BREVET - MATHÉMATIQUES - CORRECTION

Métropole - La Réunion - Mayotte - Juin 2009

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

EXERCICE 1

1. $A = \dfrac{8+3\times 4}{1+2\times 1,5} = \dfrac{8+12}{1+3} = \dfrac{20}{4} = \boxed{5}$

2. La calculatrice scientifique connait les priorités des opérations. Cependant il aurait fallu protéger le numérateur et le dénominateur par des parenthèses pour que le calcul soit fait correctement. Tel que la séquence de calculs est écrite, voici ce que va faire la machine :
$8+\dfrac{3\times 4}{1}+2\times 1,5 = 8+12+3 = 23$

EXERCICE 2

1. On suppose que chacune des trois expériences aléatoires nous sommes dans une situation d'équiprobabilité (il n'y a pas de tricherie !).
On utilise donc la formule suivante : $P(tirer\ une\ boule\ rouge) = \dfrac{nombre\ de\ cas\ favorables}{nombre\ de\ cas\ possibles}$
Pour Aline : $P(Aline) = \dfrac{5}{5} = 1$
Pour Bernard : $P(Bernard) = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4} = 0,25$
Pour Claude : $P(Claude) = \dfrac{100}{103} \approx 0,97$
$\boxed{\text{Aline a donc la plus grande probabilité de tirer une bille rouge}}$

2. $P(Bernard) = \dfrac{1}{4} = 0,25$
Notons n le nombre de billes noires à rajouter dans le sac d'Aline.
$P(Aline) = \dfrac{5}{n+5}$
Il faut donc résoudre :

$$\frac{5}{n+5} = \frac{1}{4}$$

$$5\times 4 = (n+5)\times 1$$

$$n+5 = 20$$

$$n = 15$$

$\boxed{\text{Il faut rajouter 15 billes noires dans le sac d'Aline}}$

EXERCICE 3

1. $\boxed{B(-4;4,6)}$

2. Il y a trois points d'intersections :
$\boxed{(-1;0)-(2;0)-(4;0)}$

3. La représentation $\boxed{C_1}$ est la représentation d'une fonction linéaire. En effet c'est une droite qui passe par l'origine du repère.

4. La fonction f est une fonction affine de coefficient directeur $-0,4$ et d'ordonnée à l'origine 3. Sa représentation est donc une droite qui passe par le point $(0;3)$
$\boxed{\text{Il s'agit donc de la représentation } C_2}$

5. On lit sur le graphique $\boxed{\text{5 est l'antécédent de 1 par } f}$
$f : x \rightarrow -0,4x+3$
Il faut résoudre :

$$f(x) = 1$$

$$-0,4x+3 = 1$$

$$-0,4x = 1-3$$

$$-0,4x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-0,4}$$

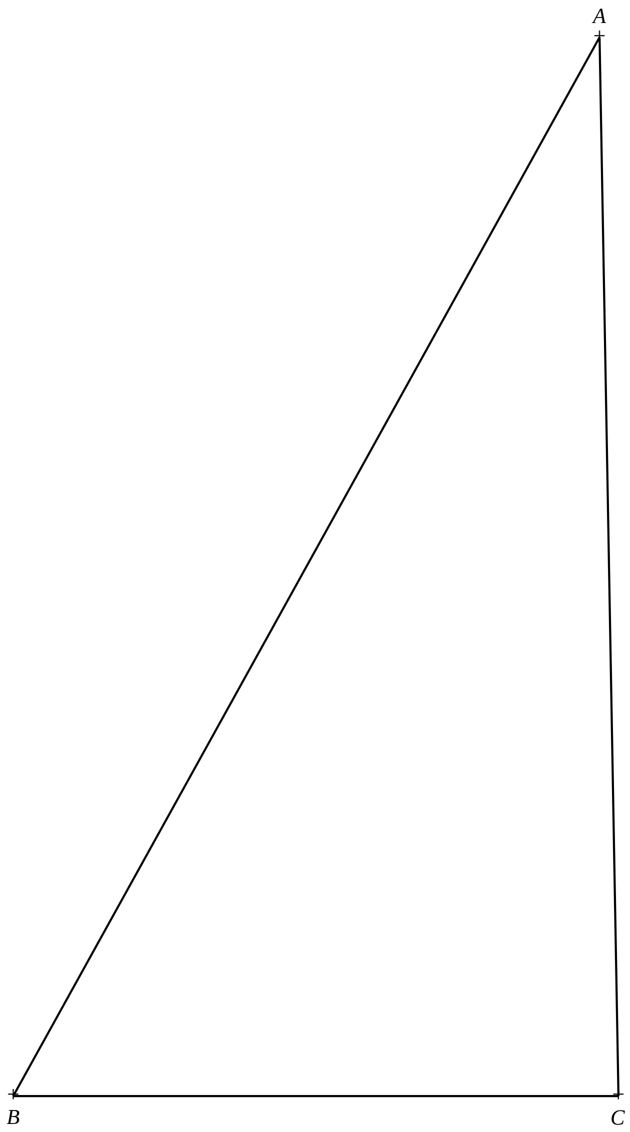
$$\boxed{x = 5}$$

6. Sur le graphique le point A ne semble pas appartenir à la représentation C_2.
Calculons $f(4,6)$
$f(1,2) = -0,4\times 4,6+3 = -1,84+3 = 1,16$
$\boxed{\text{Le point } (4,6;1,16) \text{ est sur la représentation } C_2\text{, le point } A \text{ n'y est donc pas.}}$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES - 12 POINTS

EXERCICE 1

1.a



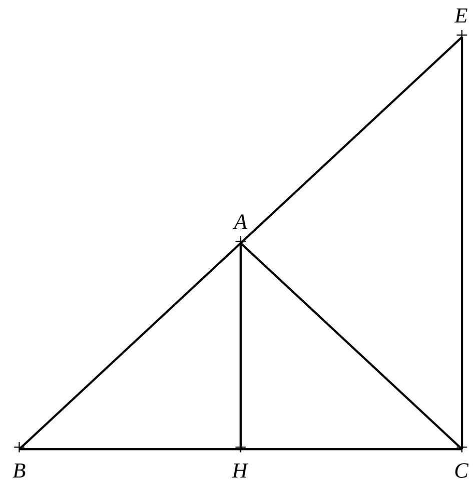
$\boxed{A \approx 56\ cm^2 \text{ à } 1\ cm^2 \text{ près}}$

1.b Comparons $AC^2 + BC^2$ et AB^2
$AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$
$AB^2 = 16^2 = 256$
Comme $AC^2 + BC^2 \neq AB^2$, d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ n'est pas rectangle.}}$

2.
Nous avons $p = 16 + 14 + 8 = 38$, $a = 16$, $b = 14$ et $c = 8$
Ainsi $A = \sqrt{\frac{38}{2}\left(\frac{38}{2} - 16\right)\left(\frac{38}{2} - 14\right)\left(\frac{38}{2} - 8\right)} = \sqrt{19(19-16)(19-14)(19-8)}$
$A = \sqrt{19 \times 3 \times 5 \times 11} = \boxed{\sqrt{3135}}$

EXERCICE 2

Partie 1
1.



2. On a $AB = AE = AC$, $[AC]$ est une médiane du triangle BCE
D'après **la propriété de la médiane**, $\boxed{\text{le triangle } BCE \text{ est rectangle en } C}$

3. Comme le triangle ABC est isocèle en A, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux à 43°.
En utilisant la somme des angles dans un triangle on a :
$43+43+\widehat{BAC} = 180$ d'où $\widehat{BAC} = 180-86 = 94$.
Or $\widehat{BAC}$ et $\widehat{EAC}$ sont supplémentaires.
Ainsi $\boxed{\widehat{EAC} = 180-96 = 84^\circ}$

3.

Il y a deux méthodes possibles, la première revient à faire le raisonnement précédent en remplaçant partout 43°par $\widehat{ABC}$
On arrive à $\widehat{BAC} = 180-(\widehat{ABC}+\widehat{ABC} = 180-2\widehat{ABC}$
Et enfin $\widehat{EAC} = 180-(180-2\widehat{ABC}) = 180-180+2\widehat{ABC}$
D'où $\boxed{\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}}$

La deuxième méthode utilise **la propriété de l'angle au centre de l'angle inscrit**.
Comme BCE est rectangle en C, il est inscrit dans le cercle de centre A.
Or $\widehat{ABC}$ est un angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{EAC}$.
D'où $\boxed{\widehat{EAC} = 2\widehat{ABC}}$

PROBLÈME - 12 POINTS

Partie 1
1. Comparons AC^2+BC^2 et AB^2
$AC^2+BC^2 = 10,5^2+14^2 = 110,25+196 = 306,25$
$AB^2 = 17,5^2 = 306,25$
Comme $AC^2+BC^2 = AC^2$, d'après la réciproque du **théorème de Pythagore**, $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } C}$

2.
La droite (RP) est parallèle à la droite (AC)
La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BC)
Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre
Donc (RP) est perpendiculaire à (BC)

La droite (RS) est parallèle à la droite (BC)
La droite (BC) est perpendiculaire à la droite (AC)
Si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre
Donc (RS) est perpendiculaire à (AC)

Le quadrilatère $PRSC$ possède donc 3 angles droits, en C, en S et en P, il s'agit donc $\boxed{\text{d'un rectangle}}$.

3.a
Dans le triangle ABC
Les droites (RP) et (AC) sont parallèles
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{BA} = \frac{RP}{AC}$$

$$\frac{5}{14} = \frac{RP}{10,5}$$

$$5\times 10,5 = 14RP$$

$$RP = \frac{52,5}{14}$$

$$\boxed{RP = 3,75}$$

3.b $Aire(PRSC) = PR\times PC = 3,75\times 9 = \boxed{33,75}$

Partie 2
1.
Pour la valeur $BP = 5$ on a $Aire(PRSC) = 33,75$ d'après la question **3.b**
Pour la valeur $BP = 10$, il faut reprendre la question **3.b** en remplaçant 5 par 10 d'où

$$\frac{10}{14} = \frac{RP}{10,5}$$

$$10\times 10,5 = 14RP$$

$$RP = \frac{105}{14}$$

$$\boxed{RP = 7,5}$$

Attention ce n'est pas un tableau de proportionnalité ! ! !

2.a $PRSC$ a une aire de 18 cm^2 pour $\boxed{BP = 2\ cm \text{ et pour } BP = 12\ cm}$

2.b $\boxed{\text{L'aire semble maximale pour } BP = 7\ cm}$

2.c $\boxed{\text{L'aire maximale } M \text{ semble vérifier : } 36 < M < 37}$

Partie 3
1. $\boxed{PC = 14-BC}$

2.ăDans le triangle ABC
Les droites (RP) et (AC) sont parallèles
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{BA} = \frac{RP}{AC}$$

$$\frac{BP}{14} = \frac{RP}{10,5}$$

$$BP\times 10,5 = 14RP$$

$$RP = \frac{10,5BP}{14}$$

$$\boxed{RP = 0,75\times BP}$$

3. Il faut que $PR = PC$
Donc que $0,75BP = 14-BC$

$$0,75BP+BP = 14$$

$$1,75BP = 14$$

$$BP = \frac{14}{1,75}$$

$$\boxed{BP = 8}$$