14 SEMAINES AVANT LE BREVET

Léonhard Euler
1707-1783 - Suisse

Exercice

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1	**Programme n° 2**
• Choisir un nombre ; • Lui ajouter 1 ; • Calculer le carré de la somme obtenue ; • Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.	• Choisir un nombre ; • Calculer le double de ce nombre ; • Ajouter 1.

1. On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec ces deux programmes ?

2. Démontrer que quelque soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont identiques.

Problème

Dans le cadre d'un projet pédagogique, des professeurs préparent une sortie au Mont Saint Michel avec les 48 élèves de troisième.

Partie 1 : Financement de la sortie
Le coût total de cette sortie (bus, hébergement et nourriture, activités, ...) s'élève à 120 € par élève.

1. Le foyer du collège propose de prendre en charge 15% du coût total de cette sortie. Quelle est la somme prise en charge par le foyer ?

2. Les professeurs décident d'organiser une tombola. Chaque élève dispose d'une carte contenant 20 cases qu'il doit vendre à 2€ la case. En décembre, les professeurs font le point avec les 48 élèves sur le nombre de cases vendues par chacun d'entre eux. Voici les résultats obtenus :

Nombre de cases vendues	10	12	14	15	16	18	20
Nombre d'élèves	5	12	9	7	5	6	4

a. Quel est le nombre total de cases déjà vendues en décembre ? Quelle somme d'argent cela représente-t-il ?

b. Quel est le pourcentage d'élèves ayant vendu 15 cases ou moins ? (arrondir à l'unité).

c. Quel est le nombre moyen de cases vendues par élève ? (arrondir à l'unité).

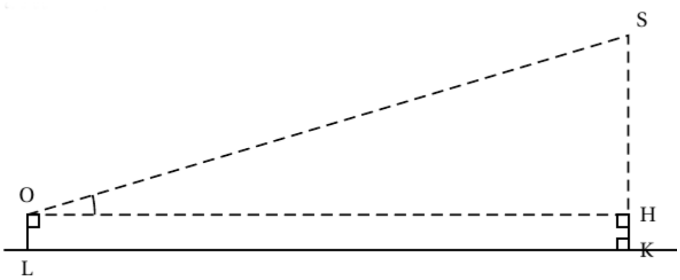
3. Les 92 lots à gagner sont les suivants : un vélo ; un lecteur DVD ; 20 DVD ; 20 clés USB de 4 GO ; 50 sachets de chocolats. Ces lots sont fournis gratuitement par trois magasins qui ont accepté de sponsoriser le projet. Le tirage au sort a lieu au mois de mars. Les 960 cases ont toutes été vendues. Une personne a acheté une case.

a. Quelle est la probabilité que cette personne gagne un lot ? (arrondir au centième)

b. Quelle est la probabilité que cette personne gagne une clé USB ? (arrondir au centième)

Partie 2 : Travail effectué en mathématiques sur le Mont

1. Alexandre souhaite savoir à quelle distance il se trouve du Mont à l'aide d'un théodolite (appareil servant à mesurer des angles). Il sait que le sommet S du Mont est à 170 m d'altitude. Son oeil (O sur le dessin) étant situé à $1,60$ m du sol, il obtient la mesure suivante : $\widehat{SOH} = 25°$. (Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle).
À quelle distance LK du Mont se trouve-t-il ? (Donner une valeur approchée au mètre).



2. Sachant que le Mont est inscrit dans un rectangle de 225 m sur 285 m. Calculer la superficie de la partie émergée du Mont.

14 SEMAINES AVANT LE BREVET

- Programme de calcul ;
- Identité remarquable ;
- Moyenne pondérée ;
- Probabilités ;
- Trigonométrie ;

Exercice

1.
En prenant 5 on obtient :

Avec le programme 1 : $5+1=6$; $6^2=36$; $36-5^2=36-25=\boxed{11}$

Avec le programme 2 : $2\times5=10$; $10+1=\boxed{11}$

2.
Notons n le nombre choisi au départ.
Le programme 1 devient : $(n+1)^2-x^2$
Le programme 2 devient : $2n+1$
Or $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$
$\boxed{\text{Cela prouve que les deux programmes sont équivalents.}}$

Problème

Partie 1

1.
$120€\times\dfrac{15}{100}=\boxed{18€}$

2.a
$5\times10+12\times12+9\times14+7\times15+5\times16+6\times18+4\times20=693$

$693\times2\text{ €}=1386\text{ €}$
$\boxed{\text{Cette vente représente 1386 €}}$

2.b
Il y a $5+12+9+7=33$ élèves sur 48 qui ont vendu 15 cases ou moins.
$\dfrac{15}{48}=0,75$
$\boxed{\text{75\% des élèves qui ont vendu 15 cases ou moins.}}$

2.c
Il faut faire la moyenne des cases vendues pondérée par le nombre d'élèves, c'est à dire :
$$\frac{5\times10+12\times12+9\times14+7\times15+5\times16+6\times18+4\times20}{5+12+9+7+5+6+4}=\frac{693}{48}=14,4375$$
$\boxed{\text{La moyenne des cases vendues par élève est donc 14 à 1 case près.}}$

3.a
Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

Il y a 960 cases vendues pour 92 lots à gagner.
$\boxed{\text{La probabilité de gagner un lot est donc } \dfrac{92}{960}\approx0,01 \text{ à } 0,01 \text{ près.}}$

3.bă
Il y a 20 clés USB à gagner et 960 cases vendues.
$\boxed{\text{La probabilité de gagner une clés USB est donc } \dfrac{20}{960}\approx0,02 \text{ à } 0,01 \text{ près.}}$

Partie 2

1.ă
Dans le triangle SOH rectangle en H.
$SH=170\ m-1,60\ m=168,40\ m$

$\tan\left(\widehat{SOH}\right)=\dfrac{SH}{OH}$
Ainsi $OH\times\tan25°=168,40\ m$
Donc $\boxed{OH=\dfrac{168,40\ m}{\tan25°}\approx361\ m \text{ à } 1\ m \text{ près.}}$

2.
$225\ m\times285\ m=64\,125\ m^2$