Correction du Brevet de mathématiques Amérique du Nord

Juin 2013

Exercice 1

1. La somme des probabilités sur un arbre doit être égale à 1.
La valeur manquante vaut donc $1 - \frac{1}{9} - \frac{1}{3} = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} - \frac{3}{9} = \boxed{\frac{5}{9}}$

2. S'il y a 34 tables à 4 pieds, cela correspond à $34 \times 4 = 136$ pieds.
Il reste donc $169 - 136 = 33$ pieds.
$33 = 3 \times 11$

Il y a 11 tables à 3 pieds.

3. Si 90% de la surface visible est sous la surface de l'eau, 10% est au dessus de la surface.
35 m représente donc 10% du volume de l'iceberg.
Le volume total est donc 350 m.

4. La figure de départ est constitué d'une partie de rectangle et de deux demi-cercles comme la figure b.

Exercice 2

Notons x le nombre de billets de 5€ et y le nombre de billets de 10€ .
Le problème permet d'obtenir le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 21 & (1) \\ 5x + 10y = 125 & (2) \end{cases}$$

Utilisons la méthode de substitution :
Dans l'équation (1), $x = 21 - y$.
Dans l'équation (2) on arrive à :

$$5(21 - y) + 10y = 125$$

$$105 - 5y + 10y = 125$$

$$5y = 20$$

$$y = 4$$

Donc $x = 17$
Vérifions : $17 + 4 = 21$ et 17×5€ $+ 4 \times 10$€ $= 85$€ $+ 40$€ $= 125$€ . C'est bon !

Il y a donc 17 billets de 5€ et 10 billets de 10€

Exercice 3

Il y a 2 paires de roller possibles et 3 modèles de casques.
Voici un tableau indiquant les couples de rollers et casques possibles avec le prix :

	Rollers gris à 87€	Rollers noirs à 99€
Casque à 45€	133€	144€
Casque à 22€	109€	121€
Casque à 29€	116€	128€

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.
Il y a 6 possibilités. Parmi celles-ci, 4 ont un prix inférieur à 130€ .

La probabilité pour que l'ensemble coûte moins de 130€ est donc $\boxed{\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ c'est à dire } 67\%}$

2.a La paire de rollers noirs et le casque à 45€ coûtent ensemble 144€ .
Pour retirer 20% à ce prix il suffit de le multiplier par $0,80$.
$0,80 \times 144$€ $= 115,2$€ .

Le prix après réduction est donc $115,20$€

2.b L'ensemble étudié à la question 2.a a maintenant un prix inférieur à 130€ .
La probabilité pour que l'ensemble coûte moins de 130€ est donc $\frac{5}{6} \approx 0,83$.

Cela modifie donc la probabilité de la question 1.

Exercice 4

1. On a $760 = 76 \times 10$ et $1\,045 = 76 \times 13 + 57$
On ne peut pas faire 76 sachets car il restera 57 dragées aux amandes.

2.a On cherche à trouver un diviseur commun à 760 et 1 045. On cherche le nombre maximal, c'est à dire le $PGCD(760; 1\,045)$
On utilise l'algorithme d'Euclide :

$$1\,045 = 760 \times 1 + 285$$

$$760 = 285 \times 2 + 190$$
$$285 = 190 \times 1 + 95$$
$$190 = 95 \times 2 + 0$$

Donc $PGCD(760; 1\ 045) = 95$

$\boxed{\text{Le nombre de sachet maximal à réaliser est 95.}}$

2.b Comme $760 = 95 \times 8$ et $1\ 045 = 95 \times 11$

$\boxed{\text{On pourra mettre 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes dans chaque sachet.}}$

Exercice 5

1. $3 \times 4 = 12$ et $12 + 0,25 = 12,25$
$3,5^2 = 12,25$
Ça marche !

2. $7 \times 8 = 56$ et $56 + 0,25 = 56,25$
$7,5^2 = 56,25$
Ça marche encore !

3. $(n+0,5)^2 = n^2 + 2n \times 0,5 + 0,5^2 = n^2 + n + 0,25$
Or $n^2 + n = n(n+1)$
On a bien $(n+0,5)^2 = n(n+1) + 0,25$
Pour $n = 3$, $n+1 = 4$. Pour $n = 7$, $n+1 = 8$ ce qui prouve les résultats des questions 2 et 3

Exercice 6

1. La base carrée de la boite mesure $40 - 2x$. Quand x varie cette valeur doit rester positive. Comme $40 - 2 \times 20 = 0$, x vaut au maximum 20 et au minimum 0

$\boxed{0 \leqslant x \leqslant 20}$

2. La boite est un parallélépipède rectangle à base carrée. Quand $x = 5\ cm$, la base est un carré de côté 30 cm et la hauteur est 5 cm.

$\boxed{\text{La volume de la boite est } (30\ cm)^2 \times 5\ cm = 4\ 500\ cm^2}$

Voir graphique.

3.a Pour $x = 6,5\ cm$, le volume est maximale, environ 4 750 cm^3
3.b Quand la boite a un volume de 2 000 cm^3, x mesure $1,5\ cm$ ou $14\ cm$

Exercice 7

1. Le pentagone régulier a 5 côtés égaux.

$\boxed{\text{On a ainsi } \widehat{AOB} = \frac{360°}{5} = 72°}$

2.a AOB est un triangle isocèle en O car $[AO]$ et $[BO]$ sont des rayons du cercle.
La hauteur issue de O du triangle AOB est donc un axe de symétrie du triangle AOB
(OM) est donc la médiatrice de $[AB]$ et la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$

2.b Dans le triangle AOM rectangle en M, comme (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$ on a $\widehat{AOM} = \frac{72°}{2} = 36°$
On a : $sin(36°) = \frac{AM}{238\ m}$ d'où $AM = 238\ m \times sin(36°)$
$AM \approx 139,9\ m$ c'est à peu près 140 m

2.c Le périmètre du pentagone mesure donc à peu près : $5 \times 2 \times 140\ m = 1\ 400\ m$

Exercice 8

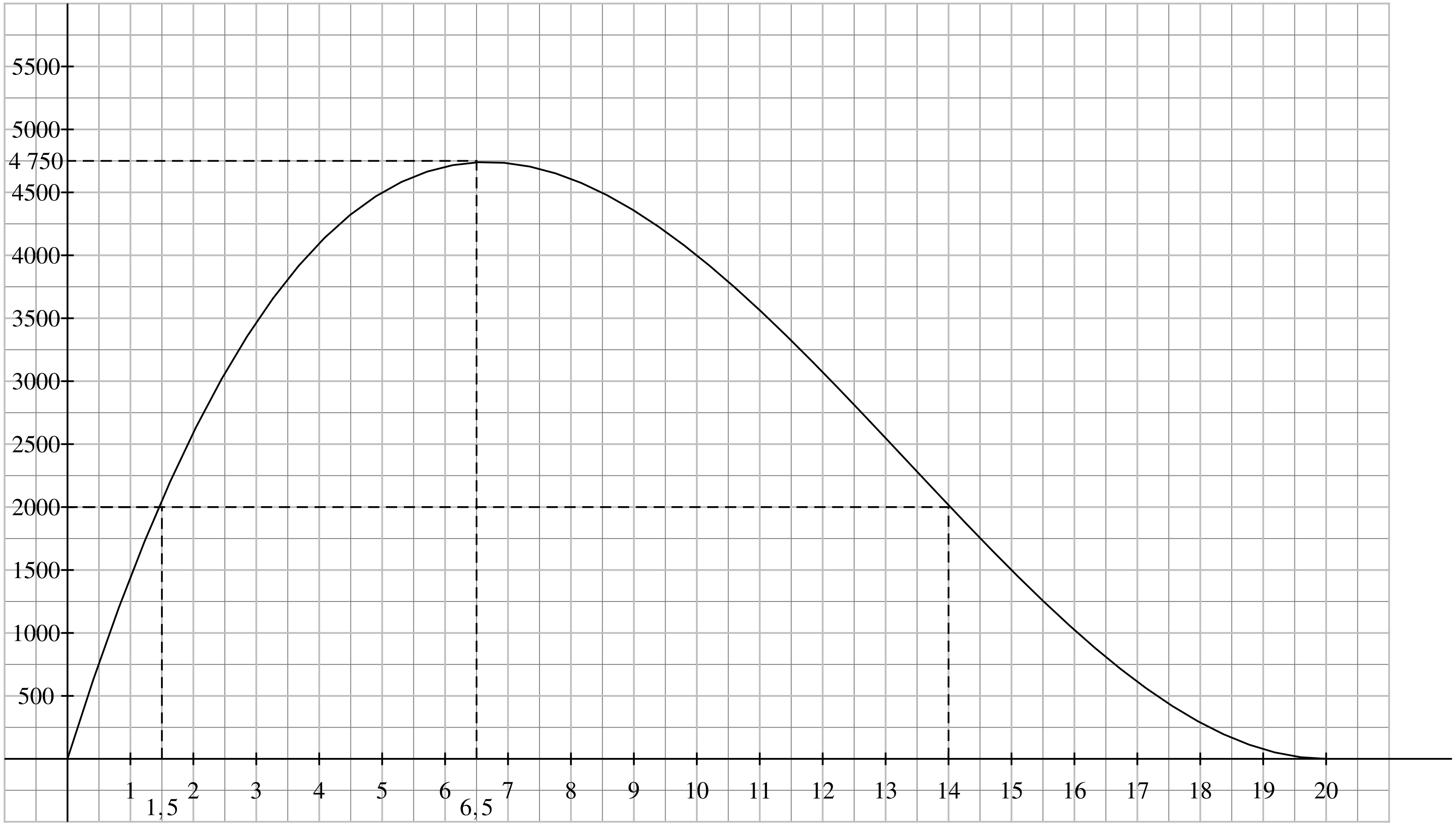
1.a On peut obtenir l'aire du trapèze $ABCD$ par soustraction de l'aire des deux triangles rectangles à l'aire du rectangle.
1.b $Aire(rectangle) = 3\ cm \times 7\ cm = 21\ cm^2$
$Aire(triangle_1) = \frac{1\ cm \times 3\ cm}{2} = 1,5\ cm^2$
$Aire(triangle_2) = \frac{3\ cm \times 3\ cm}{2} = 4,5\ cm^2$

$\boxed{\text{Donc } Aire(ABCD) = 21\ cm^2 - 4,5\ cm^2 - 1,5\ cm^2 = 15\ cm^2}$

2. On peut tester les trois formules données avec les valeurs de la question **1.**
On a $b = 3\ cm$, $B = 7\ cm$ et $h = 3\ cm$
La première formule donne $A = \frac{3\ cm \times 7\ cm \times 3\ cm}{2} = 31,5\ cm^3$
C'est une formule pour calculer un volume et pas une aire !
La seconde formule donne $A = (3\ cm + 7\ cm) \times 3\ cm2 = \frac{30\ cm^2}{2} = 15\ cm^2$
La troisième donne enfin $A = 2(3\ cm + 7\ cm) \times 3\ cm = 60\ cm^2$

$\boxed{\text{Seule la seconde formule convient : } \frac{(b+B) \times h}{2}}$

Annexe



5500
5000
4 750
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
1
1, 5
2
3
4
5
6
6, 5
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20