

Activités numériques

Exercice 1

1. Réponse b. $\frac{1}{3}$

En effet nous sommes bien dans une situation d'équiprobabilité. Il y a trois portes possibles et une seule derrière laquelle se trouve une voiture.

2. Réponse b. diminuée

La probabilité est maintenant de $\frac{1}{4}$, or $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

Exercice 2

1. $\frac{10^5 + 1}{10^5} = \frac{100\ 000 + 1}{100\ 000} = \frac{100\ 001}{100\ 000} = 1,000\ 01$

2. Il est évident que $10^{15} < 10^{15} + 1$ donc $\frac{10^{15} + 1}{10^{15}} > 1$

On peut aussi dire que pour qu'un quotient soit égal à 1, il faut et suffit que les numérateurs et dénominateurs soient égaux. Or ici, ils sont différents.

Antoine a donc raison

Exercice 3

Il court 1 km en 4 min 30 s donc il courra 42 km en $42 \times 4\ min\ 30\ s$ c'est à dire 189 min ou encore 3 h 09 min

Il lui reste alors 195 m qu'il courra en moins de 4 min 30 s

Ainsi comme $3\ h\ 09\ min + 4\ min\ 30\ s = 3\ h\ 13\ min\ 30\ s$,

il mettra moins de 3 h 30 min pour finir le marathon.

Pour ceux qui aiment les précisions, on peut aussi calculer exactement le temps de parcours.

Il court 1 km = 1 000 m en 4 min 30 s = 270 s. Donc il mettra $\frac{195\ m \times 270\ s}{1\ 000\ m} = 52,65\ s$ pour faire 195 m.

Cela confirme la première approximation précédente, il courra le marathon en 3 h 09 min 52 s 65". Ce qui est un bon temps !

1. Calculons $\left(4 \times \frac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$.

$\frac{3}{4}n$ n'est pas une solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$

Calculons $(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$

0 est une solution de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$

2. Plusieurs méthodes à notre disposition :

On factorise :

$$(4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2 = [(4x - 3) + 3][(4x - 3) - 3] = (4x - 3 + 3)(4x - 3 - 3) = 4x(4x - 6)$$

Ou alors on développe chaque membre de l'égalité :

$$(4x - 3)^2 - 9 = 16x^2 - 24x + 9 - 9 = 16x^2 - 24x$$

$$4x(4x - 6) = 16x^2 - 24x$$

Ainsi pour tout nombre x , $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$

3.

$$(4x - 3)^2 - 9 = 0$$

$$4x(4x - 6) = 0$$

Si un produit de facteurs est nul alors un des facteurs est nul

$$4x = 0 \text{ ou } 4x - 6 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } 4x = 6$$

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

Il y a deux solutions à cette équation, $x = 0$ et $x = \frac{3}{2}$

Activités géométriques

Exercice 1

1.a $L'aire\ de\ ABCD\ est\ (40\ cm)^2 = 1\ 600\ cm^2$

1.b $L'aire\ de\ DEFG\ est\ 25\ cm \times 65\ cm = 1\ 625\ cm^2$

2. Posons x la longueur en centimètre du carré $ABCD$

L'aire du carré $ABCD$ est x^2 .

L'aire du rectangle $DEFG$ est $(x - 15)(x + 25)$

Il faut donc résoudre l'équation :

$$x^2 = (x - 15)(x + 25)$$

$$x^2 = x^2 + 25x - 15x - 375$$

$$0 = 10x - 375$$

$$10x = 375$$

$$x = 37,5$$

Vérifions nos calculs

L'aire de $ABCD$ est dans ce cas de $(37,5\ cm)^2 = 1406,25\ cm^2$

L'aire de $DEFG$ est dans ce cas de $22,5\ cm \times 62,5\ cm = 1406,25\ cm^2$

$$AB = 37,5\ cm$$

Exercice 2

1. $V = \frac{\pi \times (2\ cm)^2 \times 5\ cm}{3} = 20\pi\ cm^3$

$$V = 21\ cm^3$$

2. B est le milieu de $[OA]$. Le petit cône a donc des mesures de longueurs deux fois plus petites que le grand cône. Il s'agit d'une réduction du grand cône.

Le volume du petit cône est $2^3 = 8$ fois plus petit que celui du grand cône.

L'affirmation est fausse.

Exercice 3

Le triangle ABC est rectangle en A

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$300^2 + 400^2 = BC^2$$

$$BC^2 = 9\ 000 + 16\ 000 = 25\ 000$$

$$BC = 500$$

Les droites (BD) et (AE) sont sécantes en C .

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$

$$\frac{400\ m}{1\ 000\ m} = \frac{500\ m}{CD} = \frac{300\ m}{DE}$$

Donc $CD = \frac{1\ 000 \times 500}{400} = 1250$

et $DE = \frac{300 \times 1\ 000}{400} = 750$

$$\text{La longueur réelle du parcours est } 300\ m + 500\ m + 1\ 250\ m + 750\ m = 2\ 800\ m$$

Pour les allergiques à Thalès, il était possible d'utiliser le théorème de Pythagore pour trouver BC et ensuite la trigonométrie dans le triangle CDE rectangle en E . (En effet si deux droites sont parallèles alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre).

Les angles \widehat{ACB} et \widehat{DCE} sont opposés par le sommet, donc égaux.

Et dans le triangle ABC rectangle en A , $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{300}{400} = 0,75$

Dans le triangle CDE rectangle en E , $\tan \widehat{DCE} = \frac{DE}{CE} = 0,75$.

Ainsi $\frac{DE}{1000} = 0,75$ d'où $DE = 750\ m$.

Reste à utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle CDE rectangle en E .

$$EB^2 + ED^2 = CE^2$$

$$1\ 000^2 + 750^2 = CD^2$$

$$CD^2 = 1\ 562\ 500$$

D'où $CD = 1\ 250\ m$

Ouf!!!

Problème

Partie I

1. $10\text{ h }30\text{ min} - 9\text{ h }35\text{ min} = 55\text{ min}$

2.a $1\ 113 - 152 - 143 - 164 - 189 - 157 - 163 = 145$. Il y a eu 145 passager le mercredi.

2.b $\frac{1\ 113}{7} = 159$. Il y a eu 159 passagers en moyenne cette semaine là.

3.a $\text{SOMME}(\text{B2}:\text{H2})$ ou $\text{B2}+\text{C2}+\text{D2}+\text{E2}+\text{F2}+\text{G2}+\text{H2}$

3.b $\text{MOYENNE}(\text{B2}:\text{H2})$ ou $\text{I2}/7$ ou $\text{SOMME}(\text{B2}:\text{H2})/7$ ou $(\text{B2}+\text{C2}+\text{D2}+\text{E2}+\text{F2}+\text{G2}+\text{H2})/7$

4. Calculons ce que représente 80% de 190. $190 \times \frac{80}{100} = 152$

L'objectif est donc largement atteint puisque $166 > 152$

Ou alors on se demande quel pourcentage représente 166 par rapport à 190.

$$\frac{166}{190} \simeq 0,87$$

166 représente environ 87% du total des passagers. ! C'est bon !!

Partie II

1. Il faut calculer la distance parcourue par le signal en $0,000\ 3\text{ s}$ à $300\ 000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$
 $300\ 000\text{ km}\cdot\text{s}^{-1} \times 0,000\ 3\text{ s} = 90\text{ km}$

Le signal a fait 90 km aller-retour, l'avion est donc à 45 km.

2. Le triangle RIA est rectangle en I .

$$\sin(5^\circ) = \frac{AI}{AR} \text{ donc } \sin(5^\circ) = \frac{AI}{45\text{ km}}$$

Ainsi $AI = 45\text{ km} \times \sin(5^\circ) \simeq 3900\text{ m}$ à 100 m près

Partie III

1. Il aura parcouru 450 m

2. Parce que à partir de 22 s l'avion est à l'arrêt.

3. 20 s