

# Sujet de mathématiques du brevet des collèges

MÉTROPOLE - ANTILLES - GUYANE

Septembre 2014

Durée : 2h00

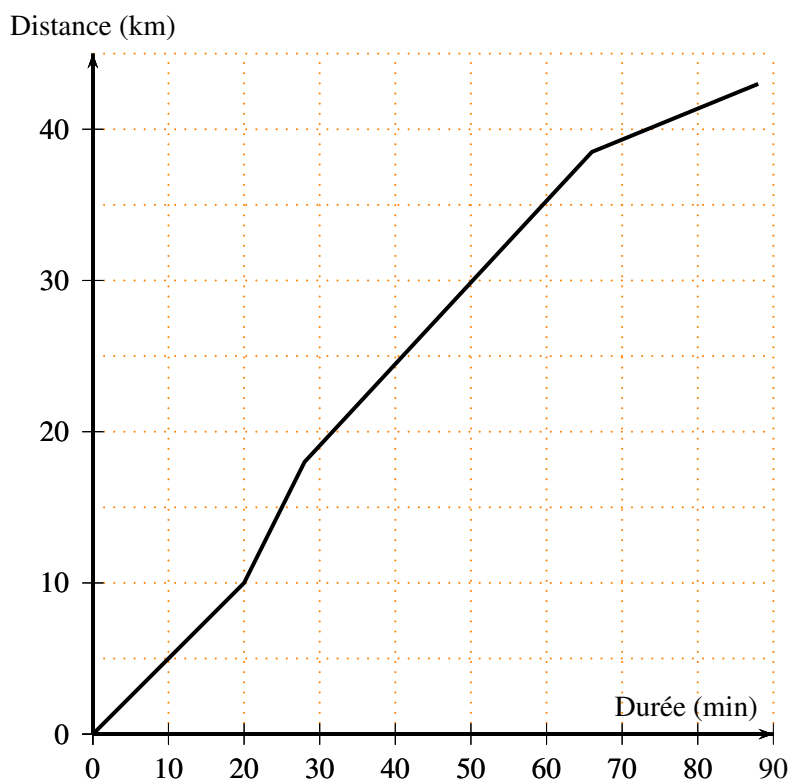
Calculatrice autorisée

## Exercice 1

4 points

Cédric s'entraîne pour l'épreuve de vélo d'un triathlon.

La courbe ci-dessous représente la distance en kilomètres en fonction du temps écoulé en minutes.



Pour les trois premières questions, les réponses seront données grâce à des lectures graphiques. Aucune justification n'est attendue sur la copie.

1. Quelle distance Cédric a-t-il parcourue au bout de 20 minutes ?
2. Combien de temps a mis Cédric pour faire les 30 premiers kilomètres ?
3. Le circuit de Cédric comprend une montée, une descente et deux portions plates. Reconstituer dans l'ordre le trajet parcouru par Cédric.
4. Calculer la vitesse moyenne de Cédric (exprimée en km/h) sur la première des quatre parties du trajet.

## Exercice 2

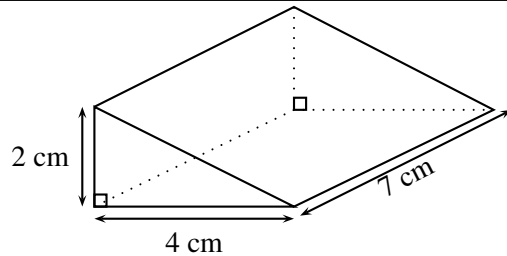
5 points

Dans cet exercice, les figures codées ne sont pas en vraie grandeur.

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

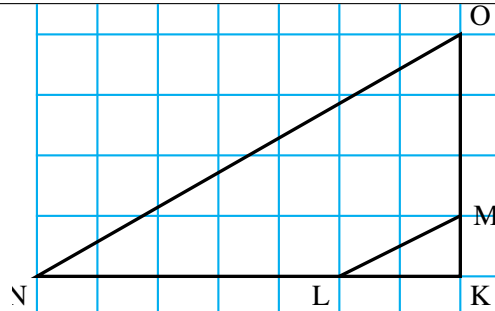
**Affirmation 1 :**

Le volume de ce solide est  $56 \text{ cm}^3$ .



Dans ce dessin, les points sont placés sur les sommets d'un quadrillage à maille carrée.

**Affirmation 2 :** Les droites (ML) et (NO) sont parallèles.



**Affirmation 3 :** La diagonale d'un carré d'aire  $36 \text{ cm}^2$  a pour longueur  $6\sqrt{2} \text{ cm}$ .

**Affirmation 4 :** 0 a un seul antécédent par la fonction qui à tout nombre  $x$  associe  $3x + 5$ .

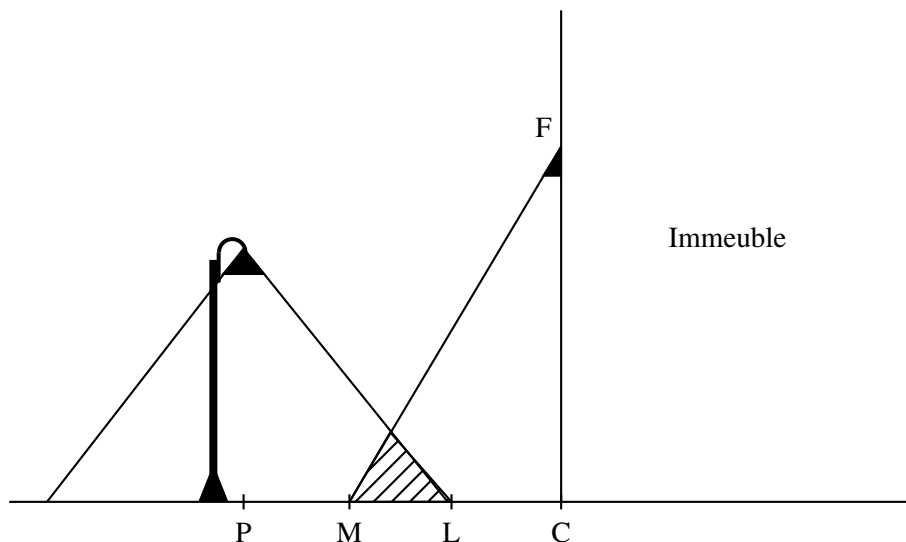
**Exercice 3****3 points**

Dans une classe de collège, après la visite médicale, on a dressé le tableau suivant :

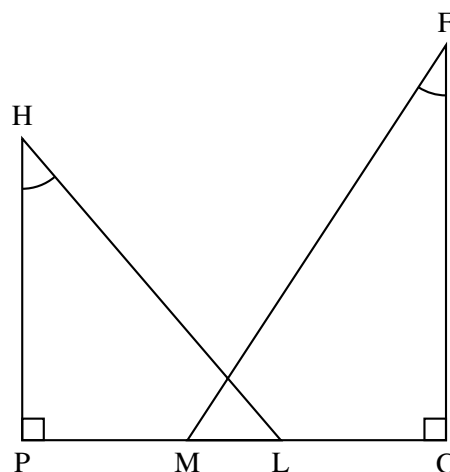
	Porte des lunettes	Ne porte pas de lunettes
Fille	3	15
Garçon	7	5

Les fiches individuelles de renseignements tombent par terre et s'éparpillent.

- Si l'infirmière en ramasse une au hasard, quelle est la probabilité que cette fiche soit :
  - celle d'une fille qui porte des lunettes ?
  - celle d'un garçon ?
- Les élèves qui portent des lunettes dans cette classe représentent 12,5 % de ceux qui en portent dans tout le collège. Combien y a-t-il d'élèves qui portent des lunettes dans le collège ?

**Exercice 4****5 points**

On s'intéresse à la zone au sol qui est éclairée la nuit par deux sources de lumière : le lampadaire de la rue et le spot fixé en F sur la façade de l'immeuble.



On réalise le croquis ci-contre qui n'est pas à l'échelle, pour modéliser la situation :

On dispose des données suivantes :

$PC = 5,5 \text{ m}$  ;  $CF = 5 \text{ m}$  ;  $HP = 4 \text{ m}$  ;

$\widehat{MFC} = 33^\circ$  ;  $\widehat{PHL} = 40^\circ$

- Justifier que l'arrondi au décimètre de la longueur PL est égal à 3,4 m.
- Calculer la longueur LM correspondant à la zone éclairée par les deux sources de lumière. On arrondira la réponse au décimètre.
- On effectue des réglages du spot situé en F afin que M et L soient confondus. Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{CFM}$ . On arrondira la réponse au degré.

### Exercice 5

6 points

Léa pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

- Étude d'un exemple :  
5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.  
(a) Calculer  $5 \times 7 + 1$ .  
(b) Léa a-t-elle raison pour cet exemple ?
- Le tableau ci-dessous montre le travail qu'elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit de ces nombres impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	$x$	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?
- Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- Parmi les quatre formules de calcul tableau suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles ? Aucune justification n'est attendue.

Formule 1 :  $= (2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$

Formule 2 :  $= (2 * B3 + 1) * (2 * C3 + 3)$

Formule 3 :  $= B3 * C3$

Formule 4 :  $\boxed{= (2 \cdot D3+1) \cdot (2 \cdot D3+3)}$

3. Étude algébrique :

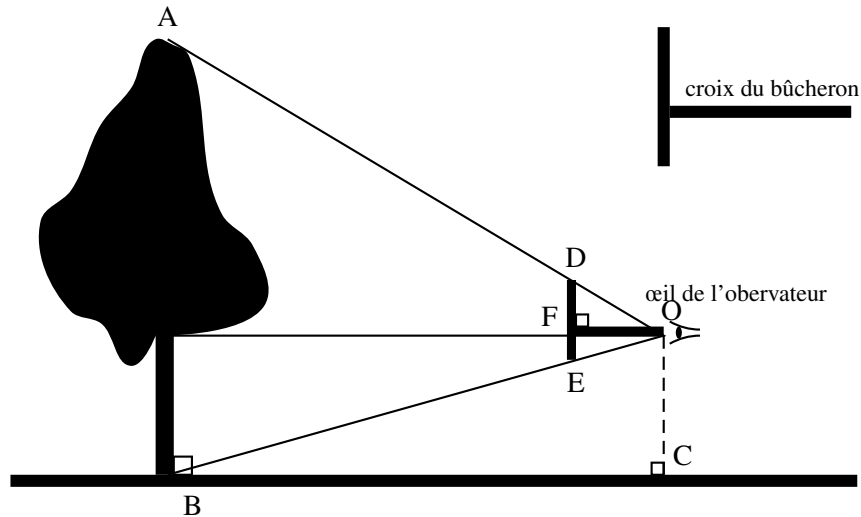
(a) Développer et réduire l'expression  $(2x + 1)(2x + 3) + 1$ .

(b) Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

### Exercice 6

5 points

Julien veut mesurer un jeune chêne avec une croix de bûcheron comme le montre le schéma ci-dessous. croix du bûcheron



Il place la croix de sorte que O, D et A d'une part et O, E et B d'autre part soient alignés.

Il sait que  $DE = 20$  cm et  $OF = 35$  cm. Il place  $[DE]$  verticalement et  $[OF]$  horizontalement.

Il mesure au sol  $BC = 7,7$  m.

1. Le triangle ABO est un agrandissement du triangle ODE. Justifier que le coefficient d'agrandissement est 22.
2. Calculer la hauteur de l'arbre en mètres.
3. Certaines croix du bûcheron sont telles que  $DE = OF$ . Quel avantage apporte ce type de croix ?
4. Julien enroule une corde autour du tronc de l'arbre à 1,5 m du sol. Il mesure ainsi une circonférence de 138 cm. Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur ? Donner un arrondi au centimètre près.

## Exercice 7

8 points

Pour préparer un séjour d'une semaine à Naples, un couple habitant Nantes a constaté que le tarif des billets d'avion aller-retour Nantes-Naples était beaucoup plus élevé que celui des billets Paris-Naples. Il étudie donc quel serait le coût d'un trajet aller-retour Nantes-Paris pour savoir s'il doit effectuer son voyage en avion à partir de Nantes ou à partir de Paris.

Voici les informations que ce couple a relevées :

### Information 1 : Prix et horaires des billets d'avion.

<i>Vol aller-retour au départ de Nantes</i>	
Départ de Nantes le 23/11/2014 :	06 h 35
Arrivée à Naples le 23/11/2014 :	09 h 50
Départ de Naples le 30/11/2014 :	12 h 50
Arrivée à Nantes le 30/11/2014 :	16 h 25
Prix par personne du vol aller-retour : 530 €	

<i>Vol aller-retour au départ de Paris</i>	
Départ de Paris le 23/11/2014 :	11 h 55
Arrivée à Naples le 23/11/2014 :	14 h 10
Départ de Naples le 30/11/2014 :	13 h 10
Arrivée à Paris le 30/11/2014 :	15 h 30
Prix par personne du vol aller-retour : 350 €	

Les passagers doivent être présents 2 heures avant le décollage pour procéder à l'embarquement.

### Information 2 : Prix et horaires des trains pour un passager

#### *Trajet Nantes - Paris (Aéroport)*

	23 novembre
Départ	06 h 22
Prix	51,00 €
Durée	03 h 16 direct
Voyagez avec	TGV

#### *Trajet Paris (Aéroport) - Nantes*

	30 novembre
Départ	18 h 20
Prix	42,00 €
Durée	03 h 19 direct
Voyagez avec	TGV

### Information 3 : Trajet en voiture

Consommation moyenne : 6 litres aux 100 km  
Péage Nantes-Paris : 35,90 €  
Distance domicile-aéroport de Paris : 409 km  
Carburant : 1,30 € par litre  
Temps estimé : 4 h 24 min

### Information 4 : Parking de l'aéroport de Paris

Tarif : 58 € pour une semaine

1. Expliquer pourquoi la différence entre les prix des 2 billets d'avion s'élève à 360 € pour ce couple.
2. Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris :
  - (a) Déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.
  - (b) Montrer que le coût du carburant pour cet aller est de 31,90 €.
3. Quelle est l'organisation de voyage la plus économique ?

# Correction

MÉTROPOLE - Septembre 2014

## Exercice 1

1. Au bout de 20 minutes il a parcouru 10 km

2. Il met 50 min pour faire les 30 premiers kilomètres

3. Vu l'allure de la courbe, il commence par une portion plate, puis il y a une descente, à nouveau une portion plate et enfin une montée.

4. Sur la première partie il parcourt 10 km en 20 min.  
Comme  $20 \text{ min} \times 3 = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$ .

Sa vitesse moyenne sur la première portion du trajet est  $30 \text{ km h}^{-1}$

## Exercice 2

**Affirmation 1.** Ce solide est un prisme droit à base triangulaire, un triangle rectangle.

L'aire de la base est donc :  $\frac{4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}^2$ .

La hauteur mesure 7 cm.

Le volume est donc  $4 \text{ cm}^2 \times 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}^3$

L'affirmation 1 est donc fausse.

**Affirmation 2.** Prenons comme unité le carreau. Comparons  $\frac{KM}{KO}$  et  $\frac{KL}{KN}$

$\frac{KM}{KO} = \frac{1}{4}$  et  $\frac{KL}{KN} = \frac{2}{7}$

Comme  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$  on constate que  $\frac{KM}{KO} \neq \frac{KL}{KN}$

**D'après la contraposée du théorème de Thalès**

les droites (ML) et (NO) ne sont pas parallèles.

L'affirmation 2 est fausse.

**Affirmation 3.** Un carré dont l'aire est de  $36 \text{ cm}^2$  a un côté de 6 cm

Il faut donc calculer la mesure de la diagonale d'un carré de 6 cm de côté.

D'après le théorème de Pythagore, le carré de la diagonale est  $6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$

Or  $\sqrt{72} = \sqrt{2 \times 36} = 6\sqrt{2}$

L'affirmation 3 est donc vraie.

**Affirmation 4.** Chercher l'antécédent de 0 par la fonction  $x \rightarrow 3x + 5$  revient à résoudre  $3x + 5 = 0$

Cette équation se résout ainsi :  $3x = -5$  puis  $x = -\frac{5}{3}$

Il y a un seul antécédent, l'affirmation 4 est vraie.

## Exercice 3

1.a  $3 + 15 + 7 + 5 = 30$ . Il y a 30 fiches.

On considère que nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

La probabilité que ce soit une fille à lunette est :  $\frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$

1.b La probabilité que ce soit un garçon est :  $\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$

2. Il y a 10 élèves qui portent des lunettes dans cette classe ce qui représentent 12,5% du collège.  
Donc comme  $100 \times (10 \div 12,5) = 80$

Il y a 80 élèves dans ce collège.

## Exercice 4

1. Dans le triangle PHL rectangle en P.

On a  $\tan \widehat{PHL} = \frac{PL}{PH}$

Donc  $\tan 40^\circ = \frac{PL}{4 \text{ m}}$  d'où  $PL = 4 \text{ m} \times \tan 40^\circ \approx 3,4 \text{ m}$

2. On recommence l'étape précédente dans MCF.

Dans le triangle MCF rectangle en C.

On a  $\tan \widehat{MFC} = \frac{CM}{CF}$

Donc  $\tan 33^\circ = \frac{CM}{5 \text{ m}}$  d'où  $CM = 5 \text{ m} \times \tan 33^\circ \approx 3,2 \text{ m}$

$PL \approx 3,4 \text{ m}$  donc  $LC \approx 5,5 \text{ m} - 3,4 \text{ m} \approx 2,1 \text{ m}$

Comme  $CM \approx 3,2 \text{ m}$  on a  $LM \approx 3,2 \text{ m} - 2,1 \text{ m} \approx 1,1 \text{ m}$

3. On se place dans le triangle FLC rectangle en C.

$\tan \widehat{CFM} = \frac{CL}{CF} = \frac{2,1}{5} = 0,42$

On obtient  $\widehat{CFM} \approx 22$

## Exercice 5

1.a  $5 \times 7 + 1 = 35 + 1 = 36$

1.b  $36 = 9 \times 4$  donc 36 est un multiple de 4. Léa a raison!

2.a En prenant 17 comme nombre de départ on trouve 324

2.b  $324 = 4 \times 81$  324 est donc un multiple de 4

2.c Il s'agit de la Formule 2 :  $(2 * A3 + 1) * (2 * A3 + 3)$

3.a  $(2x + 1)(2x + 3) + 1 = 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1 = 4x^2 + 8x + 4$

3.b Dans l'expression  $4x^2 + 8x + 4$  on peut factoriser 4.  
 $4x^2 + 8x + 4 = 4(x^2 + 2x + 1)$

On obtient donc toujours un multiple de 4

## Exercice 6

1. Comme le triangle OAB est un agrandissement du triangle ODE

calculons  $\frac{BC}{OF} = \frac{7,7 \text{ m}}{35 \text{ cm}} = \frac{770 \text{ m}}{35 \text{ cm}} = 22$

Le coefficient d'agrandissement est bien 22

2. DE est une réduction de la hauteur de l'arbre.

Donc l'arbre mesure  $22 \times 20 \text{ cm} = 440 \text{ cm} = 4,4 \text{ m}$

3. Dans le cas où  $DE = OF$  la distance horizontale correspond à la hauteur de l'arbre.

Il suffit de mesurer la distance horizontale pour trouver la hauteur de l'arbre.

4. Il faut faire l'hypothèse que la corde forme un cercle parfait à cette hauteur là.

$$\text{On sait que } \pi D = 138 \text{ cm donc } D = \frac{138 \text{ cm}}{\pi} \approx 44 \text{ cm}$$

### Exercice 7

1. Au départ de Nantes, deux billets reviennent  $2 \times 530\text{€} = 1\,060\text{€}$ .

Au départ de Paris, deux billets reviennent à  $2 \times 350\text{€} = 700\text{€}$ .

$$1\,060\text{€} - 700\text{€} = 360\text{€}$$

Il y a bien une différence de  $360\text{€}$  entre les deux possibilités.

2.a Il faut  $4 \text{ h } 24 \text{ min}$  pour aller de Nantes à Paris.

L'avion décolle de Paris à  $11 \text{ h } 55 \text{ min}$  et il faut être présent  $2 \text{ h}$  avant c'est à dire à  $9 \text{ h } 55 \text{ min}$

$$9 \text{ h } 55 \text{ min} - 4 \text{ h } 24 \text{ min} = 5 \text{ h } 31 \text{ min}$$

Il faut partir avant  $5 \text{ h } 31 \text{ min}$

### 2.b

La voiture consomme  $6 \text{ L}$  au  $100 \text{ km}$  et il y a  $409 \text{ km}$  à parcourir.

$$409 \div 100 = 4,09 \text{ et } 6 \text{ L} \times 4,09 = 24,54 \text{ L.}$$

Il vont consommer  $24,54 \text{ L}$  pour se trajet.

Un litre de carburant coûte  $1,30\text{€}$ . Comme  $1,30\text{€} \times 24,54 \approx 31,90\text{€}$ .

Le coût du trajet est d'environ  $31,90\text{€}$ .

3. En voiture :

Il faut compter le coût du trajet aller-retour soit  $31,90\text{€} \times 2 = 63,80\text{€}$ .

IL faut ajouter le péage aller-retour soit  $35,90\text{€} \times 2 = 71,80\text{€}$ .

Et enfin le parking pour une semaine soit  $58\text{€}$ .

L'usage de la voiture va donc coûter :  $63,80\text{€} + 71,80\text{€} + 58\text{€} = 193,60\text{€}$ .

En train :

Il faut compter  $51\text{€} \times 2 = 102\text{€}$  à l'aller et  $42\text{€} \times 2 = 84\text{€}$  au retour.

L'usage du train va donc coûter :  $102\text{€} + 84\text{€} = 186\text{€}$ .

Il y avait  $360\text{€}$  d'écart entre les deux solutions d'avions.

La solution la plus économique est donc le train pour prendre l'avion à Paris.