

On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

M est un point de [FG] et N un point de [EF].

On donne : FE = 15 cm ; FG = 10 cm ; FB = 5 cm ; FN = 4 cm ; FM = 3 cm.

1. Démontrer que l'aire du triangle FNM est égal à 6 cm<sup>2</sup>.
2. Calculer le volume de la pyramide de sommet B et de base le triangle FNM.

On rappelle que le volume d'une pyramide :  $V = \frac{(B \times h)}{3}$  où  $B$  est l'aire de la base et  $h$  la hauteur de la pyramide.

3. On considère le solide ABCDENMGH obtenu en enlevant la pyramide précédente au parallélépipède rectangle.

(a) Calculer son volume.

(b) On appelle caractéristique d'Euler d'un solide le nombre  $x$  tel que :

$$x = \text{nombre de faces} - \text{nombre d'arêtes} + \text{nombre de sommets}$$

Recopier et compléter le tableau suivant :

	Parallélépipède ABCDEFGH	Solide ABCDENMGH
Nombre de faces		
Nombre d'arêtes		
Nombre de sommets		
Caractéristique $x$		

**EXERCICE 3****5 points**

Le document ci-dessous indique les tarifs postaux pour un envoi depuis la France métropolitaine d'une lettre ou d'un paquet en mode « lettre prioritaire ».

Ces tarifs sont fonction du poids de la lettre.

LETTRE PRIORITAIRE	service urgent d'envoi de courrier
--------------------	------------------------------------

- **Pour les envois vers :** La France, Monaco, Andorre et secteurs postaux (armée). Complément d'affranchissement aérien vers l'Outre-mer pour les envois de plus de 20 g
- **Service universel :** Jusqu'à 2 kg
- **Délai :** J + 1, indicatif
- **Dimensions :** Minimales :  $14 \times 9$  cm, maximales :  $L + l + H = 100$  cm, avec  $L < 60$  cm
- **Complément aérien :**
  - Vers zone OM1 : Guyane, Guadeloupe, Martinique, La Réunion, St Pierre et Miquelon, St-Barthélémy, St-Martin et Mayotte : 0,05 € par tranche de 10 g.
  - Vers zone OM2 : Nouvelle-Calédonie, Polynésie française, Wallis-et Futuna, TAAF. : 0,11 € par tranche de 10 g
- **Exemple de complément :** Pour un envoi de 32 g vers la Guadeloupe :  $1,10\text{€} + 4 \times 0,05\text{€} = 1,3\text{€}$ .

POIDS JUSQU'À	TARIFS NETS
20 g	0,66€
50 g	1,10€
100 g	1,65€
250 g	2,65€
500 g	3,55€
1 kg	4,65€
2 kg	6,00€
3 kg	7,000€

1. Expliquer pourquoi le coût d'un envoi vers la France Métropolitaine, en « lettre prioritaire », d'une lettre de 75 g est de 1,65€.
2. Montrer que le coût d'un envoi à Mayotte, en « lettre prioritaire », d'une lettre de 109 g est de 3,20 €.
 

**Dans cette question ci-dessous, il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation.**
3. Au moment de poster son courrier à destination de Wallis-et-Futuna, Loïc s'aperçoit qu'il a oublié sa carte de crédit et qu'il ne lui reste que 6,76 € dans son porte-monnaie.
 

Il avait l'intention d'envoyer un paquet de 272 g, en « lettre prioritaire ».

Peut-il payer le montant correspondant ?
4. Le paquet a les dimensions suivantes :  $L = 55$  cm  $l = 30$  cm et  $h = 20$  cm. Le guichetier de l'agence postale le refuse. Pourquoi ?

#### EXERCICE 4

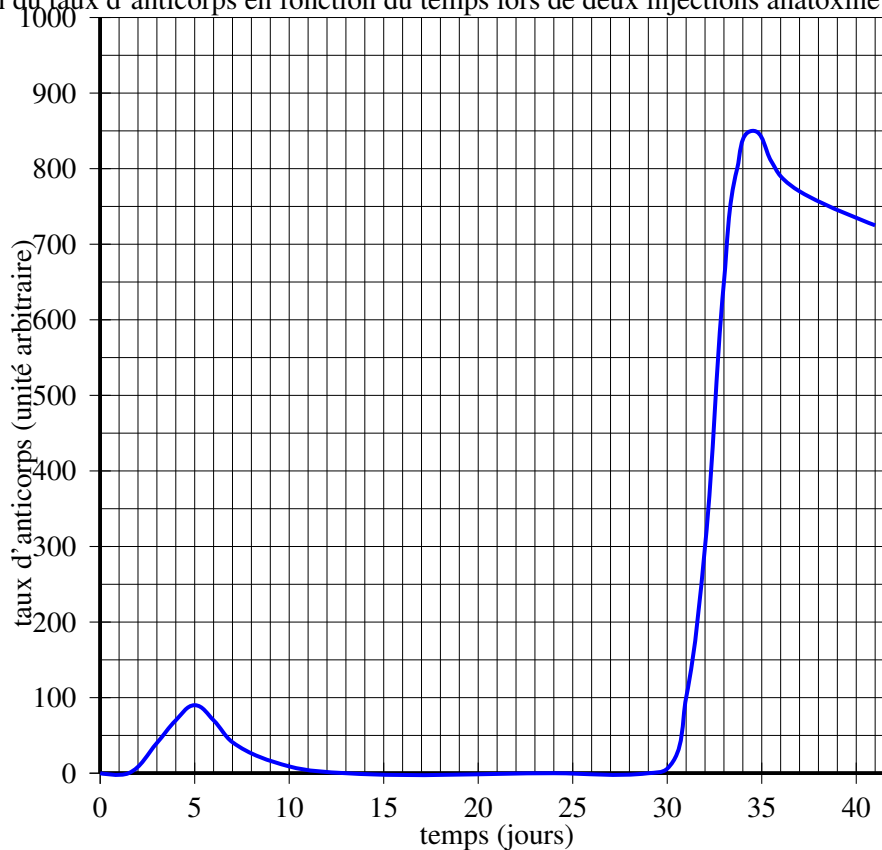
6 points

Le principe d'un vaccin est d'inoculer (introduire dans l'organisme) à une personne saine, en très faible quantité, une bactérie, ce qui permet à l'organisme de fabriquer des anticorps. Ces anticorps permettront de combattre la maladie par la suite si la personne souffre de cette maladie.

Lors de la visite médicale de Pablo le jeudi 16 octobre, le médecin s'aperçoit qu'il n'est pas à jour de ses vaccinations contre le tétanos. Il réalise alors une première injection d'anatoxine tétanique et lui indique qu'un rappel sera nécessaire.

On réalise des prises de sang quotidiennes pour suivre la réaction de l'organisme aux injections.

Évolution du taux d'anticorps en fonction du temps lors de deux injections anatoxine tétanique\*



\*anatoxine tétanique (AT) : substance inactivée provenant de la bactérie responsable du tétanos et servant à la fabrication du vaccin.

1. Combien de jours faut-il attendre, après la première injection, pour constater une présence d'anticorps ?
2. Quelle est la valeur maximale du taux d'anticorps atteinte après la première injection ?  
A quel jour de la semaine correspond cette valeur ?
3. Au bout de combien de jours approximativement, après la première injection, Pablo n'a-t-il plus d'anticorps dans son organisme ?
4. Durant combien de jours environ le taux d'anticorps est supérieur à 800 ?

**EXERCICE 5****7 points**

L'oncle de Pauline participe régulièrement à une régata\* organisée tous les ans sur le même plan d'eau.

\* régata : course de voiliers

En 2012, il a réalisé le parcours constitué de deux boucles courtes et de trois boucles longues en 8 heures et 40 minutes.

Lors de sa participation en 2013, il lui a fallu 8 heures et 25 minutes pour achever le parcours constitué, cette année-là, de trois boucles courtes et de deux boucles longues.

Il se souvient qu'il n'a parcouru aucune boucle en moins de 75 minutes. Il sait aussi qu'il lui a fallu, pour parcourir la boucle longue, 15 minutes de plus que pour la boucle courte.

Pendant il souhaite connaître la durée nécessaire pour parcourir sur son voilier la boucle courte et la boucle longue.

- Convertir en minutes les temps réalisés pour ces parcours de 2012 et 2013.
- Pauline a décidé, en utilisant un tableur, d'aider son oncle à déterminer les durées pour la boucle courte ainsi que pour la boucle longue. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G
1	$x$	75	80	85	90	95	100
2	$f(x)$						
3	$f(x)$						
4	$f(x)$						
5							

Elle a noté  $x$  la durée en minutes pour la boucle courte.

- Quelle formule permettant d'obtenir la durée en minutes nécessaire au parcours de la boucle longue va-t-elle saisir dans la cellule B2 ?
- Elle va saisir dans la cellule B3 la formule « =2\*B1+3\*B2 ». Que permet de calculer cette formule ?
- Quelle formule va-t-elle saisir dans la cellule B4 pour calculer le temps de parcours lors de sa participation en 2013 ? Elle a ensuite recopié vers la droite les formules saisies en B2, B3 et B4 et obtenu l'écran suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	$x$	75	80	85	90	95	100
2	$f(x)$	90	95	100	105	110	115
3	$f(x)$	420	445	470	495	520	545
4	$f(x)$	405	430	455	480	505	530
5							

- Si elle saisit le nombre 105 dans la cellule H1, quelles valeurs obtiendra-t-elle dans les cellules H2, H3 et H4 ?
- À l'aide de la copie de l'écran obtenu avec le tableur préciser les durées nécessaires à son oncle pour parcourir la boucle courte ainsi que pour parcourir la boucle longue.

**EXERCICE 6****6 points**

Lors d'une activité sportive, il est recommandé de surveiller son rythme cardiaque.

Les médecins calculaient autrefois, la fréquence cardiaque maximale recommandée  $f_m$  exprimée en battements par minute, en soustrayant à 220 l'âge  $a$  de la personne exprimé en années.

- Traduire cette dernière phrase par une relation mathématique.
- Des recherches récentes ont montré que cette relation devait être légèrement modifiée.

La nouvelle relation utilisée par les médecins est :

$$\text{Fréquence cardiaque maximale recommandée} = 208 - (0,75 \times a)$$

- Calculer la fréquence cardiaque maximale à 60 ans recommandée aujourd'hui par les médecins.
- Déterminer l'âge pour lequel la fréquence cardiaque maximale est de 184 battements par minute.
- Sarah qui a vingt ans court régulièrement.

Au cours de ses entraînements, elle surveille son rythme cardiaque.

Elle a ainsi déterminé sa fréquence cardiaque maximale recommandée et a obtenu 193 battements par minute.

Quand elle aura quarante ans, sa fréquence cardiaque maximale sera de 178 battements par minute.

Est-il vrai que sur cette durée de vingt ans sa fréquence cardiaque maximale aura diminué d'environ 8 % ?

**EXERCICE 7****3 points****Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation**

Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis.

Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurées puissent se tenir.

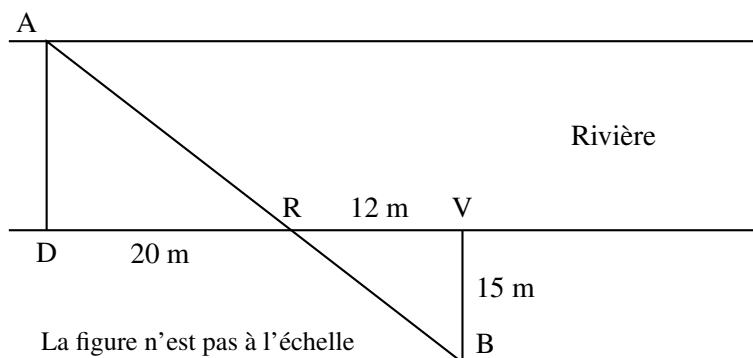
Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue. Pour cela il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive.

Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R).

Ensuite il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B). Il parcourt pour cela 15 mètres.

Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.

A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



# Correction

## AMÉRIQUE DU SUD - Novembre 2014

### Exercice 1

1. On peut raisonner en testant les valeurs proposées.

Si le tarif enfant est 10 €, le tarif adulte est 14 €.

La recette serait :  $100 \times 14 \text{ €} + 50 \times 10 \text{ €} = 1\,900 \text{ €}$

Si le tarif enfant est 8 €, le tarif adulte est 12 €.

La recette serait :  $100 \times 12 \text{ €} + 50 \times 8 \text{ €} = 1\,600 \text{ €}$

Si le tarif enfant est 6 €, le tarif adulte est 10 €.

La recette serait :  $100 \times 10 \text{ €} + 50 \times 6 \text{ €} = 1\,300 \text{ €}$

1.c

On pouvait aussi se dire que les 50 enfants font baisser le prix des adultes de  $50 \times 4 \text{ euro} = 200 \text{ €}$ .

Donc s'il y avait eu 150 adultes plutôt que 100 adultes et 50 enfants la recette aurait été 200 € supérieure soit 1 500 €.

On en déduit que le prix adulte est donc  $1\,500 \div 150 = 10 \text{ €}$  et le prix enfant 6 €.

2. La longueur du rectangle  $A E F D$  est  $A B + B E = \sqrt{15} - 1 + 2 = \sqrt{15} + 1$

La largeur est  $A D = \sqrt{15} - 1$

L'aire est donc  $(\sqrt{15} + 1)(\sqrt{15} - 1) = \sqrt{15}^2 - 1^2 = 15 - 1 = 14$

2.c

3. Les ondes sismiques ont parcouru 320 km en 59 s.

$320 \text{ km} \div 59 \text{ s} \approx 5,4 \text{ km/s}$

3.a

### Exercice 2

1.  $F N M$  est un triangle rectangle en  $F$ .

Son aire est  $\frac{F N \times F M}{2} = \frac{4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2} = 6 \text{ cm}^2$

2.  $F N M B$  est une pyramide dont la base  $F N M$  correspond à la hauteur  $F B$

Son volume est  $\frac{6 \text{ cm}^2 \times 5 \text{ cm}}{3} = 10 \text{ cm}^3$

3.a Le volume du pavé droit est  $F E \times F G \times F B = 15 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 750 \text{ cm}^3$

Le volume du solide restant est  $750 \text{ cm}^3 - 10 \text{ cm}^3 = 740 \text{ cm}^3$

3.b

	Parallélépipède ABCDEFGH	Solide ABCDENMGH
Nombre de faces	6	7
Nombre d'arêtes	12	14
Nombre de sommets	8	9
Caractéristique $x$	2	2

### Exercice 3

1. Une lettre de 75 g pèse moins de 100 g donc d'après la troisième ligne du tableau le coût de l'envoi est 1,65 €

2. Mayotte est en zone OM1. 109 g correspond à 11 tranches de 10 g. 109 g est inférieur à 250 g

Le coût d'envoi est :  $2,65 \text{ €} + 11 \times 0,05 \text{ €} = 2,65 \text{ €} + 0,55 \text{ €} = 3,20 \text{ €}$

3. 272 g est inférieur à 500 g donc le tarif net est 3,55 €.

Wallis et Futuna est en zone OM2. 272 g correspond à 28 tranches de 10 g.

Le coût d'envoi est :  $3,55 \text{ €} + 28 \times 0,11 \text{ €} = 3,55 \text{ €} + 3,08 \text{ €} = 6,63 \text{ €}$

Loïc a donc assez d'argent liquide pour faire son envoi !

4. La somme des trois dimensions ne doit pas dépasser 100 cm

Or  $55 \text{ cm} + 30 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 105 \text{ cm}$

Le guichetier refuse donc le colis car la règle de dimensions n'est pas respectée !

### Exercice 4

1. Au bout de 2 jours la taux d'anticorps est supérieur à 0

2. La taux maximal est atteint le 5<sup>e</sup> jour et la valeur est 100

Pablo a été vacciné un jeudi.

Ce sera un mardi.

3. Au bout de 12 ou 13 jours le taux d'anticorps est quasi nul

4. Le taux d'anticorps est supérieur à 800 pendant 2 jours.

### Exercice 5

1. En 2012 le temps de parcours était  $8 \text{ h } 40 \text{ min} = 8 \times 60 \text{ min} + 40 \text{ min} = 480 \text{ min} + 40 \text{ min} = 520 \text{ min}$

En 2013 le temps de parcours était  $8 \text{ h } 25 \text{ min} = 8 \times 60 + 25 \text{ min} = 480 \text{ min} + 25 \text{ min} = 505 \text{ min} = 505 \text{ min}$

2.a Dans la cellule B2 il faut écrire =B1+15

2.b Cette formule permet de calculer le temps de parcours total de la régates

2.c Il faut saisir dans B4 =3\*B1+2\*B2

3. On sait que  $H_2 = H_1 + 15$ ,  $H_3 = 2 * H_1 + 3 * H_2$  et  $H_4 = 3 * H_1 + 2 * H_2$

Si  $H_1 = 105$  alors  $H_2 = 120$ ,  $H_3 = 2 \times 105 + 3 \times 120 = 570$

et  $H_4 = 3 \times 105 + 2 \times 120 = 535$

4. En 2012, il a mit 520 min ce qui correspond à 95 min pour la boucle courte et 110 min pour la longue

En 2013, il a mit 505 min ce qui correspond à la même chose.

Il met donc 95 min pour la boucle courte et 110 min pour la boucle longue.

### Exercice 6

1.  $f_m = 220 - a$

2.a Pour  $a = 60$  on obtient  $f_m = 208 - (0,75 \times 60) = 208 - 45 = 163$

**2.b** Il faut résoudre l'équation :

$$208 - (0,75 \times a) = 184$$

$$208 - 184 = 0,75a$$

$$24 = 0,75a$$

$$0,75a = 24$$

$$a = \frac{24}{0,75}$$

$$a = 32$$

Vérifions :  $208 - (0,75 \times 32) = 208 - 24 = 184$

À l'âge de 32 ans la fréquence cardiaque maximale est de 184 battements par minute.

**2.c**  $193 \times \frac{8}{100} = 15,44$   
 $193 - 15 = 178$

Il est vrai qu'en vingt ans sa fréquence cardiaque aura diminué de 8%.

### Exercice 7

On peut faire l'hypothèse que les droites  $(AD)$  et  $(VB)$  sont perpendiculaires à la rive.

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles** donc les droites  $(AD)$  et  $(VB)$  sont parallèles.

Les droites  $(AB)$  et  $(DV)$  sont sécantes en  $R$ , les droites  $(AD)$  et  $(VB)$  sont parallèles, d'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{RD}{RV} = \frac{RA}{RB} = \frac{AD}{VB}$$
$$\frac{20 \text{ m}}{12 \text{ m}} = \frac{RA}{RB} = \frac{AD}{15 \text{ m}}$$

Ainsi  $AD = \frac{15 \text{ m} \times 20 \text{ m}}{12 \text{ m}} = 25 \text{ m}$

Comme la corde mesure 30 m elle est assez longue pour faire la traversée.