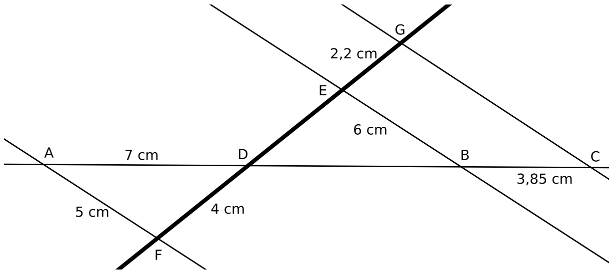
Contrôle de mathématiques

Troisième

EXERCICE 1



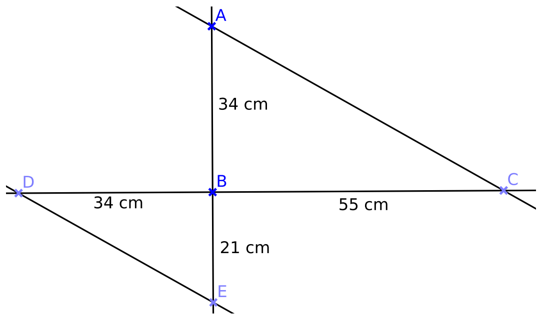
Sur la figure ci-après qui n'est pas en vraies grandeurs, les points A, D, B et C sont alignés ainsi que les points F, D, E et G.
Les droites (AF) et (EB) sont parallèles.

1. Calculer DB et DE.

2. Les droites (EB) et (GC) sont-elles parallèles ?

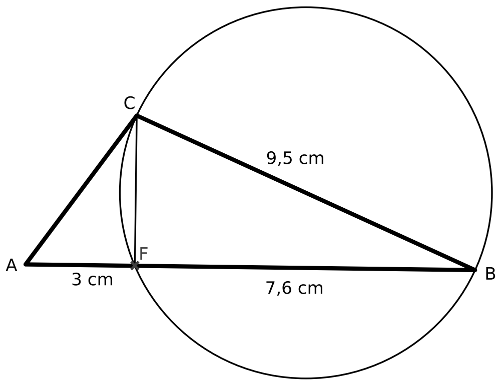
EXERCICE 2

Sur la figure ci-après les points A, B et E sont alignés ainsi que les points C, B et D



Les droites (AC) et (DE) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 3



La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.
Le cercle de diamètre $[BC]$ coupe le segment $[AB]$ en F

1. Démontrer que CFB est un triangle rectangle.

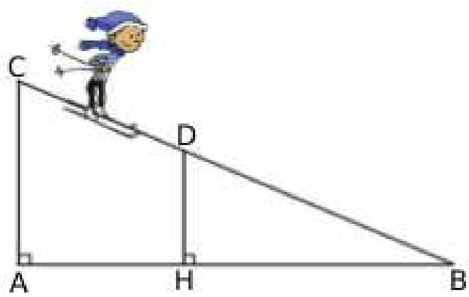
2. Que représente la droite (CF) pour le triangle ABC

3. Calculez la valeur exacte de FC puis une valeur approchée au millimètre près de AC

4. Le triangle ABC est-il rectangle ?

EXERCICE 4

Un skieur dévale tout schuss une piste de ski rectiligne de longueur 1 200 m représentée ci-après par le segment $[BC]$.
À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC est de 200 m. Après une chute il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH est de 150 m.



1. Calculez la longueur DB qui lui reste à parcourir.

2. Malgré sa chute il a réussi à descendre cette piste en 1 min 45 s.
Quelle a été sa vitesse moyenne ? (on arrondira au kmh^{-1} près)

Contrôle de mathématiques

Correction

Exercice 1

1. Les droites (AB) et (EF) sont sécantes en D.
Les droites (AF) et (EB) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** :

$$\frac{DA}{DB} = \frac{DF}{DE} = \frac{AF}{EB}$$

$$\frac{7}{DB} = \frac{4}{DE} = \frac{5}{6}$$

On obtient ainsi :

$\boxed{DB = \frac{6 \times 7}{5} = 8{,}4}$ et $\boxed{DE = \frac{6 \times 4}{5} = 4{,}8}$

2. Nous allons comparer les quotients $\frac{DE}{DG}$ et $\frac{DB}{DC}$

$\frac{DE}{DG} = \frac{4{,}8}{4{,}8 + 2{,}2} = \frac{4{,}8}{7}$
$\frac{DB}{DC} = \frac{8{,}4}{8{,}4 + 3{,}85} = \frac{8{,}4}{12{,}25}$

$7 \times 8{,}4 = 58{,}8$ et $12{,}25 * 4{,}8 = 58{,}8$ donc $\frac{4{,}8}{7} = \frac{8{,}4}{12{,}25}$

Les points D, E et G sont alignés et dans le même ordre que les points alignés D, B et C
Comme $\frac{DE}{DG} = \frac{DB}{DC}$

D'après **la réciproque du théorème de Thalès**
$\boxed{\text{les droites } (EB) \text{ et } (GC) \text{ sont parallèles.}}$

Exercice 2

Comparons les quotients $\frac{BA}{BE}$ et $\frac{BC}{BD}$

$\frac{BA}{BE} = \frac{34}{21}$ et $\frac{BC}{BD} = \frac{55}{34}$

Or $34 \times 34 = 1\ 156$ et $21 \times 55 = 1\ 155$ donc $\frac{55}{34} \neq \frac{34}{21}$

Comme $\frac{BA}{BE} \neq \frac{BC}{BD}$ d'après **la contraposée du théorème de Thalès**
$\boxed{\text{les droites } (AC) \text{ et } (DE) \text{ ne sont pas parallèles.}}$

Exercice 3

1. Le triangle CBF est inscrit dans le cercle de diamètre $[BC]$

Or on sait que **Si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un des côtés de ce triangle alors ce triangle est rectangle**

Donc $\boxed{CBF \text{ est rectangle en } F.}$

2. Comme $(CF) \perp (AB)$ $\boxed{\text{la droite } (CF) \text{ est une hauteur du triangle } ABC}$

3. Le triangle BCF est rectangle en F
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$FC^2 + FB^2 = BC^2$$

$$FC^2 + 7,6^2 = 9,5^2$$

$$FC^2 = 9,5^2 - 7,6^2$$

$$FC^2 = 32,49$$

$$FC = \sqrt{32,49} = 5,7$$

Le triangle FAC est rectangle en F
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$FA^2 + FC^2 = AC^2$$

$$3^2 + 5,7^2 = AC^2$$

$$AC^2 = 41,49$$

$$AC = \sqrt{41,49}$$

$$\boxed{AC \approx 6,4\ cm \text{ à } 1\ mm \text{ près}}$$

4. Comparons $CA^2 + CB^2$ et AB^2

$CA^2 + CB^2 \approx 6,4^2 + 9,5^2$
$CA^2 + CB^2 \approx 131,21$

$AC^2 = (3 + 7,6)^2 = 10,6^2 = 112,36$

Comme $CA^2 + CB^2 \neq AB^2$ d'après **la contraposée du théorème de Pythagore**

$\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ n'est pas rectangle.}}$

Exercice 4

1. Les droites (DH) et (CA) sont perpendiculaires à la droite (AB).
On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles**

Donc $(DH)//(CA)$

Dans le triangle ABC, comme $(DH)//(CA)$ d'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BH}{BA} = \frac{BD}{BC} = \frac{DH}{CA}$$

$$\frac{BD}{1\,200} = \frac{150}{200}$$

Ainsi $\boxed{BD = \dfrac{1\,200 \times 150}{200} = 900}$

2. Il parcoure $1\,200\ m$ en $1\ min\ 45\ s = 105\ s$

On se demande quelle est sa vitesse moyenne, c'est à dire la distance parcourue en $1\ h = 60\ min = 3\,600\ s$
En utilisant la proportionnalité dans le tableau suivant :

Temps	$105\ s$	$3\,600\ s$
Distance	$1\,200\ m$	$\dfrac{1\,200\ m \times 3\,600\ s}{105\ s} \approx 41\,143\ m$

Sa vitesse moyenne est donc $\boxed{41\,143\ m\ h^{-1} \approx 41\ km\ h^{-1}}$