

14 SEMAINES AVANT LE BREVET

Exercice Centres étrangers - Juin 2012

Voici deux programmes de calcul :

Programme n° 1

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 1 ;
- Calculer le carré de la somme obtenue ;
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.

Programme n° 2

- Choisir un nombre ;
- Calculer le double de ce nombre ;
- Ajouter 1.



Léonhard Euler
1707-1783
Suisse

1. On choisit 5 comme nombre de départ.

Quel résultat obtient-on avec ces deux programmes ?

2. Démontrer que quelque soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont identiques.

Problème Centres étrangers - Juin 2012

Dans le cadre d'un projet pédagogique, des professeurs préparent une sortie au Mont Saint Michel avec les 48 élèves de troisième.

Partie 1 : Financement de la sortie

Le coût total de cette sortie (bus, hébergement et nourriture, activités, ...) s'élève à 120 € par élève.

1. Le foyer du collège propose de prendre en charge 15% du coût total de cette sortie. Quelle est la somme prise en charge par le foyer ?

2. Les professeurs décident d'organiser une tombola. Chaque élève dispose d'une carte contenant 20 cases qu'il doit vendre à 2€ la case. En décembre, les professeurs font le point avec les 48 élèves sur le nombre de cases vendues par chacun d'entre eux. Voici les résultats obtenus :

Nombre de cases vendues	10	12	14	15	16	18	20
Nombre d'élèves	5	12	9	7	5	6	4

a. Quel est le nombre total de cases déjà vendues en décembre ? Quelle somme d'argent cela représente-t-il ?

b. Quel est le pourcentage d'élèves ayant vendu 15 cases ou moins ? (arrondir à l'unité).

c. Quel est le nombre moyen de cases vendues par élève ? (arrondir à l'unité).

3. Les 92 lots à gagner sont les suivants : un vélo ; un lecteur DVD ; 20 DVD ; 20 clés USB de 4 GO ; 50 sachets de chocolats. Ces lots sont fournis gratuitement par trois magasins qui ont accepté de sponsoriser le projet. Le tirage au sort a lieu au mois de mars. Les 960 cases ont toutes été vendues. Une personne a acheté une case.

a. Quelle est la probabilité que cette personne gagne un lot ? (arrondir au centième)

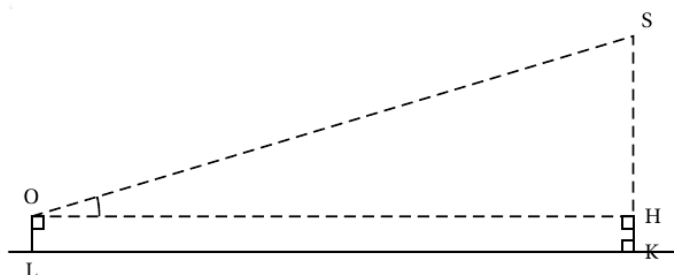
b. Quelle est la probabilité que cette personne gagne une clé USB ? (arrondir au centième)

Partie 2 : Travail effectué en mathématiques sur le Mont

1. Alexandre souhaite savoir à quelle distance il se trouve du Mont à l'aide d'un théodolite (appareil servant à mesurer des angles). Il sait que le sommet S du Mont est à 170 m d'altitude. Son oeil (O sur le dessin) étant situé à 1,60 m du sol, il obtient la mesure suivante : $\widehat{SOH} = 25^\circ$. (Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle).

À quelle distance LK du Mont se trouve-t-il ? (Donner une valeur approchée au mètre).

2. Sachant que le Mont est inscrit dans un rectangle de 225 m sur 285 m. Calculer la superficie de la partie émergée du Mont.



14 SEMAINES AVANT LE BREVET

- Programme de calcul;
- Identité remarquable;
- Moyenne pondérée;
- Probabilités;
- Trigonométrie;

Exercice

1.
En prenant 5 on obtient :

$$\text{Avec le programme 1 : } 5 + 1 = 6; 6^2 = 36; 36 - 5^2 = 36 - 25 = \boxed{11}$$

$$\text{Avec le programme 2 : } 2 \times 5 = 10; 10 + 1 = \boxed{11}$$

2.
Notons n le nombre choisi au départ.
Le programme 1 devient : $(n + 1)^2 - x^2$
Le programme 2 devient : $2n + 1$
Or $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

Cela prouve que les deux programmes sont équivalents.

Problème

Partie 1

1.
 $120\text{€} \times \frac{15}{100} = \boxed{18\text{€}}$

2.a
 $5 \times 10 + 12 \times 12 + 9 \times 14 + 7 \times 15 + 5 \times 16 + 6 \times 18 + 4 \times 20 = 693$

$693 \times 2\text{€} = 1386\text{€}$
Cette vente représente 1386 €

2.b

Il y a $5 + 12 + 9 + 7 = 33$ élèves sur 48 qui ont vendu 15 cases ou moins.

$$\frac{15}{48} = 0,75$$

75% des élèves qui ont vendu 15 cases ou moins.

2.c

Il faut faire la moyenne des cases vendues pondérée par le nombre d'élèves, c'est à dire :

$$\frac{5 \times 10 + 12 \times 12 + 9 \times 14 + 7 \times 15 + 5 \times 16 + 6 \times 18 + 4 \times 20}{5 + 12 + 9 + 7 + 5 + 6 + 4} = \frac{693}{48} = 14,4375$$

La moyenne des cases vendues par élève est donc 14 à 1 case près.

3.a

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

Il y a 960 cases vendues pour 92 lots à gagner.

La probabilité de gagner un lot est donc $\frac{92}{960} \approx 0,01$ à 0,01 près.

3.b.ä

Il y a 20 clés USB à gagner et 960 cases vendues.

La probabilité de gagner une clés USB est donc $\frac{20}{960} \approx 0,02$ à 0,01 près.

Partie 2

1.ä

Dans le triangle SOH rectangle en H .

$$SH = 170\text{ m} - 1,60\text{ m} = 168,40\text{ m}$$

$$\tan(\widehat{SOH}) = \frac{SH}{OH}$$

$$\text{Ainsi } OH \times \tan 25^\circ = 168,40\text{ m}$$

Donc $OH = \frac{168,40\text{ m}}{\tan 25^\circ} \approx 361\text{ m}$ à 1 m près.

2.

$$225\text{ m} \times 285\text{ m} = 64\,125\text{ m}^2$$