

3 SEMAINES AVANT LE BREVET



Évariste Galois
1811 - 1832
France

EXERCICE 1 France Métropolitaine - Septembre 2011

Dans une salle de cinéma les enfants paient demi-tarif et les adultes paient plein tarif. Deux adultes et cinq enfants ont payé au total 31,50€

1. Combien paiera un groupe composé de quatre adultes et de dix enfants ?
2. Quel est le prix payé par un adulte ?

EXERCICE 2 Asie - Juin 2009

Un train est constitué, à l'aller, de deux locomotive identiques et de dix wagons-citernes du même modèle. Ce train mesure 152 m.

Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160 m de long. Calculer la longueur en mètre d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

PROBLÈME Pondichery - Avril 2012

Rémy dispose de 96 m de grillage avec lesquels il souhaite construire un enclos pour son poney. Il cherche quelle forme donner à son enclos pour que celui-ci ait la plus grande surface possible.

Partie 1

Sa première idée est de réaliser un rectangle avec les 96 m de grillage.

Calculer la longueur et la largeur de ce rectangle sachant que la longueur est le double de la largeur.

Calculer l'aire de ce rectangle de 96 m de périmètre.

Partie 2

Sa deuxième idée est de réaliser un carré.

Calculer l'aire d'un carré de 96 m de périmètre.

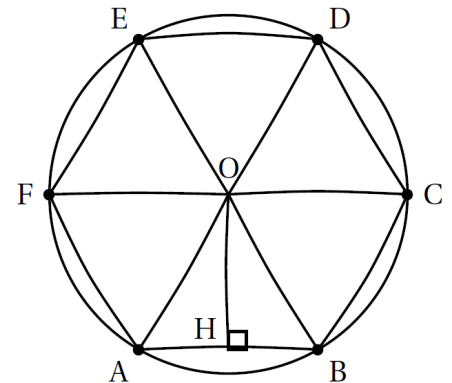
Partie 3

Sa troisième idée est de réaliser un hexagone régulier.

Le schéma ci-contre représente un hexagone régulier $ABCDEF$ de 96 m de périmètre. Il est inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 16 m.

Le segment $[OH]$ est une hauteur du triangle équilatéral OBA .

1. Calculer la longueur OH , exprimée en m. En donner l'arrondi au centimètre près.
2. Calculer l'aire du triangle OBA , exprimée en m^2 et arrondi au $\frac{1}{10}$.
3. En déduire l'arrondi à l'unité de l'aire de cet hexagone régulier.

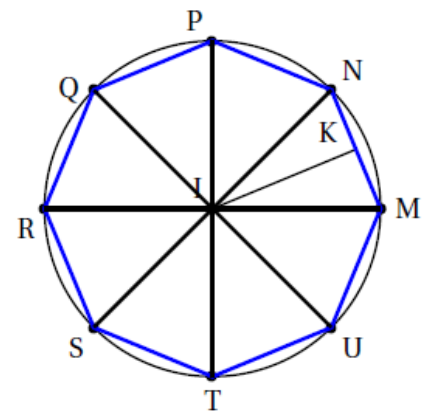


Partie 4

Sa quatrième idée est de réaliser un octogone régulier de 96 m de périmètre.

Cet octogone est inscrit dans un cercle de centre I . Le segment $[IK]$ est une hauteur du triangle isocèle IMN .

1. Vérifier que $MN = 12 m$ dans la réalité.
2. En prenant pour échelle 1 cm pour 3 m représenter le triangle IMN , puis le point K . Laisser apparents tous les traits de construction.
3. Mesurer sur votre plan la longueur IK . Combien de mètres cela représente-t-il dans la réalité ?
4. En déduire l'aire du triangle MIN , puis calculer l'aire d'un octogone régulier de 96 m de périmètre.



Partie 5

Les recherches ont permis à Rémy de remarquer que l'aire d'un polygone régulier de 96 m de périmètre semble augmenter quand on augmente le nombre de ses côtés. Il imagine qu'un enclos circulaire aurait peut-être une surface encore plus grande.

1. Quel rayon faut-il prendre pour avoir un disque de périmètre 96 m ?
2. En déduire l'aire d'un disque ayant pour périmètre 96 m.

3 SEMAINES AVANT LE BREVET

- Statistiques ;
- Feuille de calculs ;
- Système ;

Exercice 1

1. Un groupe de quatre adultes et dix enfants paiera deux fois plus cher qu'un groupe de deux adultes et cinq enfants.

$$31,50 \times 2 = 63\text{€}$$

2. Notons x le prix payé par un adulte.

Le prix pour les enfants est donc $\frac{x}{2} = 0,5x$

On obtient ainsi :

$$4x + 10 \times 0,5x = 63$$

$$4x + 5x = 63$$

$$9x = 63$$

$$x = 7$$

Le prix payé par un adulte est 7€ et pour un enfant 3,50€.

Vérifions : $2 \times 7\text{€} + 5 \times 3,50\text{€} = 14\text{€} + 17,50\text{€} = 31,50\text{€}$. C'est bon !

Exercice 2

Notons x la longueur en mètre d'un wagon citerne et y la longueur d'une locomotive.

On obtient le système suivant

$$\begin{cases} 10x + 2y = 152 & (1) \\ 12x + y = 160 & (2) \end{cases}$$

Utilisons la méthode par substitution :

Dans l'équation (2) on a : $y = 160 - 12x$

En substituant dans (1) on trouve :

$$10x + 2(160 - 12x) = 152$$

$$10x + 320 - 24x = 152$$

$$320 - 152 = 24x - 10x$$

$$168 = 14x$$

$$x = \frac{168}{14} = 12$$

Ainsi $y = 160 - 12 \times 12 = 160 - 144 = 16$

Vérifions :

$$10 \times 12 \text{ m} + 2 \times 16 \text{ m} = 120 \text{ m} + 32 \text{ m} = 152 \text{ m} \text{ et } 12 \times 12 \text{ m} + 16 \text{ m} = 144 \text{ m} + 16 \text{ m} = 160 \text{ m}$$

Un wagon citerne mesure 12 m et une locomotive 16 m

Exercice 3

Première partie

Si on note x la largeur en mètre du rectangle, la longueur est donc $2x$.

Le périmètre est $2 \times (x + 2x) = 6x$

$$\text{Ainsi } 6x = 96 \text{ et } x = \frac{96}{6} = 16$$

C'est un rectangle de 32 m de long sur 16 m de large et on a bien $2 \times (32 \text{ m} + 16 \text{ m}) = 2 \times 48 \text{ m} = 96 \text{ m}$

Son aire est $32 \text{ m} \times 16 \text{ m} = 512 \text{ m}^2$

Seconde partie

Notons x le côté du carré et on a : $4x = 96$ d'où $x = \frac{96}{4} = 24$

Le carré a un côté de 24 m

Son aire est $24 \text{ m} \times 24 \text{ m} = 576 \text{ m}^2$

Troisième partie

1. $ABCDEF$ est un hexagone régulier. Ainsi $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

Le triangle AOB est donc isocèle avec un angle à 60° : c'est un triangle équilatéral de côté 16 m. On a bien $16 \text{ m} \times 6 = 96 \text{ m}$

La hauteur $[OH]$ coupe donc le segment $[AB]$ en deux parties égales.

Dans le triangle AOH rectangle en H , d'après le théorème de Pythagore :

$$HA^2 + HO^2 = AO^2$$

$$8^2 + HO^2 = 16^2$$

$$64 + HO^2 = 256$$

$$HO^2 = 192$$

$$HO = \sqrt{192} = \sqrt{64 \times 3} = 8\sqrt{3} \approx 13,86 \text{ m}$$

$HO \approx 13,86 \text{ m}$ au centimètre près

2. L'aire d'un triangle s'obtient par la formule $\frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

$$\text{L'aire de } OBA : \frac{16 \text{ m} \times \sqrt{192} \text{ m}}{2} \approx 110,9 \text{ m}^2$$

3. L'aire de l'hexagone est : $6 \times 110,9 \text{ m}^2 = 665,4 \text{ m}^2$

Partie 4

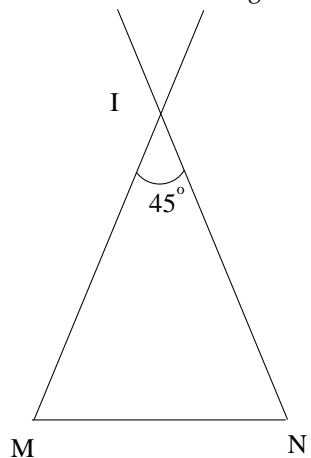
$$1. MN = \frac{96 \text{ m}}{8} = 12 \text{ m}$$

2. On sait que le triangle IMN est isocèle en I

On sait aussi que l'angle $\widehat{MIN} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

Le côté $[MN]$ mesure 12 m dans la réalité c'est à dire 4 cm sur la copie.

Il reste à tracer ce triangle.



3. Quand on mesure la hauteur IK on trouve $IK \approx 4,8 \text{ cm}$ c'est à dire $14,4 \text{ m}$ dans la réalité.

4. L'aire du triangle MIN est donc $\frac{12 \text{ m} \times 14,4 \text{ m}}{2} = 86,4 \text{ m}^2$

L'octogone à une aire de $8 \times 86,4 \text{ m}^2 = 691,2 \text{ m}^2$

Partie 5

1. Notons r le rayon d'un disque de périmètre 96 m . On a :

$2\pi r = 96 \text{ m}$ et donc $r = \frac{96 \text{ m}}{2\pi} \approx 15,29 \text{ m}$ au centimètre près.

2. L'aire du disque est $\pi \times (15,29 \text{ m})^2 = 734 \text{ m}^2$

On sait que le disque est bien la figure qui maximise l'aire pour un périmètre donné. Ce résultat s'appelle le théorème isopérimétrique.