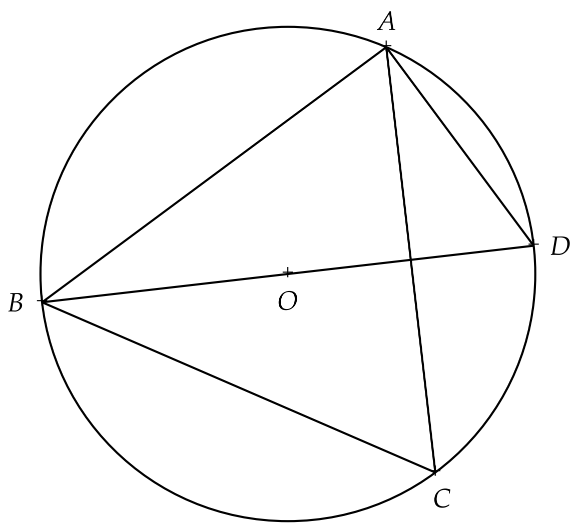
Exercice 2

Sur la figure ci-contre,

- ABC est un triangle équilatéral,

- le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC,

- le point D est le point diamétralement opposé au point B sur ce cercle.



1. Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ADB}$? Justifier.

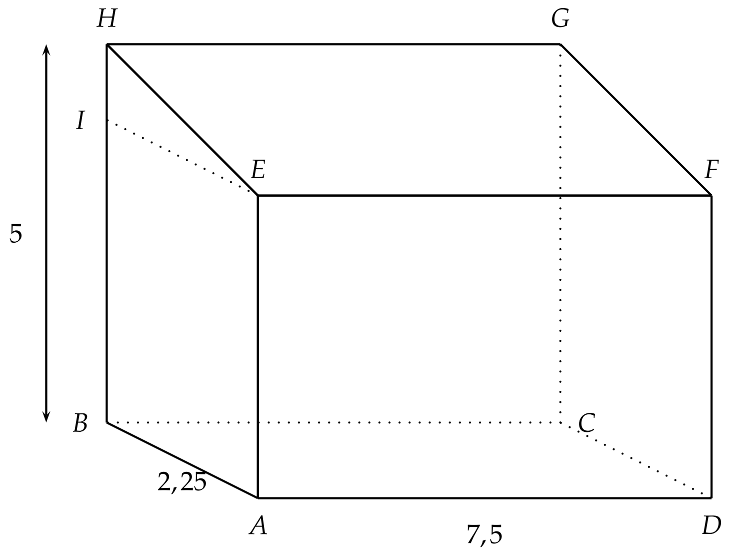
3. On désigne par E l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
Démontrer que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.

PROBLÈME - 12 POINTS

Dans le jardin de sa nouvelle maison, M. Durand a construit une terrasse rectangulaire qu'il désire recouvrir d'un toit. Pour cela, il réalise le croquis suivant où l'unité de longueur est le mètre.

- Le sol $ABCD$ et le toit $EFGH$ sont des rectangles.
- Le triangle HIE est rectangle en I.
- Le quadrilatère $IEAB$ est un rectangle.
- La hauteur du sol au sommet du toit est HB.

On donne : $AB = 2{,}25$; $AD = 7{,}5$; $HB = 5$



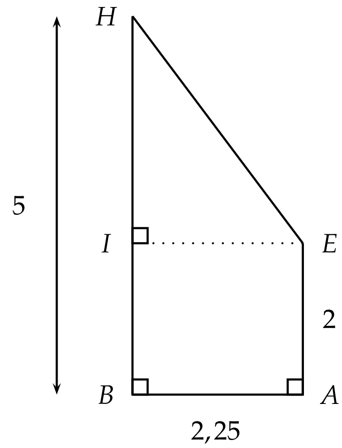
Première partie

On suppose dans cette partie que $AE = 2$.

1. Justifier que $HI = 3$.

2. Démontrer que $HE = 3{,}75$.

3. Calculer au degré près la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$ du toit de la maison

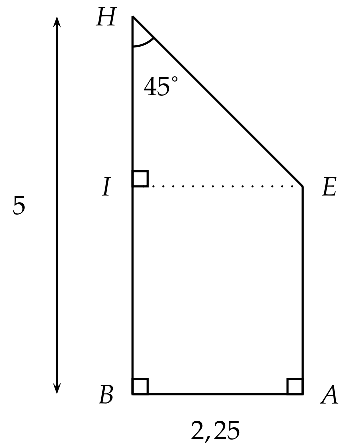


Deuxième partie

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 45°$et on désire déterminer AE.

1. Quelle est la nature du triangle HIE dans ce cas ? Justifier.

2. En déduire HI puis AE.

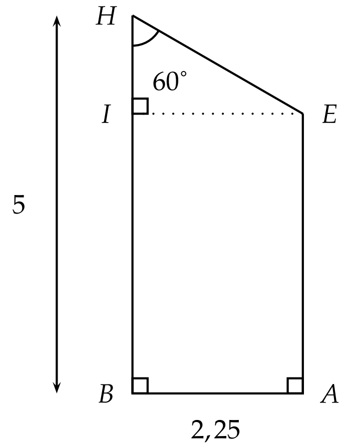


Troisième partie

Dans cette partie, on suppose que $\widehat{IHE} = 60°$ et on désire déterminer AE.

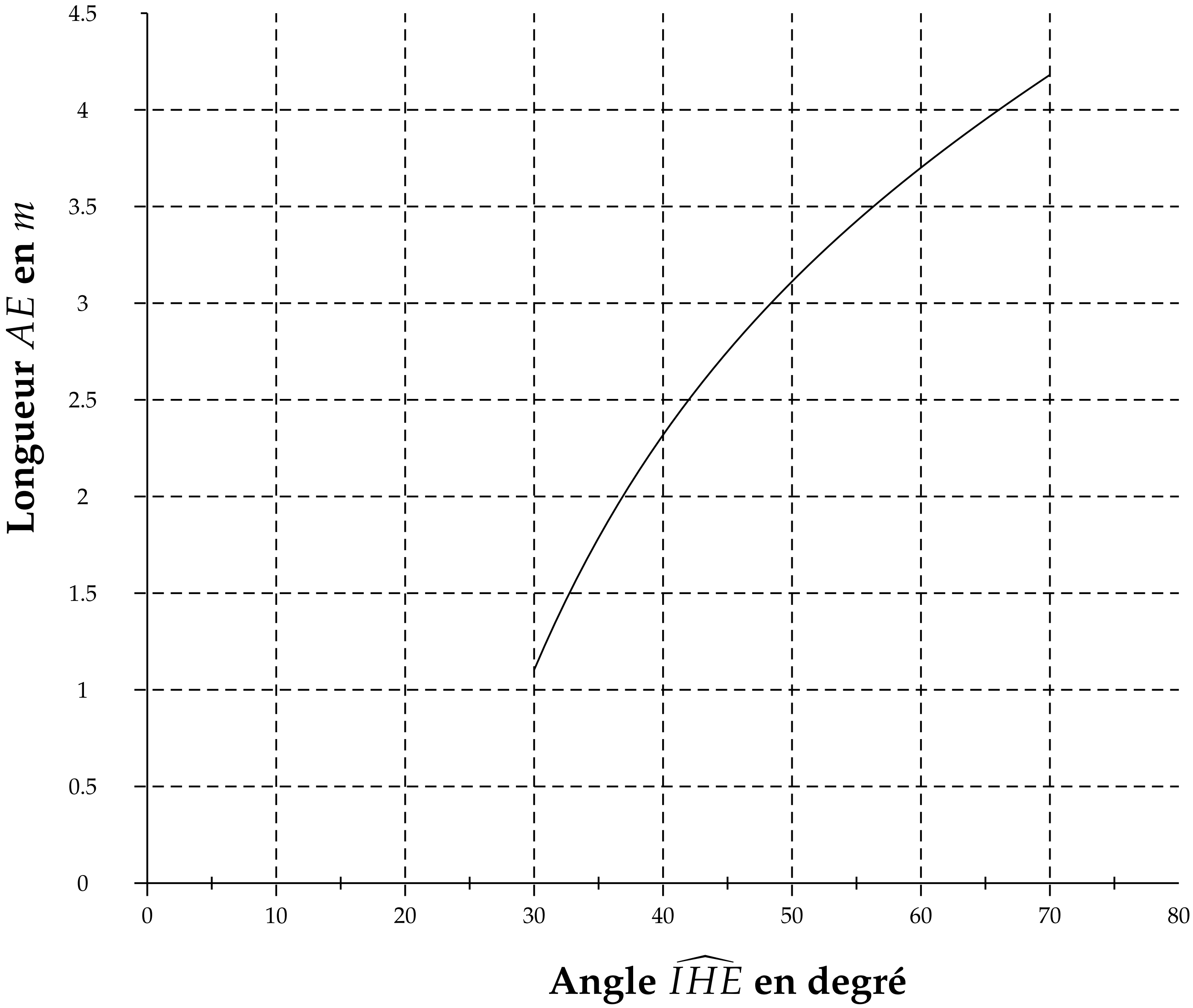
1. Déterminer la valeur arrondie au *cm* de HI.

2. En déduire la valeur arrondie au *cm* de AE.



Quatrième partie

La courbe ci-dessous représente la hauteur AE en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$



M. Durand souhaite que la hauteur AE soit comprise entre 3 m et 3,5 m.

En utilisant le graphique, donner une mesure possible de l'angle $\widehat{IHE}$.

Correction

Activités numérique

Exercice 1

1. $\boxed{(3x+5)^2 = 9x^2 + 30x + 25}$

2. Pour $x = 4$
La première expression vaut $4(4+1) = 4 \times 5 = 20$
La seconde expression vaut $\boxed{(4+1)(4-2) = 5 \times 2 = 10}$
La troisième expression vaut $(4+1)^2 = 5^2 = 25$

3. $R482 = \dfrac{\sqrt{3 \times 16}}{2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{2}$
Donc $\boxed{\dfrac{\sqrt{48}}{2} = 2\sqrt{3}}$

4.

$$\begin{aligned} 2x - (8+3x) &= 2 \\ 2x - 8 - 3x &= 2 \\ -x - 8 &= 2 \\ -x &= 2 + 8 \\ -x &= 10 \\ \boxed{x = -10} \end{aligned}$$

5. En 3 ^{e}A, $30 \times \dfrac{40}{100} = 12$
En 3 ^{e}B, $20 \times \dfrac{60}{100} = 12$
Il y a donc 24 filles dans un groupe de 50 élèves. Soit $\boxed{48\% \text{ de filles}}$

Les justifications précédentes n'étaient pas demandées !

Exercice 2

1. $-2 + 4 = 2$ puis $2 \times (-2) = -4$ enfin $\boxed{-4 + 4 = 0}$

2. $5 + 4 = 9$ puis $9 \times 5 = 45$ enfin $\boxed{45 + 4 = 49}$

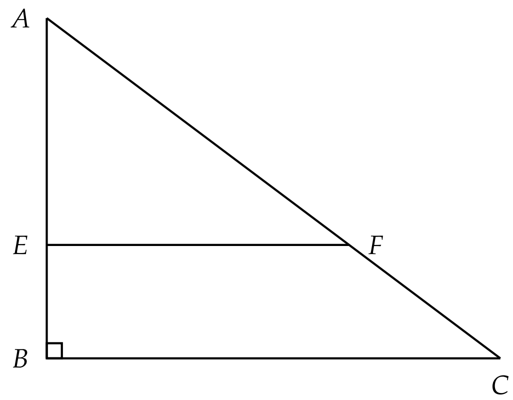
3.a Avec 10 on a $10 + 4 = 14$ puis $14 \times 10 = 140$ enfin $\boxed{140 + 4 = 144 = 12^2}$
Avec -8 on a $-8 + 4 = -4$ puis $-4 \times (-8) = 32$ enfin $\boxed{32 + 4 = 36 = 6^2}$

3.b Prenons x un nombre entier quelconque
Cela revient à faire $x(x+4)+4)$
En développant on obtient $x^2 + 4x + 4$.
On reconnaît le développement de l'identité remarquable $(x+2)^2$.
Le résultat est $\boxed{\text{un carré parfait pour tout nombre entier}}$.
4. Il faut reprendre la question **3.b**.
Ce calcul pour x de départ donne $(x+2)^2$.
Pour obtenir 1 il faut que $(x+2)^2 = 1$ donc $x + 2 = 1$ ou $x + 2 = -1$
Donc $\boxed{x = -1 \text{ ou } x = -3}$

Activités géométriques

Exercice 1

1.a Calculons $AB^2 + BC^2$ et AC^2
$AB^2 + BC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$
$AC^2 = 15^2 = 225$
Comme $AB^2 + BC^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } B}$



2.b Comparons les quotients $\dfrac{AE}{AB}$ et $\dfrac{AF}{AC}$

On a $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$
$\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{5}{15}=\dfrac{1}{3}$
Ainsi dans le triangle ABC on a $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AD}$. Les points A, E et B sont alignés et dans le même ordre que les points alignés A, F et C.
D'après **la réciproque du théorème de Thalès** $\boxed{\text{les droites } (EF) \text{ et } (BC) \text{ sont parallèles.}}$

3. Il faut calculer EF
Dans le triangle ABC, comme $(EF)//(BC$, d'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}=\frac{EF}{BC}$$

Ainsi $\dfrac{EF}{12}=\dfrac{1}{3}$ d'où $EF=12\times\dfrac{1}{3}=4$.

ABC est rectangle en B et $(EF)//(BC)$. On sait que si **deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre**, on en déduit que AEF est rectangle en E.
Ainsi $\boxed{Aire(AEF)=\dfrac{AE\times EF}{2}=\dfrac{3\times 4}{2}=6\ cm^2}$

Exercice 2

1. Le triangle ABD est inscrit dans un cercle dont le côté $[BD]$ est un diamètre.
$\boxed{ABD \text{ est un triangle rectangle en } A}$

2. L'angle $\widehat{ADB}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc de cercle que l'angle inscrit $\widehat{ACB}$.
Ces deux angles sont donc égaux.
ABC étant équilatéral, $\widehat{ACB}=60°$d'où $\boxed{\widehat{ADB}=60°}$

3. E est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ donc $ODEC$ est un parallélogramme.
De plus $OD=OC$ car D et C sont sur le même cercle de centre O.
$ODEC$ **est donc un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux ; il s'agit d'un losange.**
Dans **un losange les diagonales sont perpendiculaires**.
$\boxed{\text{Les droites } (DC) \text{ et } (OE) \text{ sont perpendiculaires.}}$

Problème

Première partie

1. $IEAB$ est un rectangle donc $IB=2$ d'où $\boxed{HI=5-2=3}$

2. Le triangle EIH est rectangle en I.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$IE^2+IH^2=HE^2$$
$$2{,}25^2+3^2=H3^2$$
$$HE^2=5{,}0625+9$$
$$HE^2=14{,}0625$$
$$HE=\sqrt{14{,}0625}$$
$$\boxed{HE=3{,}75}$$

3. Dans le triangle EIH rectangle en I on peut calculer le cosinus, le sinus ou la tangente au choix.
$tan(\widehat{IHE})=\dfrac{IE}{HI}=\dfrac{2{,}25}{3}=0{,}75$
A la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{IHE}\simeq 37°\text{à } 1°\text{près}}$

Seconde partie

1. Dans ce cas les angles $\widehat{IHE}$ et $\widehat{HEI}$ sont égaux.
$\boxed{\text{Le triangle } IHE \text{ est rectangle et isocèle.}}$

2. Donc $\boxed{HI=IE=2{,}25}$
Et $\boxed{AE=5-2{,}25=2{,}75}$

Troisième partie

1. Dans le triangle HIE rectangle en I on a $tan(60)=\dfrac{2{,}25}{HI}$
Ainsi $\boxed{HI=\dfrac{2{,}25}{tan(60)}\simeq 1{,}30\ m \text{ à } 1\ cm \text{ près}}$

2. $\boxed{AE=5-HI\simeq 3{,}7\ m \text{ à } 1\ cm \text{ près}}$

Quatrième partie

On voit sur le graphique que la valeur 50°convient.
Beaucoup d'autres sont possibles...