

# Sujet de mathématiques du brevet des collèges

ASIE

Juin 2014

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

## Exercice 1

3 points

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 mètre.

A chaque rebond elle rebondit des  $\frac{3}{4}$  de la hauteur d'où elle est tombée.

Quelle hauteur atteint la balle au cinquième rebond ? Arrondir au cm près.

## Exercice 2

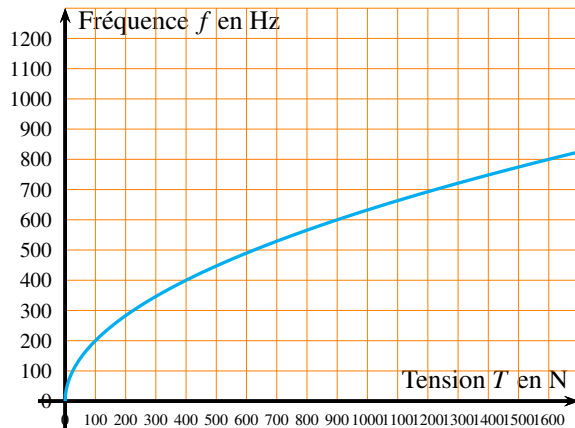
5 points

Une corde de guitare est soumise à une tension  $T$ , exprimée en Newton (N), qui permet d'obtenir un son quand la corde est pincée.

Ce son plus ou moins aigu est caractérisé par une fréquence  $f$  exprimée en Hertz (Hz).

La fonction qui à une tension  $T$  associe sa fréquence est définie par la relation :  
 $f(T) = 20\sqrt{T}$ .

On donne ci-contre la représentation graphique de cette fonction.



### Tableau des fréquences (en Hertz) de différentes notes de musique

Notes	Do2	Ré2	Mi2	Fa2	So2	La2	Si2	Do3	Ré3	Mi3	Fa3	Sol3	La3	Si3
Fréquences (en Hz)	132	148,5	165	176	198	220	247,5	264	297	330	352	396	440	495

Déterminer graphiquement une valeur approchée de la tension à appliquer sur la corde pour obtenir un « La3 ».

Déterminer par le calcul la note obtenue si on pince la corde avec une tension de 220 N environ.

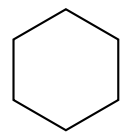
La corde casse lorsque la tension est supérieure à 900 N.

Quelle fréquence maximale peut-elle émettre avant de casser ? Page 2 sur 6

## Exercice 3

3 points

Les alvéoles des nids d'abeilles présentent une ouverture ayant la forme d'un hexagone régulier de côté 3 mm environ. Construire un agrandissement de cet hexagone de rapport 10. (aucune justification de la construction n'est attendue)



## Exercice 4

6 points

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse.

**Justifier vos réponses.**

**Cas 1 :** À l'entrée d'un cinéma, on peut lire les tarifs ci-dessous pour une place de cinéma.

Tarif d'une place de cinéma :	
Plein tarif :	9,50 €
Enfants (-12 ans) :	5,20 €
Étudiants :	6,65 €
Séniors :	7,40 €

**Affirmation 1** : Les étudiants bénéficient d'une réduction de 30 % sur le plein tarif.

**Cas 2** :  $a$  et  $b$  désignent des entiers positifs avec  $a > b$

**Affirmation 2** :  $\text{PGCD}(a ; b) = a - b$ .

**Cas 3** :  $A$  est égale au produit de la somme de  $x$  et de 5 par la différence entre  $2x$  et 1.  $x$  désigne un nombre relatif.

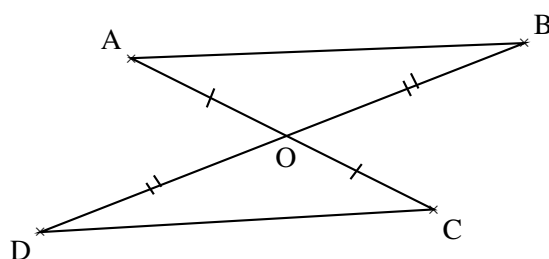
**Affirmation 3** :  $A = 2x^2 + 9x - 5$ .

### Exercice 5

**6 points**

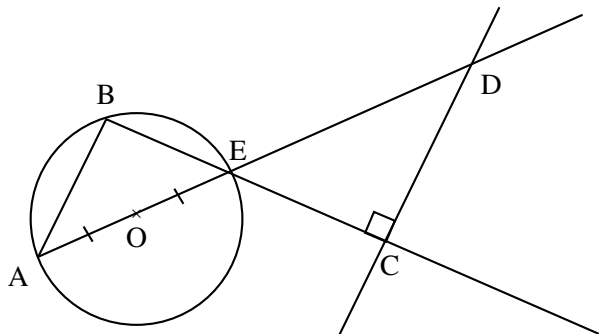
En utilisant le codage et les données, dans chacune des figures, est-il vrai que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ? Justifier vos affirmations.

**Figure 1**



O, A, C sont alignés et O, B, D sont alignés

**Figure 2**



A, B, E appartiennent au cercle de centre O  
B, E et C sont alignés ; A, O, E et D sont alignés

### Exercice 6

**6 points**

Une association décide d'organiser une tombola pour financer entièrement une sortie pour ses adhérents d'un montant de 2 660 €.

Le 1<sup>er</sup> ticket tiré au sort fera remporter le gros lot d'une valeur de 300 €,

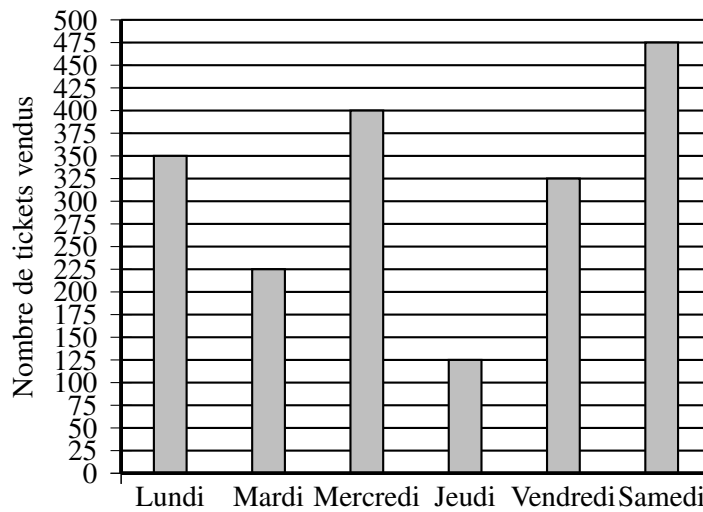
Les 10 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 25 € chacun.

Les 20 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 5 € chacun.

**L'association finance entièrement les lots.**

Chaque ticket de tombola est vendu 2 € et les tickets sont vendus durant 6 jours.

On a représenté ci-dessous le diagramme des ventes des tickets durant ces 6 jours.



1. L'association pourra-t-elle financer entièrement cette sortie ?
2. Pour le même nombre de tickets vendus, proposer un prix de ticket de tombola permettant de financer un voyage d'une valeur de 10 000 € ?  
Quel serait le prix minimal ?
3. Le gros lot a été déjà tiré. Quelle est la probabilité de tirer un autre ticket gagnant ? (donner le résultat sous la forme fractionnaire)
- 4.

### Exercice 7

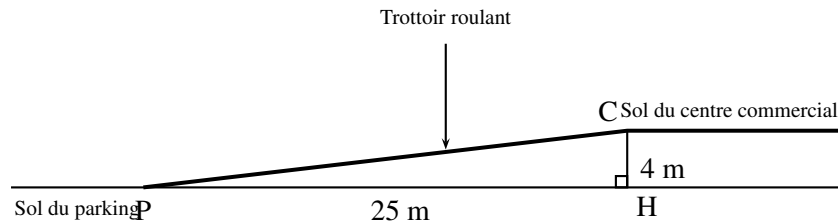
7 points

Dans cet exercice, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial.

Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.

La situation est présentée par le schéma ci-dessous.



<p><b>Caractéristiques du trottoir roulant :</b></p> <p>Modèle 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : <math>12^\circ</math></li> <li>• Vitesse : 0,5 m/s</li> </ul>	<p><b>Caractéristiques du trottoir roulant :</b></p> <p>Modèle 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : <math>6^\circ</math></li> <li>• Vitesse : 0,75 m/s.</li> </ul>
--	---

Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial ?

Justifier.

# Correction

ASIE - Juin 2014

## Exercice 1

Au premier rebond elle monte de  $1\text{ m} \times \frac{3}{4} = 0,75\text{ m}$

Au second rebond elle monte de  $0,75\text{ m} \times \frac{3}{4} = 0,5625\text{ m}$

C'est à dire  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$

Donc au cinquième rebond la balle remontera  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{1\,024} \approx 0,24\text{ cm}$

La balle remontera d'environ 24 cm au cinquième rebond.

## Exercice 2

D'après le tableau, le La3 correspond à une fréquence de 440 Hz.

On lit sur le graphique que la tension correspondante est 500 N

$$f(220) = 20\sqrt{220} \approx 296,64\text{ Hz}$$

Cela correspond à la note Ré3

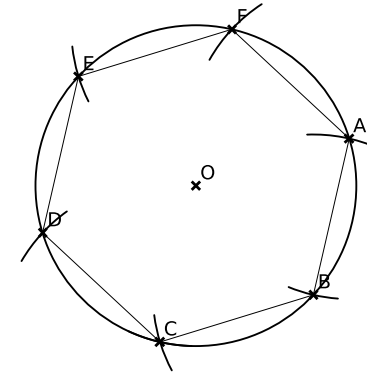
$$f(900)20\sqrt{900} = 600\text{ Hz}$$

La corde va casser au delà de 600 Hz.

## Exercice 3

Il faut construire un hexagone régulier de côté  $3\text{ mm} \times 10 = 3\text{ cm}$

On sait qu'un hexagone régulier de côté 3 cm est inscrit dans un cercle de rayon 3 cm. Il suffit de tracer ce cercle de rayon 3 cm puis de reporter six fois le rayons sur le cercle.



## Exercice 4

**Affirmation 1.**  $9,50 \times 0,70 = 6,65$

Le tarif étudiant correspond bien à 30% du tarif adulte.

**Affirmation 2.** Non c'est faux car par exemple pour  $a = 16$  et  $b = 4$ , le  $PGCD(16;4) = 4$  car 4 divise 16 alors que  $16 - 4 = 12$

**Affirmation 3.** La somme de  $x$  et de 5 c'est  $x + 5$ . La différence de  $2x$  et 1 c'est  $2x - 1$

Le produit des 2 :  $(x + 5)(2x - 1)$

On développe :  $(x + 5)(2x - 1) = 2x^2 - x + 10x - 5 = 2x^2 + 9x - 5$

C'est donc la bonne expression !

### Exercice 5

**Figure 1.** Le quadrilatère  $ABCD$  a ses diagonales qui se coupent en leur milieu  $O$  donc  $ABCD$  est un parallélogramme.

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

**Figure 2.**  $ABE$  est un triangle inscrit dans un cercle de diamètre  $[AE]$ .

On sait que **si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètre est l'un des côtés du triangle alors ce triangle est rectangle.**

Donc  $ABE$  est rectangle en  $B$  et du coup  $(AB) \perp (BE)$

Or  $(DC) \perp (BE)$

On sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces droites sont parallèles.**

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

### Exercice 6

1. D'après le graphique le nombre de tickets vendus est :  $350 + 225 + 400 + 125 + 325 + 475 = 1\,900$

Chaque ticket est vendu 2 euros.  $1\,900 \times 2 = 3\,800$

La vente des tickets va rapporter 3 800 euros

Il faut compter le coût des lots :  $300 + 10 \times 25 + 20 \times 5 = 300 + 250 + 100 = 650$

$3\,800 - 650 = 3\,150$  euros

La tombola va rapporter 3 150 euros, elle pourra donc financer la sortie à 2 660 euros.

2. Pour financer 10 000 euros, en ajoutant le prix des lots il faut que la vente des tickets rapportent  $10\,000 + 650 = 10\,650$  euros.

On considère que l'on vend à nouveau 1 900 tickets.

$10\,650 \div 1\,900 \approx 5,60$

Il faudra vendre les tickets au moins 5,60 euros

3. Il y a  $1 + 10 + 20 = 31$  lots pour 1 900 tickets.

Il reste donc 30.

La probabilité de tirer un second lot est  $\frac{30}{1900} = \frac{3}{190}$

### Exercice 7

Nous allons calculer l'angle d'inclinaison et la longueur du tapis roulant.

Dans le triangle  $CHP$  rectangle en  $P$ .

$\tan \widehat{HPC} = \frac{4}{25}$  donc  $\widehat{HPC} \approx 9^\circ$

Seul le modèle 1 peut convenir, mais il faut vérifier le temps de montée.

Calculons  $PC$

Dans le triangle  $CHP$  rectangle en  $P$

**D'après le théorème de Pythagore :**

$$PC^2 + PH^2 = CH^2$$

$$4^2 + 25^2 = 16 + 625 = 641$$

Donc  $CH = \sqrt{641} \approx 25,32 \text{ m}$

Le modèle 1 parcourt 0,5 m en 1 s donc comme  $25,32 \div 0,5 \approx 51$

Le modèle 1 à la bonne inclinaison et permet de faire monter les clients en 51 s.

Il convient pour équiper le centre commercial.