15 SEMAINES AVANT LE BREVET

Carl Friedrich Gauss
1777-1855
Allemagne

Exercice 1

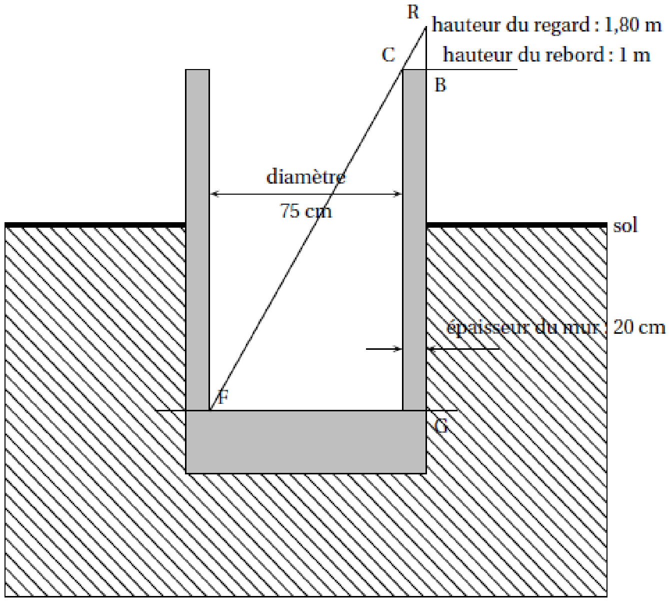
On se donne la fonction $f(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(5x+3)$

1. Développer $f(x)$ et montrer que $f(x) = -6x^2 - 13x + 28$
2. Factoriser $f(x)$ et montrer que $f(x) = (3x-4)(-2x-7)$
3. Calculer $f(-2)$ et $f(\frac{4}{3})$

4. Déterminer tous les antécédents de 0 par la fonction f.

Exercice 2 *Pondichery - Avril 2012*

Un jeune berger se trouve au bord d'un puits de forme cylindrique dont le diamètre vaut $75cm$: il aligne son regard avec le bord inférieur du puits et le fond du puits pour en estimer la profondeur. Le fond du puits et le rebord sont horizontaux. Le puits est vertical.

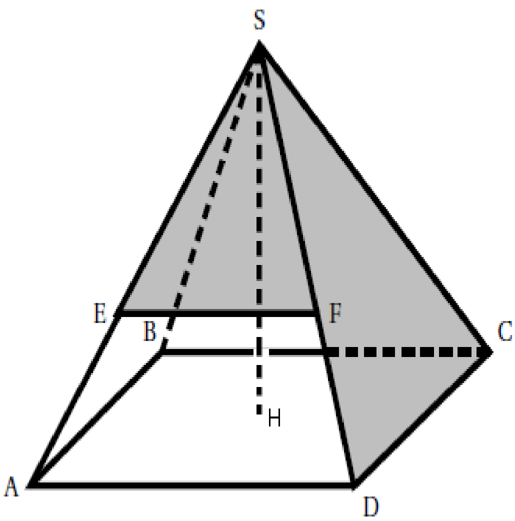


1. En s'aidant du schéma ci-dessous (il n'est pas à l'échelle), donner les longueurs CB, FG, RB en mètres.

2. Calculer la profondeur BG du puits.

3. Le berger s'aperçoit que la hauteur d'eau dans le puits est $2,60\ m$. Le jeune berger a besoin de $1\ m^3$ d'eau pour abreuver tous ses moutons.
En trouvera-t-il suffisamment dans ce puits ?

Exercice 3 *Métropole - Septembre 2012*



On veut réaliser un tipi qui aura la forme d'une pyramide ayant pour base un rectangle $ABCD$ de centre H et pour hauteur $[SH]$ (voir le schéma ci-contre).

Le tipi aura les dimensions suivantes :
$AD = 1,60\ m$, $CD = 1,20\ m$ et $SH = 2,40\ m$.

1. Calculer le volume V de cette pyramide, en m^3.

2. Calculer la longueur BD.

3. L'armature du tipi, constituée du cadre rectangulaire $ABCD$ et des quatre arêtes latérales issues de S, est faite de baguettes de bambou.
a. Montrer que : $SD = 2,60\ m$.
b. On ajoute à l'armature une baguette $[EF]$ comme indiqué sur le dessin de sorte que $(EF)//(AD)$ et $SF = 1,95\ m$.
Calculer EF.

4. On a trouvé dans un magasin des tiges de bambou de $3\ m$.
Une tige peut être coupée pour obtenir deux baguettes mais une baguette ne peut être fabriquée par collage de deux morceaux de bambou.
Combien faut-il acheter de tiges de bambou, au minimum, pour réaliser les neuf baguettes de l'armature du tipi ?

15 SEMAINES AVANT LE BREVET

- Développer une identité remarquable ;
- Factoriser avec un facteur commun ;
- Calculs sur les fractions ;
- Équation produit ;
- Antécédent ;
- Théorème de Thalès ;
- Théorème de Pythagore ;
- Unités de volume ;
- La pyramide ;
- Volume du cylindre.

Exercice 1

On se donne la fonction $f(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(5x+3)$

1.
$f(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(5x+3) = (9x^2 - 24x + 16) - (15x^2 + 9x - 20x - 12)$

$\boxed{f(x) = -6x^2 - 13x + 28}$

2.
$f(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(5x+3) = (3x-4)\left[(3x-4) - (5x+3)\right] = \boxed{(3x-4)(-2x-7)}$

3.
$f(-2) = -6(-2)^2 - 10 \times (-2) + 28 = -6 \times 4 + 20 + 28 = -24 + 48$ donc $\boxed{f(-2) = 24}$

$f(\frac{4}{3}) = -6 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 13 \times \frac{4}{3} + 28 = -6 \times \frac{16}{9} - \frac{40}{3} + 28$

$f\frac{4}{3}) = -\frac{32}{3} - \frac{52}{3} + \frac{84}{3}$ donc $\boxed{f(\frac{4}{3}) = 0}$

4.
D'après la question **3.**, $\frac{4}{3}$ est un antécédent de 0.
Il faut résoudre $f(x) = 0$, on utilise la forme factorisée.

$$(3x-4)(-2x-7) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$\begin{aligned} 3x - 4 &= 0 \\ 3x &= 4 \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} -2x - 7 &= 0 \\ -2x &= 7 \\ x &= -\frac{7}{2} \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Il y a deux antécédents de 0 par } f : \frac{4}{3} \text{ et } \frac{7}{2}}$

Exercice 2

1. On voit que $CB = 20\ cm$, $FG = 20\ cm + 75\ cm = 95\ cm$ et $RB = 1,80\ m - 1\ m = 0,80\ m$

2. Dans le triangle RFG. Comme les droites (CB) et (FG) sont horizontales, elles sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{RB}{RG} = \frac{RC}{RF} = \frac{CB}{GF}$$

$$\frac{0,80\ m}{RG} = \frac{0,2\ m}{0,95\ m}$$

Donc $RG = \dfrac{0,95\ m \times 0,80\ m}{0,2\ m} = 3,8\ m$ ainsi $BG = 3,8\ m - 0,8\ m = 3\ m$

$\boxed{\text{La profondeur du puits mesure } 3\ m}$

3. La hauteur d'eau dans le puits est un cylindre de diamètre 75 cm, donc de rayon $37,5\ cm$, et de hauteur $2,60\ m$.
Le volume d'eau est donc $(0,375\ m)^2 \times \pi \times 2,60\ m = 3,65625 \times \pi\ m^3 \approx 1,148\ m^3$

$\boxed{\text{Il y a donc suffisament d'eau dans le puits.}}$

Exercice 3

On veut réaliser un tipi qui aura la forme d'une pyramide ayant pour base un rectangle $ABCD$ de centre H et pour hauteur $[SH]$ (voir le schéma ci-contre).
Le tipi aura les dimensions suivantes :
$AD = 1,60\ m$, $CD = 1,20\ m$ et $SH = 2,40\ m$.

1. $V = 1,60\ m \times 1,20\ m \times 2,40\ m = 4,608\ m^3$

2. $ABCD$ est un rectangle donc ABD est un triangle rectangle en D.
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A

$$AB^2 + AD^2 = BD^2$$

$$BD^2 = 1,20^2 + 1,60^2 = 1,44 + 2,56 = 4$$

$\boxed{BD = \sqrt{4} = 2,\ BD = 2\ m}$

3. L'armature du tipi, constituée du cadre rectangulaire $ABCD$ et des quatre arêtes latérales issues de S, est faite de baguettes de bambou.
a. Le triangle SHD est rectangle en H
Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu don $HD = 1\ m$
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$HS^2 + HD^2 = SD^2$$

$$SD^2 = 2,40^2 + 1^2 = 4,76 + 1 = 5,76$$

$SD = \sqrt{4,76} = 2,60$ donc $\boxed{SD = 2,60\ m}$

b. Dans le triangle SAD, les droites (EF) et (AD) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{EF}{AD}$$

$\dfrac{1,95\ m}{2,60\ m} = \dfrac{EF}{1,60\ m}$ donc $EF = \dfrac{1,95\ m \times 1,60\ m}{2,60\ m} = 1,2\ m$

$\boxed{EF = 1,20\ m}$

4. Il faudra 4 baguettes de $2,60\ m$, 2 baguettes de $1,60\ m$, 2 baguette de $1,20\ m$ et 1 baguette de $1,20\ m$
Comme $1,60\ m + 1,20\ m = 2,80\ m$, **il faudra 7 tiges de bambou.**