Rubik's Cube

Petite méthode pour résoudre le cube en moins de 2 minutes

16 novembre 2011

Le Rubik's Cube

Le Rubik's Cube a été inventé en 1974 par le sculpteur et architecte Ernò Rubik, il devient très populaire au début des années 80.
Il y a $8! \times 3^7 \times 12! \times 2^{10} = 43\,252\,003\,274\,489\,856\,000$ configurations de départ. ($8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$)
Quand la première face est faite, il reste 1672 151 040 possibilités.

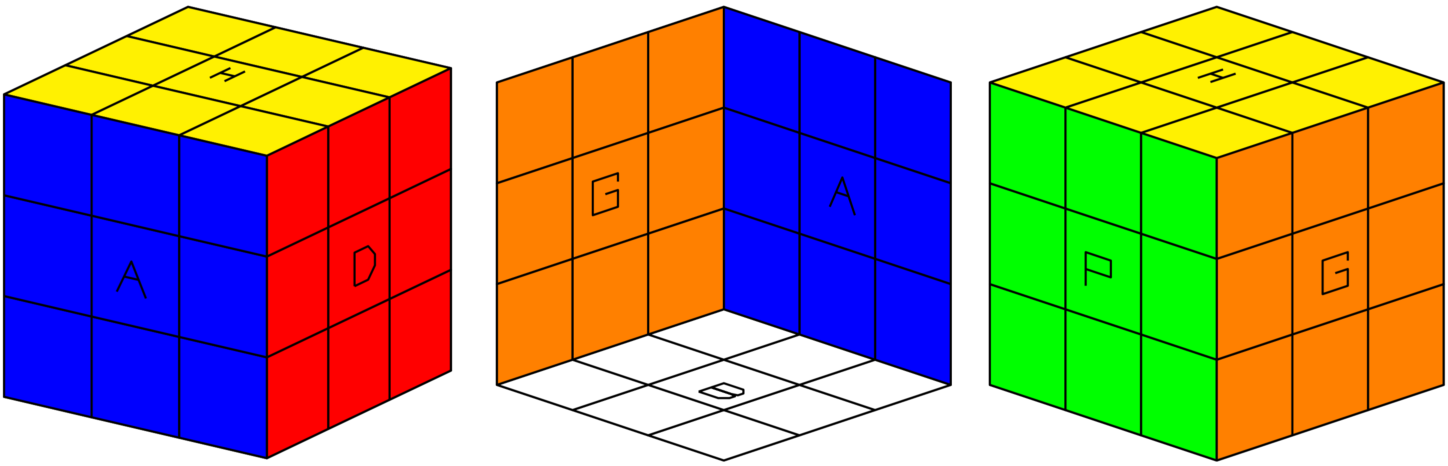
Le Rubik's Cube illustre une partie passionnante des mathématiques : la théorie des groupes. Cette théorie a été développée vers 1820 par le français Évariste Gallois. Le groupe du Rubik's Cube a été très étudié, on sait par exemple que le mouvement A^2D^2 est d'ordre 6, c'est à dire qu'en le refaisant 6 fois, on retombe sur la configuration de départ.AD^2BG^2 est d'ordre 99, $ADPG$ d'ordre 315... Le plus grand ordre est 1260. Les apprentis mathématiciens reconnaitront d'ailleurs dans les codes proposés des expressions algébriques de la théorie des groupes.

En 2010, des mathématiciens et informaticiens ont calculé **le nombre de Dieu**. Ce nombre correspond au nombre maximal de mouvements nécessaires à la résolution de toutes les configurations du cube. Après 30 ans de recherche, on sait maintenant qu'il est égal à 20.

Il y a de nombreuses compétitions, la World Cube Association les encadre.
Le record de vitesse de résolution est $6{,}65\ s$ réalisé en janvier 2011 à Melbourne par Feliks Zemdegs.
Le record à l'aveugle est $30{,}90\ s$. Avec une main $11{,}19\ s$. Avec les pieds $31{,}56\ s$...
La compétition du Fewest Moves consiste à trouver en 1h avec pour seuls outils du papier et un crayon les mouvements minimums nécessaires pour résoudre un cube mélangé. Le record est de 22. Le nombre de Dieu n'est pas loin, mais 22 a été obtenu avec un cerveau humain, pas un ordinateur !

Une méthode

La méthode proposée ici consiste à reconstruire le cube étage par étage, c'est une des plus simples, elle ne demande que 8 à 10 codes à apprendre. Elle permet avec de l'entrainement de résoudre le cube en moins de deux minutes et même moins d'une minute pour les experts. Pour améliorer votre performance, il faudra apprendre davantage de codes...



On utilise le codage des faces suivant :

A la face en Avant,
D la face à Droite,
G la face à Gauche,
H la face du Haut,
B la face du Bas,
P la face Postérieure.

Ce codage est indépendant des couleurs, il est lié au choix de la face Avant.
Si on imagine une horloge sur la face Avant, on peut tourner cette face :

- d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, on note ce mouvement A,
- d'un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, on note ce mouvement $\bar{A}$.

De même pour les autres faces selon le même principe.

On note A^2 deux mouvements A successifs, A^3 trois mouvements A successifs...
On a $A\bar{A} = Id$, c'est à dire le mouvement identique : cela ne change rien !
Donc $A^4 = H^4 = D^4 = ... = Id$. De l'algèbre facile à manipuler directement sur le cube.
Chacun des mouvements qui suit possède son contraire, il est facile de le calculer soit même $\overline{AHD} = \bar{D}\bar{H}\bar{A}$

Première couronne

La première étape consiste à reconstituer une face complète avec la première couronne, c'est à dire le premier étage.
Pas de méthode dirigée pour cette partie.

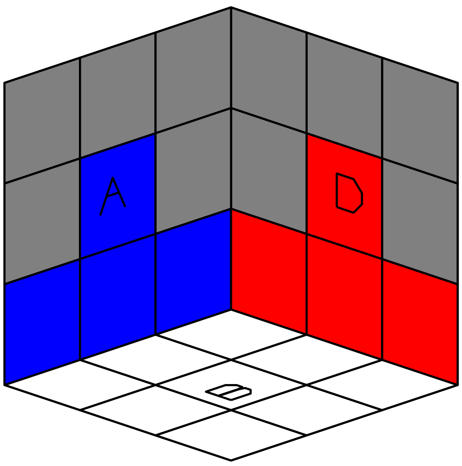
Il est au début plus rapide de toujours commencer par la même face, par exemple la blanche.

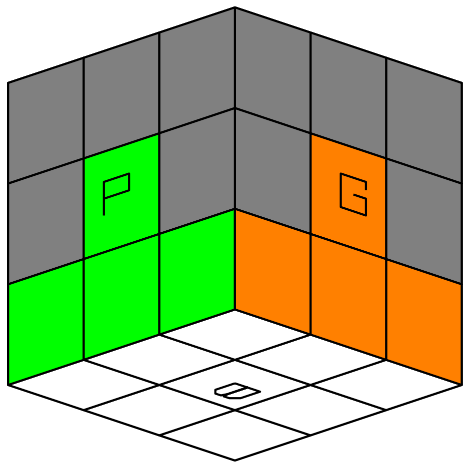
Remarquez que seuls les 6 cubes centraux de chaque face ne se déplacent pas. Il faut donc reconstituer une face autour du carré central de la couleur choisie.
Certains préférent placer ensuite les 4 cubes centraux, pour former une croix, mais cela demande de la mémoire pour savoir quelles couleurs opposer.
D'autres commencent par une ligne, puis suivent les arêtes, ce qui a l'avantage de ne pas se tromper de couleurs.

Pour améliorer sa vitesse de résolution, il est essentiel d'apprendre par coeur les couples de faces opposées :

- La face Blanche est opposée à la face Jaune,
- La face Bleue est opposée à la face Verte,
- La face Rouge est opposée à la face Orange.

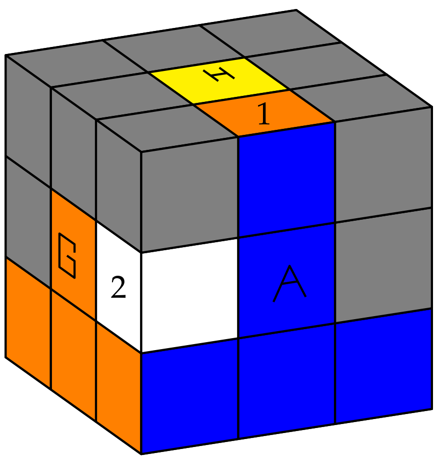
Cette étape est la plus longue à réaliser, elle permet aussi de se familiariser avec le Rubik's Cube.
Et voilà le résultat :





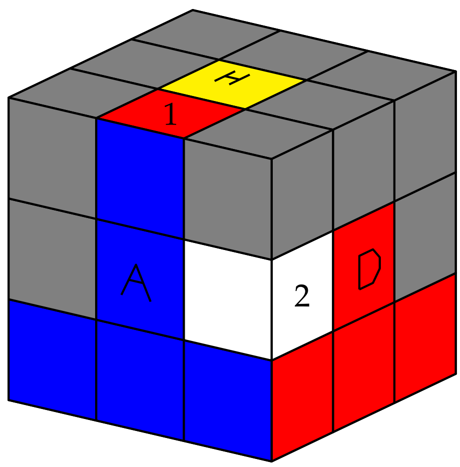
Deuxième couronne

La première face (Blanche) et sa couronne est reconstituée.
Pour placer la deuxième couronne, il faut examiner la face H et repérer les cubes centraux qui appartiennent aux deuxième étage. (Ceux qui ne sont pas jaunes !)
Parfois ces cubes mal placés sont déjà au deuxième étage, mais on peut les chasser en utilisant aussi les mouvements suivants.



Le cube 1 va en 2.

$[\alpha]\ \bar{H}\bar{G}HG.HA\bar{H}\bar{A}$

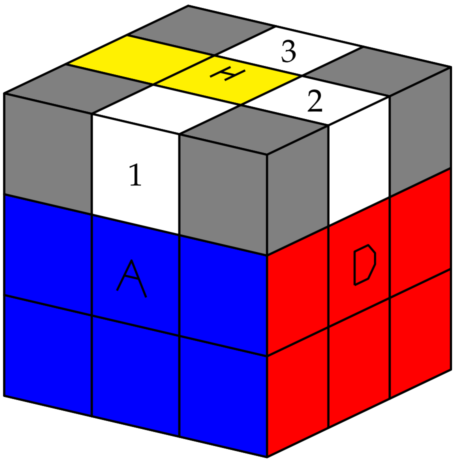


Le cube 1 va en 2.

$[\beta]\ HD\bar{H}\bar{D}.\bar{H}\bar{A}HA$

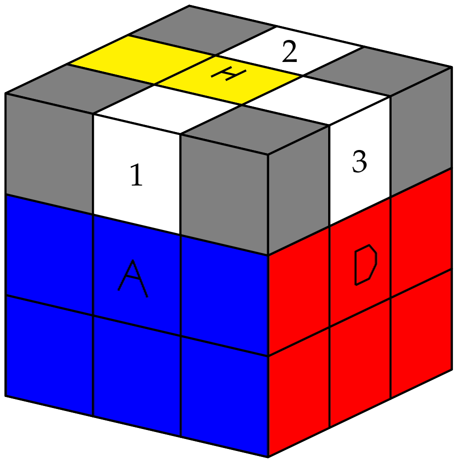
Troisième couronne - La croix

Les deux premières couronnes sont reconstituées.
Il faut tout d'abord former une croix sur la face H.
En alternant les mouvements γ et δ, on obtient la croix attendue, elle n'est pas forcément ordonnée.
Dans ce cas, les mouvements ϵ ou ζ terminent le travail.



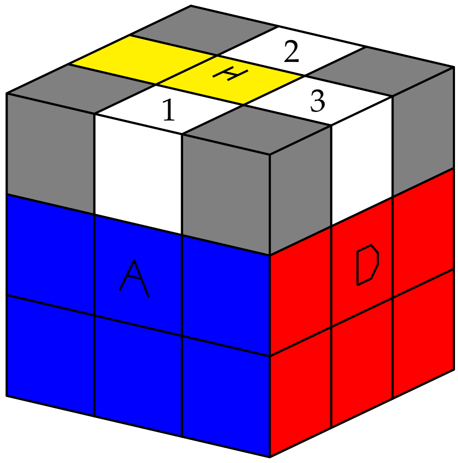
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\gamma]\ A.DH\bar{D}\bar{H}.\bar{A}$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\delta]\ \bar{P}.\bar{D}\bar{H}DH.P$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1.

$[\epsilon]\ H^2\bar{D}H^2D.H\bar{D}HD$

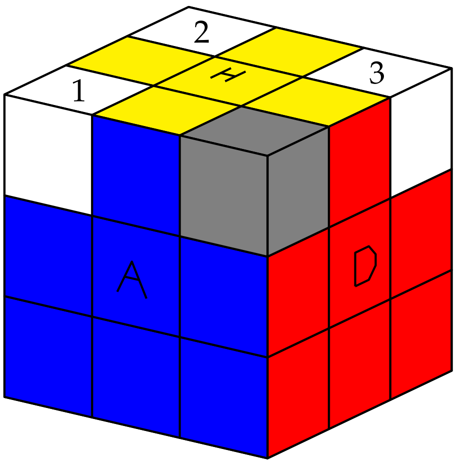
1 va en 3, 3 en 2 et 2 en 1.

$[\zeta]\ \bar{D}\bar{H}D\bar{H}.\bar{D}H^2DH^2$

Évidemment $\zeta = \epsilon^2$

Troisième couronne - Les coins

Les deux premières couronnes et la croix sont reconstituées.
On va placer les coins. Soit un coin est déjà en place soit aucun ne l'est.



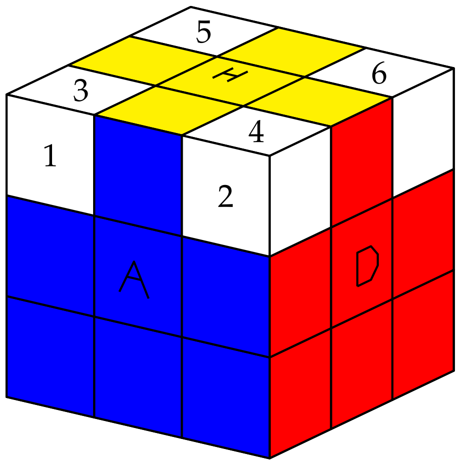
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1.

$[\eta]\ \bar{G}.HD\bar{H}.G.H\bar{D}\bar{H}$

1 en 3, 3 en 2 et 2 en 1.

$[\bar{\eta}]\ HD\bar{H}.\bar{G}.H\bar{D}\bar{H}.G$

Évidemment $\eta^2 = \bar{\eta}$ et $\eta^3 = Id$



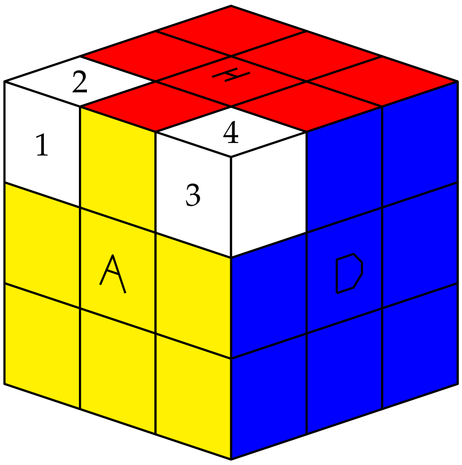
1 va en 4, 2 en 3, 5 en 6 et 6 en 5.

$[\theta]\ A.(DH\bar{D}\bar{H})^3.\bar{A}$

Évidemment $\theta^2 = Id$

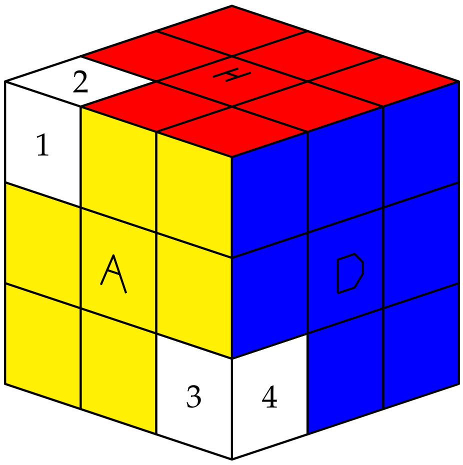
Le final

Les deux codes suivants permettent de terminer, ils se ressemblent beaucoup :



1 va en 2 et 3 en 4.

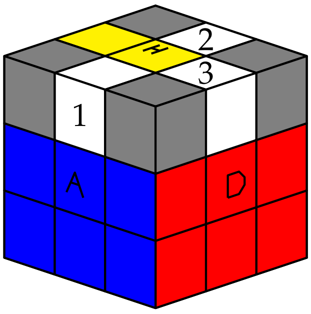
$[\iota]\ H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.\bar{A}.\bar{G}PGHP\bar{H}.A$



1 va en 2 et 3 en 4.

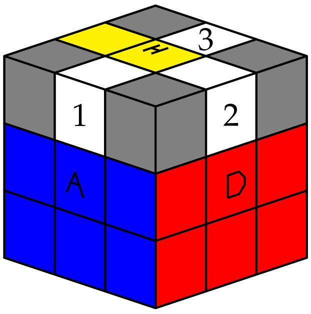
$[\kappa]\ H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.A^2.\bar{G}PGHP\bar{H}.A^2$

Bonus



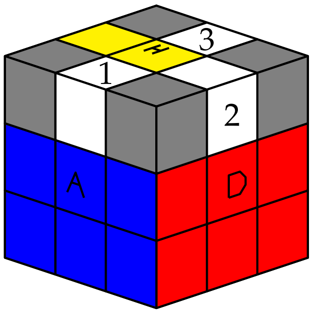
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\bar{\gamma}]\ A.HD\bar{H}\bar{D}.\bar{A}$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\bar{\delta}]\ \bar{P}.\bar{H}\bar{D}HD.P$

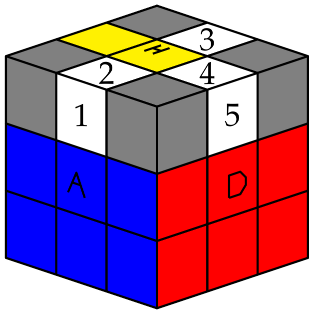


1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\lambda]\ PH^2\bar{P}H^2.\bar{P}DP\bar{D}$

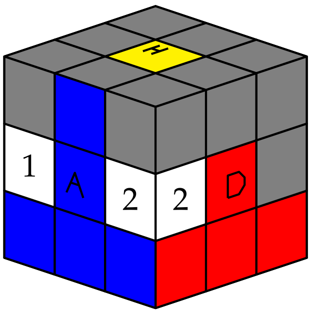
1 va en 3, 3 en 2 et 2 en 1

$[\bar{\lambda}]\ D\bar{P}\bar{D}P.H^2PH^2\bar{P}$



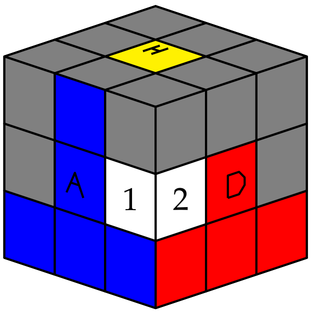
1 en 2, 2 en 1, 3 en 4 et 5 en 3.

$H\bar{A}\bar{H}\bar{G}HGA$



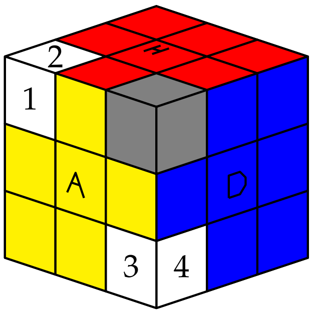
1 va en 2 et 2 en 1

$A^2H^2A^2H^2A^2$



1 en 2 et 2 en 1

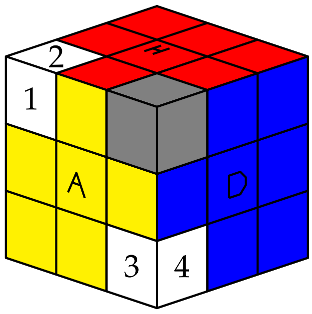
$GB.A\bar{D}\bar{A}\bar{B}ABD.\bar{B}\bar{G}$



1 en 2, 2 en 1, 4 en 3 et 3 en 4

$(A\bar{D}\bar{A}D.D\bar{H}\bar{D}H.H\bar{A}\bar{H}A)^2$

$A\bar{D}\bar{A}D$ 6 fois en tournant le cube d'un tiers autour du coin supérieur droit.



2 en 1, 1 en 2, 3 en 4 et 4 en 3

$(\bar{A}HA\bar{H}.\bar{H}DH\bar{D}.\bar{D}AD\bar{A})^2$

$\bar{A}HA\bar{H}$ 6 fois en tournant le cube d'un tiers autour du coin supérieur droit.

Post-scriptum

Voilà mes codes préférés (à faire en partant du cube résolu !) :

Six damiers : $A^2P^2D^2G^2H^2B^2$
Deux damiers : $(A^2D^2P^2G^2)^3$
Quatre damiers : $(A^2H^2P^2B^2)^3(D^2H^2G^2B^2)^3$

Le Rubik : $\bar{H}A\bar{D}H\bar{A}D\bar{G}H\bar{P}D\bar{H}P\bar{D}G$
Le double cube : $\bar{A}DH^2\bar{D}\bar{H}PH^2\bar{P}HAP\bar{G}B^2GB\bar{A}B^2A\bar{B}\bar{P}$
Le serpent : $PD\bar{G}\bar{B}D^2BG\bar{D}\bar{P}D^2HP^2\bar{H}BD^2\bar{B}$

Rubik's Cube

AIDE MÉMOIRE POUR RÉSOUDRE LE CUBE EN MOINS DE 2 MINUTES ET 8 MOUVEMENTS

16 NOVEMBRE 2011

PREMIÈRE COURONNE

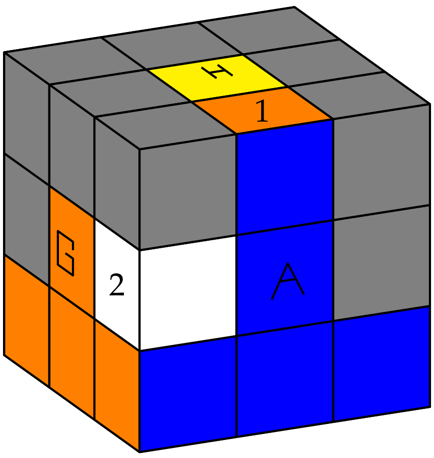
La face **Blanche** est opposée à la face **Jaune**

La face **Bleue** est opposée à la face **Verte**

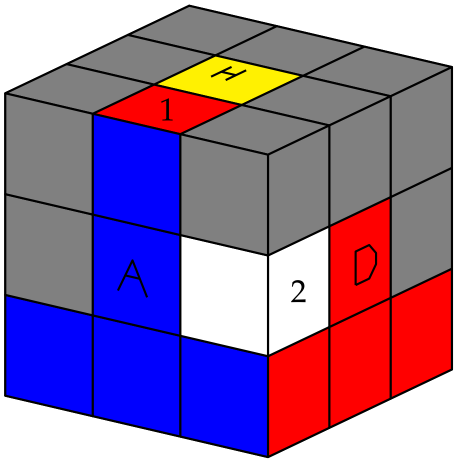
La face **Rouge** est opposée à la face **Orange**

DEUXIÈME COURONNE

A comme Avant, H comme Haut, D comme Droite, G comme Gauche, P comme postérieur, B comme Bas.
A, H, D, G, P, B désignent un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre.
$\bar{A}$, $\bar{H}$, $\bar{D}$, $\bar{G}$, $\bar{P}$, $\bar{B}$ désignent un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

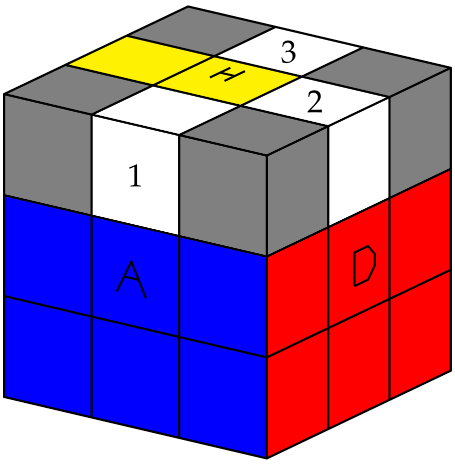


$\bar{H}\bar{G}HG.HA\bar{H}\bar{A}$

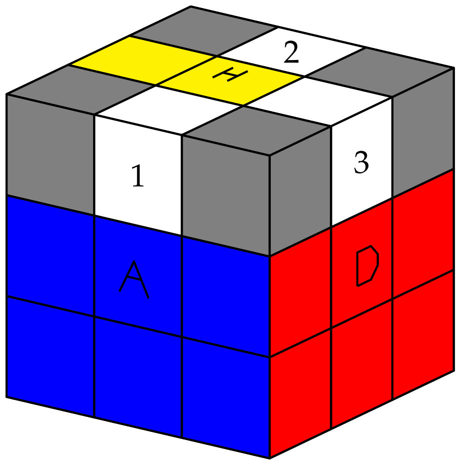


$HD\bar{H}\bar{D}.\bar{H}\bar{A}HA$

LA CROIX DÉSORDONNÉE

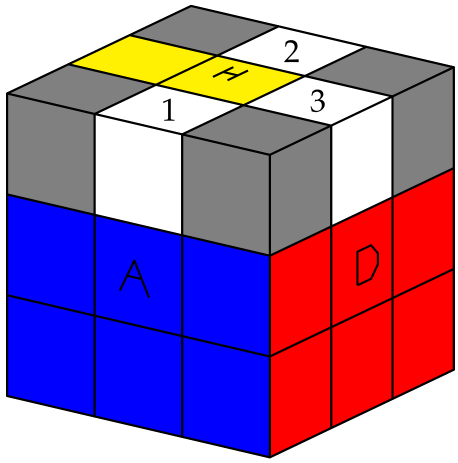


$A.DH\bar{D}\bar{H}.\bar{A}$



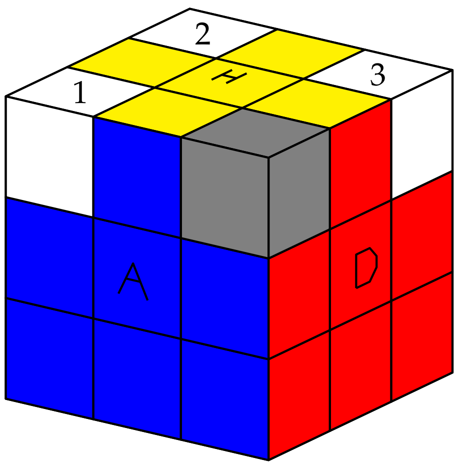
$\bar{P}.\bar{D}\bar{H}DH.P$

La croix ordonnée

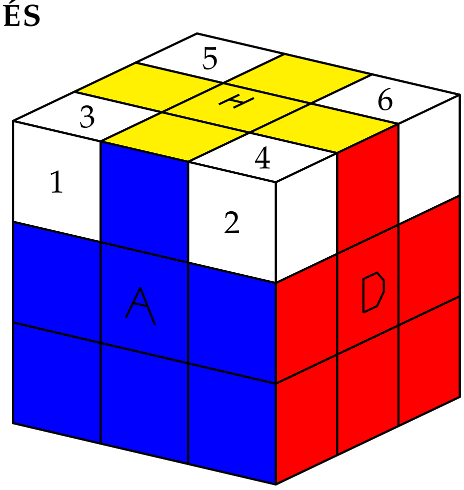


$$H^2\bar{D}H^2D.H\bar{D}HD$$

Les coins ordonnés

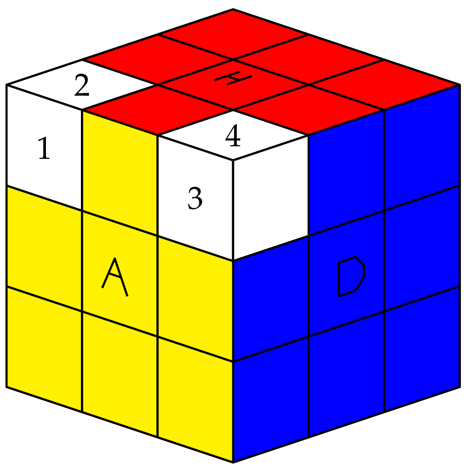


$$\bar{G}.HD\bar{H}.G.H\bar{D}\bar{H}$$



$$A.(DH\bar{D}\bar{H})^3.\bar{A}$$

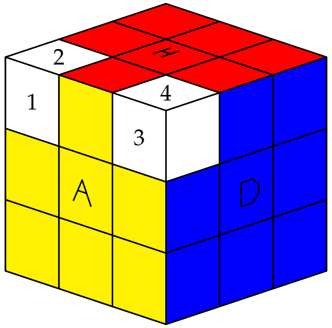
Le final



$$H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.\bar{A}.\bar{G}PGHP\bar{H}.A$$

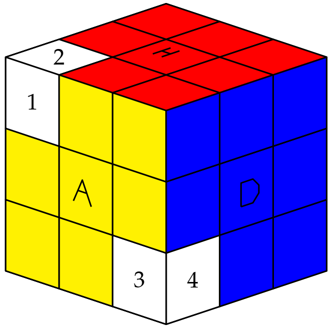
Le final

Les deux codes suivants permettent de terminer, ils se ressemblent beaucoup :



1 va en 2 et 3 en 4.

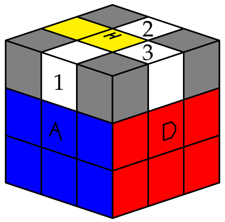
$[\iota]$ $H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.\bar{A}.\bar{G}PGHP\bar{H}.A$



1 va en 2 et 3 en 4.

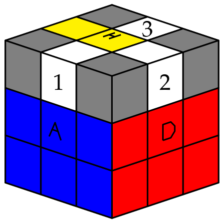
$[\kappa]$ $H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.A^2.\bar{G}PGHP\bar{H}.A^2$

Bonus



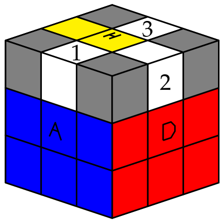
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\bar{\gamma}]$ $A.HD\bar{H}\bar{D}.\bar{A}$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\bar{\delta}]$ $\bar{P}.\bar{H}\bar{D}HD.P$

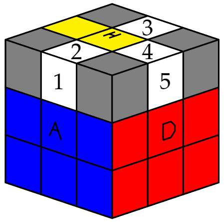


1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\lambda]$ $PH^2\bar{P}H^2.\bar{P}DP\bar{D}$

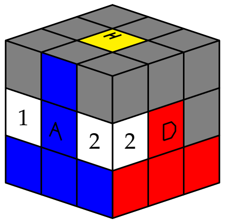
1 va en 3, 3 en 2 et 2 en 1

$[\bar{\lambda}]$ $D\bar{P}\bar{D}P.H^2PH^2\bar{P}$



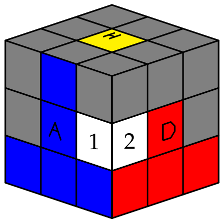
1 en 2, 2 en 1, 3 en 4 et 5 en 3.

$H\bar{A}\bar{H}\bar{G}HGA$



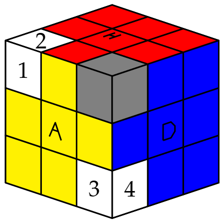
1 va en 2 et 2 en 1

$A^2H^2A^2H^2A^2$



1 en 2 et 2 en 1

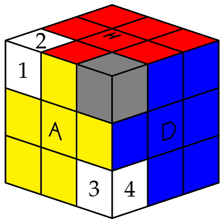
$GB.A\bar{D}\bar{A}\bar{B}ABD.\bar{B}\bar{G}$



1 en 2, 2 en 1, 4 en 3 et 3 en 4

$(A\bar{D}\bar{A}D.D\bar{H}\bar{D}H.H\bar{A}\bar{H}A)^2$

$A\bar{D}\bar{A}D$ 6 fois en tournant le cube d'un tiers autour du coin supérieur droit.



2 en 1, 1 en 2, 3 en 4 et 4 en 3

$(\bar{A}HA\bar{H}.\bar{H}DH\bar{D}.\bar{D}AD\bar{A})^2$

$\bar{A}HA\bar{H}$ 6 fois en tournant le cube d'un tiers autour du coin supérieur droit.

Post-scriptum

Voilà mes codes préférés (à faire en partant du cube résolu !) :

Six damiers : $A^2P^2D^2G^2H^2B^2$
Deux damiers : $(A^2D^2P^2G^2)^3$
Quatre damiers : $(A^2H^2P^2B^2)^3(D^2H^2G^2B^2)^3$

Le Rubik : $\bar{H}A\bar{D}H\bar{A}D\bar{G}H\bar{P}D\bar{H}P\bar{D}G$
Le double cube : $\bar{A}DH^2\bar{D}\bar{H}PH^2\bar{P}HAP\bar{G}B^2GB\bar{A}B^2A\bar{B}\bar{P}$
Le serpent : $PD\bar{G}\bar{B}D^2BG\bar{D}\bar{P}D^2HP^2\bar{H}BD^2\bar{B}$

Rubik's Cube

Petite méthode pour résoudre le cube en moins de 2 minutes

16 novembre 2011

Le Rubik's Cube

Le Rubik's Cube a été inventé en 1974 par le sculpteur et architecte Ernò Rubik, il devient très populaire au début des années 80.
Il y a $8! \times 3^7 \times 12! \times 2^{10} = 43\,252\,003\,274\,489\,856\,000$ configurations de départ. ($8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$)
Quand la première face est faite, il reste 1672 151 040 possibilités.

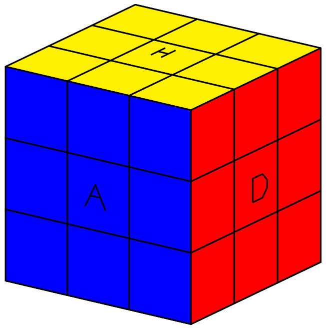
Le Rubik's Cube illustre une partie passionnante des mathématiques : la théorie des groupes. Cette théorie a été développée vers 1820 par le français Évariste Gallois. Le groupe du Rubik's Cube a été très étudié, on sait par exemple que le mouvement A^2D^2 est d'ordre 6, c'est à dire qu'en le refaisant 6 fois, on retombe sur la configuration de départ. AD^2BG^2 est d'ordre 99, $ADPG$ d'ordre 315... Le plus grand ordre est 1260.
Les apprentis mathématiciens reconnaitront d'ailleurs dans les codes proposés des expressions algébriques de la théorie des groupes.

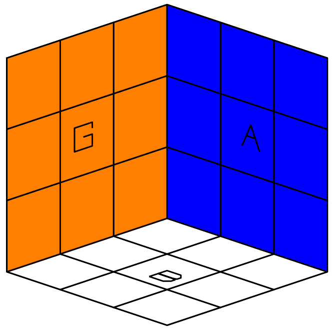
En 2010, des mathématiciens et informaticiens ont calculé **le nombre de Dieu**. Ce nombre correspond au nombre maximal de mouvements nécessaires à la résolution de toutes les configurations du cube. Après 30 ans de recherche, on sait maintenant qu'il est égal à 20.

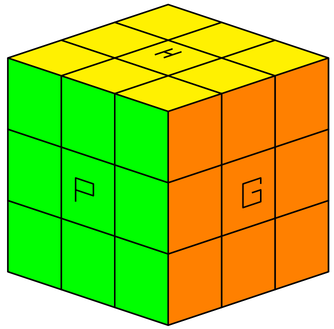
Il y a de nombreuses compétitions, la World Cube Association les encadre.
Le record de vitesse de résolution est 6,65 *s* réalisé en janvier 2011 à Melbourne par Feliks Zemdegs.
Le record à l'aveugle est 30,90 *s*. Avec une main 11,19 *s*. Avec les pieds 31,56 *s*...
La compétition du Fewest Moves consiste à trouver en 1h avec pour seuls outils du papier et un crayon les mouvements minimums nécessaires pour résoudre un cube mélangé. Le record est de 22. Le nombre de Dieu n'est pas loin, mais 22 a été obtenu avec un cerveau humain, pas un ordinateur !

Une méthode

La méthode proposée ici consiste à reconstruire le cube étage par étage, c'est une des plus simples, elle ne demande que 8 à 10 codes à apprendre. Elle permet avec de l'entrainement de résoudre le cube en moins de deux minutes et même moins d'une minute pour les experts. Pour améliorer votre performance, il faudra apprendre davantage de codes...







On utilise le codage des faces suivant :

A la face en Avant,
D la face à Droite,
G la face à Gauche,

H la face du Haut,
B la face du Bas,
P la face Postérieure.

Ce codage est indépendant des couleurs, il est lié au choix de la face Avant.
Si on imagine une horloge sur la face Avant, on peut tourner cette face :
– d'un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre, on note ce mouvement A,
– d'un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, on note ce mouvement $\bar{A}$.
De même pour les autres faces selon le même principe.

On note A^2 deux mouvements A successifs, A^3 trois mouvements A successifs...
On a $A\bar{A} = Id$, c'est à dire le mouvement identique : cela ne change rien !
Donc $A^4 = H^4 = D^4 = ... = Id$. De l'algèbre facile à manipuler directement sur le cube.
Chacun des mouvements qui suit possède son contraire, il est facile de le calculer soit même $\overline{AHD} = \bar{D}\bar{H}\bar{A}$

Première couronne

La première étape consiste à reconstituer une face complète avec la première couronne, c'est à dire le premier étage.
Pas de méthode dirigée pour cette partie.

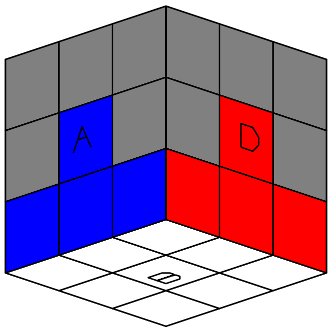
Il est au début plus rapide de toujours commencer par la même face, par exemple la blanche.

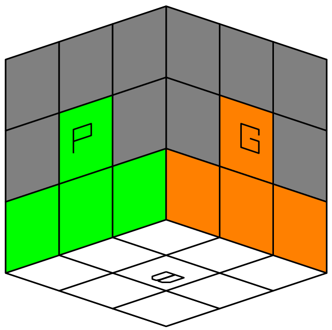
Remarquez que seuls les 6 cubes centraux de chaque face ne se déplacent pas. Il faut donc reconstituer une face autour du carré central de la couleur choisie.
Certains préfèrent placer ensuite les 4 cubes centraux, pour former une croix, mais cela demande de la mémoire pour savoir quelles couleurs opposer.
D'autres commencent par une ligne, puis suivent les arêtes, ce qui a l'avantage de ne pas se tromper de couleurs.

Pour améliorer sa vitesse de résolution, il est essentiel d'apprendre par coeur les couples de faces opposées :

- La face Blanche est opposée à la face Jaune,
- La face Bleue est opposée à la face Verte,
- La face Rouge est opposée à la face Orange.

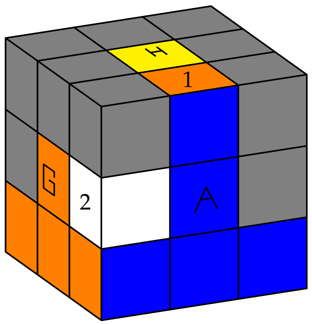
Cette étape est la plus longue à réaliser, elle permet aussi de se familiariser avec le Rubik's Cube.
Et voilà le résultat :





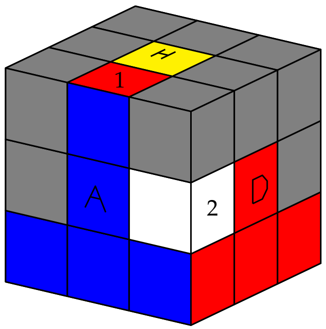
Deuxième couronne

La première face (Blanche) et sa couronne est reconstituée.
Pour placer la deuxième couronne, il faut examiner la face H et repérer les cubes centraux qui appartiennent aux deuxième étage. (Ceux qui ne sont pas jaunes !)
Parfois ces cubes mal placés sont déjà au deuxième étage, mais on peut les chasser en utilisant aussi les mouvements suivants.



Le cube 1 va en 2.

$[\alpha]$ $\bar{H}\bar{G}HG.HA\bar{H}\bar{A}$

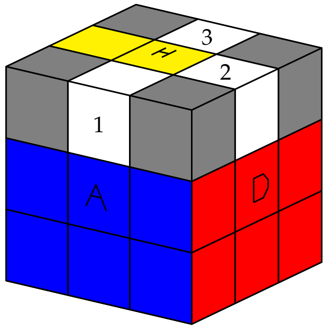


Le cube 1 va en 2.

$[\beta]$ $HD\bar{H}\bar{D}.\bar{H}\bar{A}HA$

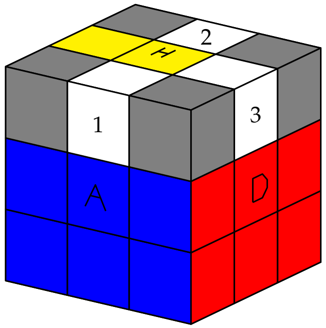
Troisième couronne - La croix

Les deux premières couronnes sont reconstituées.
Il faut tout d'abord former une croix sur la face H.
En alternant les mouvements γ et δ, on obtient la croix attendue, elle n'est pas forcément ordonnée.
Dans ce cas, les mouvements ϵ ou ζ terminent le travail.



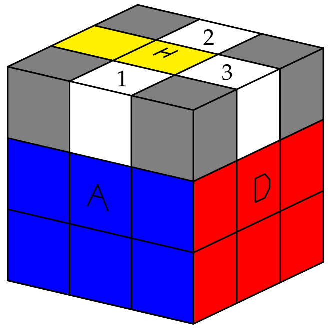
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\gamma]$ $A.DH\bar{D}\bar{H}.\bar{A}$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1

$[\delta]$ $\bar{P}.\bar{D}\bar{H}DH.P$



1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1.

$[\epsilon]$ $H^2\bar{D}H^2D.H\bar{D}HD$

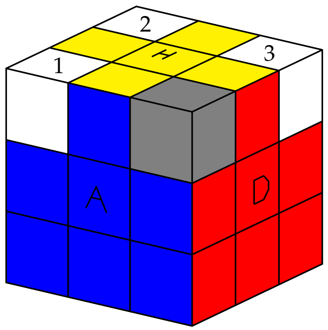
1 va en 3, 3 en 2 et 2 en 1.

$[\zeta]$ $\bar{D}\bar{H}D\bar{H}.\bar{D}H^2DH^2$

Évidemment $\zeta = \epsilon^2$

Troisième couronne - Les coins

Les deux premières couronnes et la croix sont reconstituées.
On va placer les coins. Soit un coin est déjà en place soit aucun ne l'est.



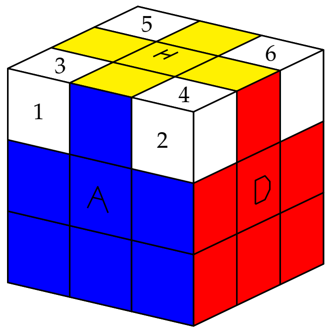
1 va en 2, 2 en 3 et 3 en 1.

$[\eta]$ $\bar{G}.HD\bar{H}.G.H\bar{D}\bar{H}$

1 en 3, 3 en 2 et 2 en 1.

$[\bar{\eta}]$ $HD\bar{H}.\bar{G}.H\bar{D}\bar{H}.G$

Évidemment $\eta^2 = \bar{\eta}$ et $\eta^3 = Id$



1 va en 4, 2 en 3, 5 en 6 et 6 en 5.

$[\theta]$ $A.(DH\bar{D}\bar{H})^3.\bar{A}$

Évidemment $\theta^2 = Id$

Rubik's Cube

Aide mémoire pour résoudre le cube en moins de 2 minutes et 8 mouvements

16 novembre 2011

Première couronne

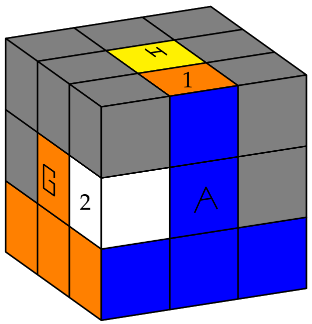
La face **Blanche** est opposée à la face **Jaune**

La face **Bleue** est opposée à la face **Verte**

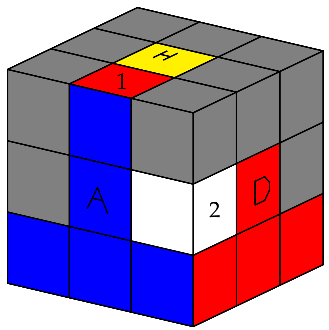
La face **Rouge** est opposée à la face **Orange**

Deuxième couronne

A comme Avant, *H* comme Haut, *D* comme Droite, *G* comme Gauche, *P* comme postérieur, *B* comme Bas.
A, *H*, *D*, *G*, *P*, *B* désignent un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre.
$\bar{A}$, $\bar{H}$, $\bar{D}$, $\bar{G}$, $\bar{P}$, $\bar{B}$ désignent un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

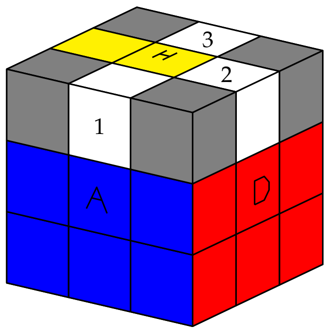


$\bar{H}\bar{G}HG.HA\bar{H}\bar{A}$

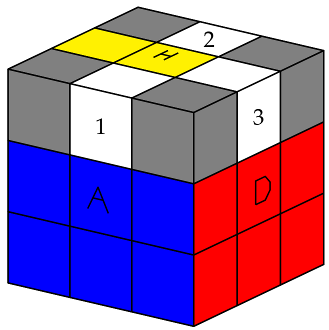


$HD\bar{H}\bar{D}.\bar{H}\bar{A}HA$

La croix désordonnée



$A.DH\bar{D}\bar{H}.\bar{A}$



$\bar{P}.\bar{D}\bar{H}DH.P$

Rubik's Cube

Aide mémoire pour résoudre le cube en moins de 2 minutes et 8 mouvements

16 novembre 2011

Première couronne

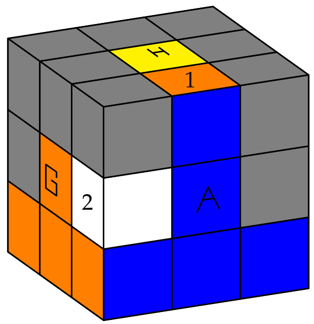
La face **Blanche** est opposée à la face **Jaune**

La face **Bleue** est opposée à la face **Verte**

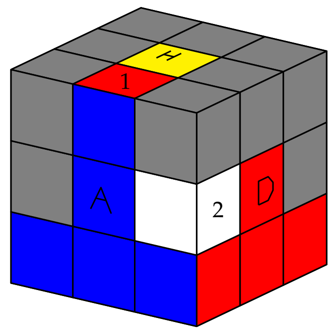
La face **Rouge** est opposée à la face **Orange**

Deuxième couronne

A comme Avant, *H* comme Haut, *D* comme Droite, *G* comme Gauche, *P* comme postérieur, *B* comme Bas.
A, *H*, *D*, *G*, *P*, *B* désignent un quart de tour dans le sens des aiguilles d'une montre.
$\bar{A}$, $\bar{H}$, $\bar{D}$, $\bar{G}$, $\bar{P}$, $\bar{B}$ désignent un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

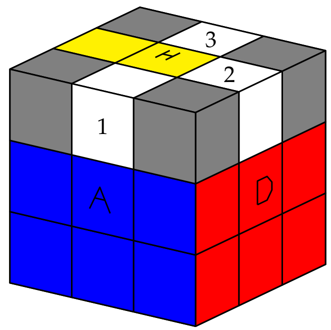


$\bar{H}\bar{G}HG.HA\bar{H}\bar{A}$

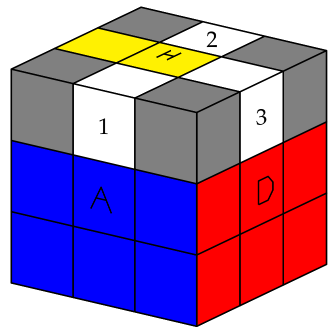


$HD\bar{H}\bar{D}.\bar{H}\bar{A}HA$

La croix désordonnée

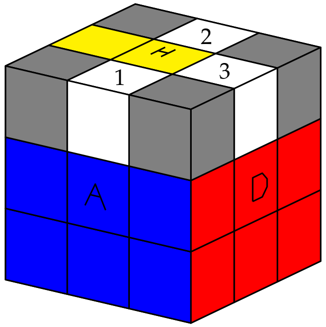


$A.DH\bar{D}\bar{H}.\bar{A}$



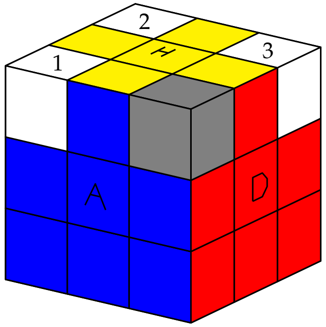
$\bar{P}.\bar{D}\bar{H}DH.P$

La croix ordonnée

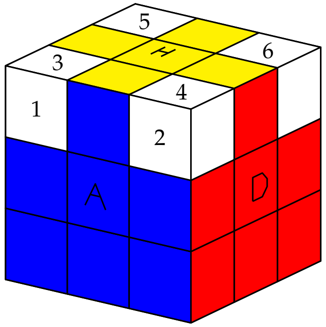


$H^2\bar{D}H^2D.H\bar{D}HD$

Les coins ordonnés

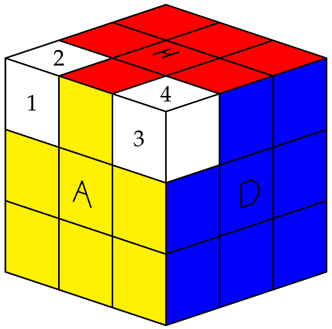


$\bar{G}.HD\bar{H}.G.H\bar{D}\bar{H}$



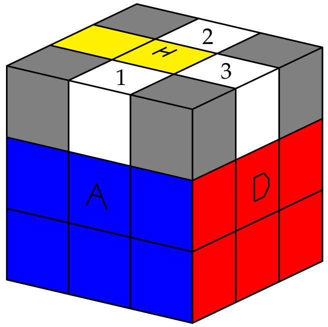
$A.(DH\bar{D}\bar{H})^3.\bar{A}$

Le final



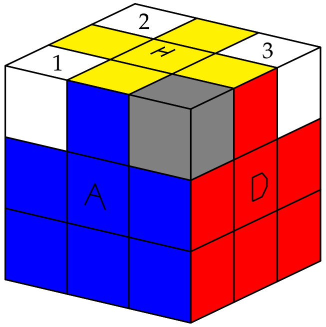
$H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.\bar{A}.\bar{G}PGHP\bar{H}.A$

La croix ordonnée

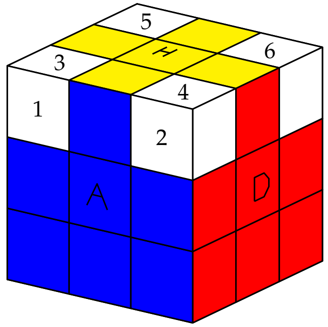


$H^2\bar{D}H^2D.H\bar{D}HD$

Les coins ordonnés

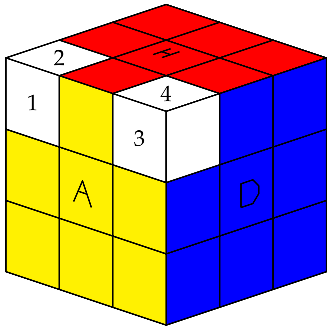


$\bar{G}.HD\bar{H}.G.H\bar{D}\bar{H}$



$A.(DH\bar{D}\bar{H})^3.\bar{A}$

Le final



$H\bar{P}\bar{H}\bar{G}\bar{P}G.\bar{A}.\bar{G}PGHP\bar{H}.A$

Fabrice ARNAUD - 16 novembre 2011- Sous Licence Creative Commons - (CC BY SA 2.0)