

# Sujet de mathématiques du brevet des collèges

NOUVELLE-CALÉDONIE

Décembre 2014

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

## Exercice 1 : Questionnaire à choix multiples

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse :

|   | Question  | Réponse A       | Réponse B             | Réponse C             |
|---|---|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$      | $\frac{14}{15}$ | $\frac{2}{3}$         | $\frac{6}{20}$        |
| 2 | $\sqrt{25} \times \sqrt{3^2} = ?$                   | 75              | 45                    | 15                    |
| 3 | Combien font 5 % de 650 ?                           | 32,5            | 645                   | 13 000                |
| 4 | Quelle est approximativement la masse de la terre ? | 32 tonnes       | $6 \times 10^{24}$ kg | $7 \times 10^{-15}$ g |

## Exercice 2 : Pierre, feuille, ciseaux

5 points

Dans le jeu *pierre-feuille-ciseaux* deux joueurs choisissent en même temps l'un des trois « coups » suivants :

**pierre** en fermant la main

**feuille** en tendant la main

**ciseaux** en écartant deux doigts

- La **pierre** bat les **ciseaux** (en les cassant).
- Les **ciseaux** battent la **feuille** (en la coupant).
- La **feuille** bat la **pierre** (en l'enveloppant).
- Il y a match nul si les deux joueurs choisissent le même coup (par exemple si chaque joueur choisit « **feuille** »).

1. Je joue une partie face à un adversaire qui joue au hasard et je choisis de jouer « pierre ».
  - (a) Quelle est la probabilité que je perde la partie ?
  - (b) Quelle est la probabilité que je ne perde pas la partie ?
2. Je joue deux parties de suite et je choisis de jouer « **pierre** » à chaque partie. Mon adversaire joue au hasard. Construire l'arbre des possibles de l'adversaire pour ces deux parties. On notera P, F, C, pour pierre, feuille, ciseaux.
3. En déduire :
  - (a) La probabilité que je gagne les deux parties.
  - (b) La probabilité que je ne perde aucune des deux parties.

## Exercice 3 :

6 points

1. (a) Construire un triangle ABC isocèle en A tel que  $AB = 5$  cm et  $BC = 2$  cm.
  - (b) Placer le point M de [AB] tel que  $BM = 2$  cm.
  - (c) Tracer la parallèle à [BC] passant par M. Elle coupe [AC] en N.
2. Calculer les longueurs MN et AN en justifiant.
3. Montrer que les périmètres du triangle AMN et du quadrilatère BMNC sont égaux.

#### Exercice 4 : Vitesse du navire

4,5 points

Mathilde et Eva se trouvent à la Baie des Citrons.

Elles observent un bateau de croisière quitter le port de Nouméa. Mathilde pense qu'il navigue à une vitesse de 20 noeuds.

Eva estime qu'il navigue plutôt à 10 noeuds.

Elles décident alors de déterminer cette vitesse mathématiquement.

Sur son téléphone, Mathilde utilise d'abord la fonction chronomètre.

Elle déclenche le chronomètre quand l'avant du navire passe au niveau d'un cocotier et l'arrête quand l'arrière du navire passe au niveau du même cocotier ; il s'écoule 40 secondes.

Ensuite, Eva recherche sur Internet les caractéristiques du bateau. Voici ce qu'elle a trouvé :

| Caractéristiques techniques :       |
|-------------------------------------|
| Longueur : 246 m                    |
| Largeur : 32 m                      |
| Calaison : 6 m                      |
| Mise en service : 1990              |
| Nombre maximum de passagers : 1 596 |
| Membres d'équipage : 677            |

#### Questions :

1. Quelle distance a parcouru le navire en 40 secondes ?
2. Qui est la plus proche de la vérité, Mathilde ou Eva ? Justifier la réponse.

Rappel : Le « nœud » est une unité de vitesse.

*Naviguer à 1 nœud signifie parcourir 0,5 mètre en 1 seconde.*

*Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

#### Exercice 5 : Changement climatique

3,5 points

Le tableau ci-dessous présente l'évolution des températures minimales ( $T_{\min}$ ) et des températures maximales ( $T_{\max}$ ) observées en différents endroits de la Nouvelle-Calédonie au cours des quarante dernières années :

|                               | Nouméa | Vaté | Thio | Nessadiou | Houailou | Poindimié | Koné | Koumac | La Roche | Ouanaham |
|-------------------------------|--------|------|------|-----------|----------|-----------|------|--------|----------|----------|
| $(T_{\min})^{\circ} \text{C}$ | +1,3   | +1,3 | +1,2 | +1,2      | +1,2     | +1,3      | +1,2 | +1,2   | +1,5     | +1,3     |
| $(T_{\max})^{\circ} \text{C}$ | +1,3   | +1,3 | +1,0 | +0,9      | +1,0     | +1,0      | +0,8 | +0,9   | +1,0     | +0,9     |

1. Les informations de ce tableau traduisent-elles une augmentation des températures en Nouvelle-Calédonie ? Justifier.
2. En quel endroit la température minimale a-t-elle le plus augmenté ?
3. Calculer l'augmentation moyenne des températures minimales et celle des températures maximales.

#### Exercice 6 : Eolienne

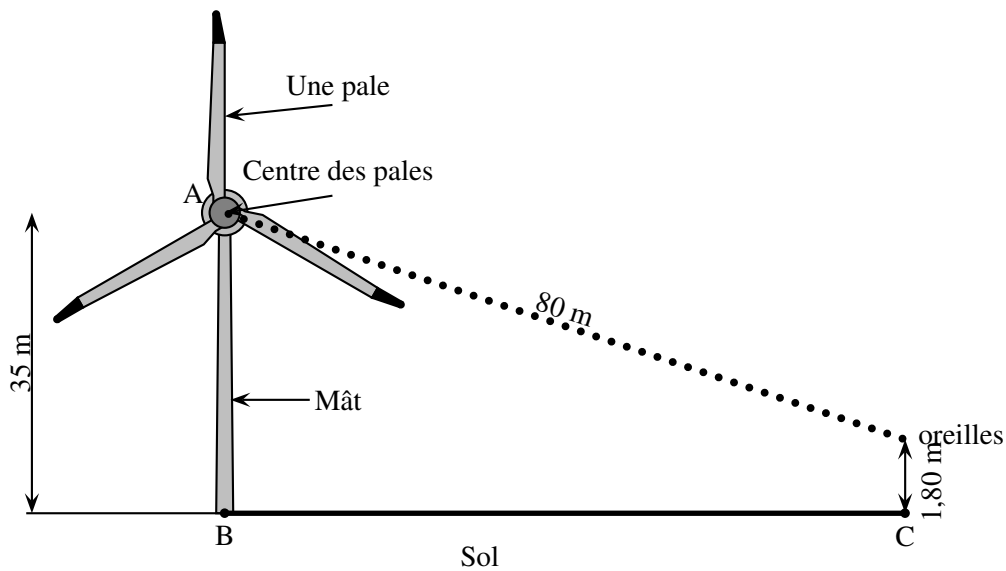
4 points

Les éoliennes sont construites de manière à avoir la même mesure d'angle entre chacune de leurs pales.

1. Une éolienne a trois pales. Quelle est la mesure de l'angle entre deux de ses pales ?
2. Pour réduire le bruit provoqué par les éoliennes, il faut augmenter le nombre de pales.  
Sur l'annexe 1, on a représenté le mât d'une éolienne à six pales par le segment [AB]. En prenant le point A pour centre des pales, compléter la construction avec des pales de 5 cm.
3. On estime qu'à 80 m du centre des pales d'une éolienne le niveau sonore est juste suffisant pour que l'on puisse entendre le bruit qu'elle produit.

Un randonneur dont les oreilles sont à 1,80 m du sol se déplace vers une éolienne dont le mât mesure 35 m de haut. Il s'arrête dès qu'il entend le bruit qu'elle produit (voir le schéma ci-dessous).

À quelle distance du mât de l'éolienne (distance BC) se trouve-t-il ? Arrondir le résultat à l'unité.



La figure n'est pas à l'échelle

### Exercice 7 :

5 points

À l'aide d'un tableur, on a réalisé les tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont :

$$f(x) = 2x \quad \text{et} \quad g(x) = -2x + 8$$

|   |               | B2 |     | =2*B1 |   |   |  |
|---|---------------|----|-----|-------|---|---|--|
|   | A             | B  | C   | D     | E | F |  |
| 1 | Valeur de $x$ | 0  | 1   | 2     | 3 | 4 |  |
| 2 | Image de $x$  | 0  | 2   | 4     | 6 | 8 |  |
| 3 |               |    |     |       |   |   |  |
| 4 | Valeur de $x$ | 0  | 0,5 | 1     | 2 | 4 |  |
| 5 | Image de $x$  | 8  | 7   | 6     | 4 | 0 |  |

1. Quelle est la fonction ( $f$  ou  $g$ ) qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2 ?
2. Quelle formule a été saisie en cellule B5 ?
3. Laquelle des fonctions  $f$  ou  $g$  est représenté dans le repère de l'annexe 2 ?
4. Tracer la représentation graphique de la deuxième fonction dans le repère de l'annexe 2.
5. Donner, en justifiant, la solution de l'équation :  $2x = -2x + 8$ .

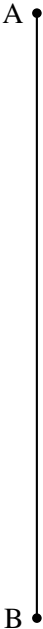
### Exercice 8 : Sphères de stockage

4 points

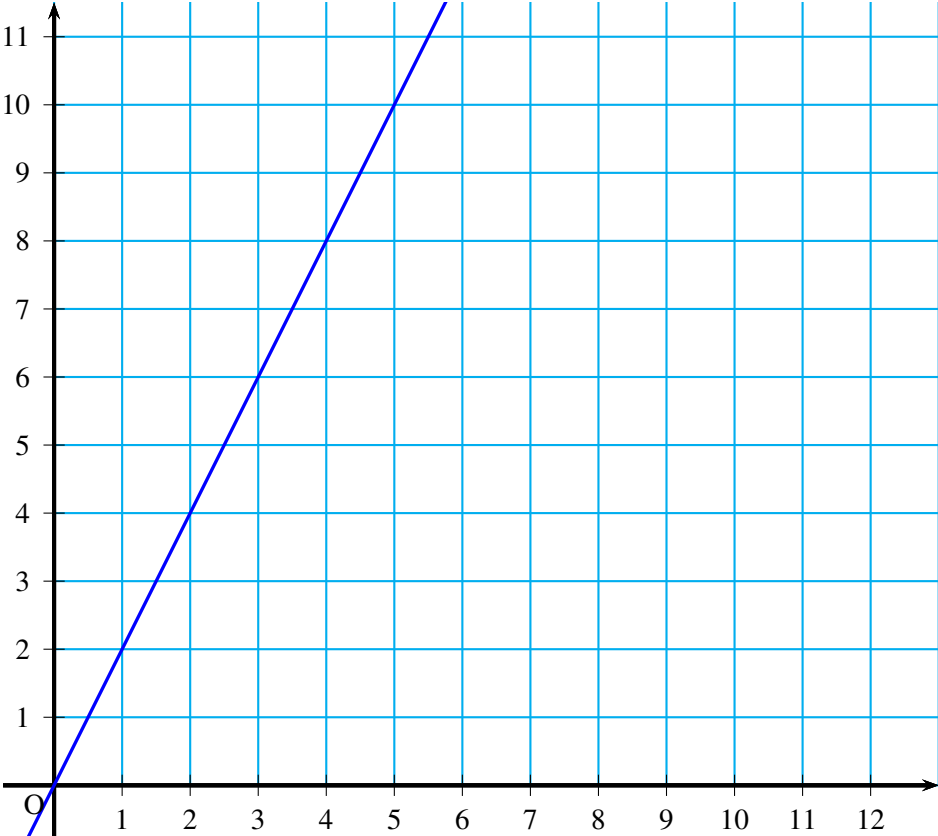
Le dépôt de carburant de Koumourou, à Ducos, dispose de trois sphères de stockage de butane.

1. La plus grande sphère du dépôt a un diamètre de 19,7 m. Montrer que son volume de stockage est d'environ  $4\,000\text{ m}^3$ .  
On rappelle que le volume d'une boule est donné par :  $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ , où  $R$  est le rayon de la boule.
2. Tous les deux mois, 1 200 tonnes de butane sont importées sur le territoire.  
1  $\text{m}^3$  de butane pèse 580 kg. Quel est le volume, en  $\text{m}^3$ , correspondant aux 1 200 tonnes ?  
Arrondir le résultat à l'unité.
3. Les deux plus petites sphères ont des volumes de 1 000  $\text{m}^3$  et 600  $\text{m}^3$ . Seront-elles suffisantes pour stocker les 1 200 tonnes de butane, ou bien aura-t-on besoin de la grande sphère ?  
Justifier la réponse.

ANNEXE 1 - Exercice 6



ANNEXE 2 - Exercice 7



# Correction

NOUVELLE CALÉDONIE - Décembre 2014

## Exercice 1

1.  $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} + \frac{2}{15} = \frac{12}{15} + \frac{2}{15} = \frac{14}{15}$  Réponse A

2.  $\sqrt{25} \times \sqrt{3^2} = 5 \times 3 = 15$  Réponse C

3.  $650 \times \frac{5}{100} = \frac{3\,250}{100} = 32,5$  Réponse A

4. 32 tonnes correspond à deux gros camions !!  
 $7 \times 10^{-15} \text{ g} = 0,000\,000\,000\,000\,007 \text{ g}$  soit la masse d'un atome !!!  
 $6 \times 10^{24} \text{ kg} = 600\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ kg}$

4. Réponse B

## Exercice 2

1. C'est une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 3 issues équiprobables.

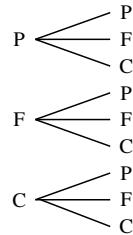
1.a Je perds dans le cas où l'adversaire joue la feuille.

$\frac{1}{3}$  : une chance sur trois

1.b Ne pas perdre la partie est l'événement contraire de l'événement perdre la partie.

Donc la probabilité de ne pas perdre la partie est  $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

2. Voici l'arbre des possibles :



3.a En observant l'arbre des 9 cas possibles on constate que je gagne que dans le cas où l'adversaire joue C puis C.

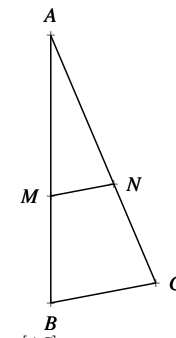
La probabilité que je gagne les deux parties est  $\frac{1}{9}$

3.b Je ne perds que contre F. Il y a 4 branches qui ne contiennent pas F.

La probabilité que je ne perde aucune des deux parties est  $\frac{4}{9}$

## Exercice 3

1.abc



2. Dans le triangle  $ABC$ ,  $M \in [AB]$  et  $N \in [AC]$ .

Les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{AN}{5} = \frac{MN}{2}$$

$$MN = \frac{2 \times 3}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$$

$$AN = \frac{3 \times 5}{5} = 3$$

3. Le périmètre de  $AMN$  est  $AM + MN + NA = 3 \text{ cm} + 1,2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

Le périmètre de  $BMNC$  est  $BM + MN + NC + CB = 2 \text{ cm} + 1,2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 7,2 \text{ cm}$

Les périmètres de  $AMN$  et  $BMNC$  sont donc égaux

## Exercice 4

1. Le navire a parcouru 246 m en 40 s

2.  $246 \text{ m} \div 40 \text{ s} = 6,15 \text{ m/s}$

$6,15 \text{ m/s} \div 0,5 \text{ m/s} = 12,3$

Cela correspond donc à environ 12 noeuds.

Èva est donc la plus proche de la réalité

## Exercice 5

1. On constate que toutes ces valeurs sont positives. Or ce tableau montre l'évolution des températures minimales et maximales.

Les températures ont donc bien augmenté en Nouvelle-Calédonie.

2. La température a le plus évolué à La Roche.

3.

$$\frac{1,3 + 1,3 + 1,2 + 1,2 + 1,2 + 1,3 + 1,2 + 1,2 + 1,5 + 1,3}{10} = \frac{12,7}{10} = 1,27$$

$$\frac{1,3 + 1,3 + 1 + 0,9 + 1 + 1 + 0,8 + 0,9 + 1 + 0,9}{10} = \frac{10,1}{10} = 1,01$$

L'augmentation moyenne des températures minimales est +1,27

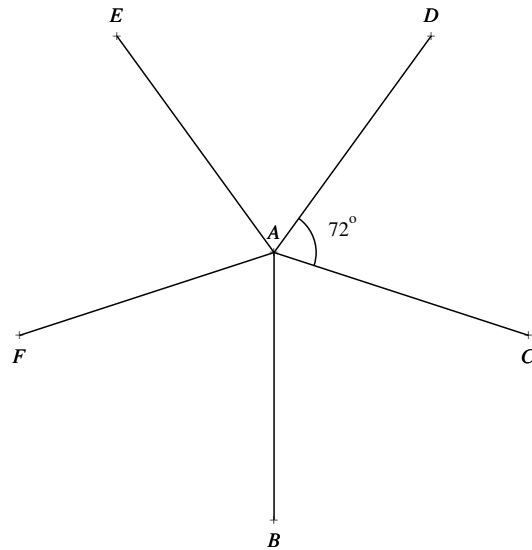
L'augmentation moyenne des températures maximales est  $+1,01$

### Exercice 6

1. L'éolienne à trois pales peut se modéliser comme un polygone régulier à trois côtés : un triangle équilatéral inscrit dans un cercle. L'angle total au centre du cercle mesure  $360^\circ$   
Donc comme  $360^\circ \div 3 = 120^\circ$

L'angle entre deux pales est  $120^\circ$ .

2. En reprenant le raisonnement précédent, une éolienne à cinq pales peut se modéliser comme un pentagone régulier. L'angle au centre d'un pentagone régulier est  $360^\circ \div 5 = 72^\circ$



3. Traçons une parallèle à la droite  $(BC)$  à  $1,80\text{ m}$  au dessus du sol, notons  $B'$  et  $C'$  les points correspondants à  $B$  et  $C$ .  
Le triangle  $AB'C'$  est rectangle en  $B'$  puisque le mat de l'éolienne est perpendiculaire au sol.  
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} B'A^2 + B'C'^2 &= AC^2 \\ (35 - 1,80)^2 + B'C'^2 &= 80^2 \\ 33,20^2 + B'C'^2 &= 6\,400 \\ 1\,102,24 + B'C'^2 &= 6\,400 \\ B'C'^2 &= 6\,400 - 1\,102,24 \\ B'C'^2 &= 5\,297,76 \\ B'C' &= \sqrt{5\,297,76} \\ B'C' &\approx 73 \end{aligned}$$

Le randonneur entendra le bruit de l'éolienne à environ  $73\text{ m}$  du pied du mat.

### Exercice 7

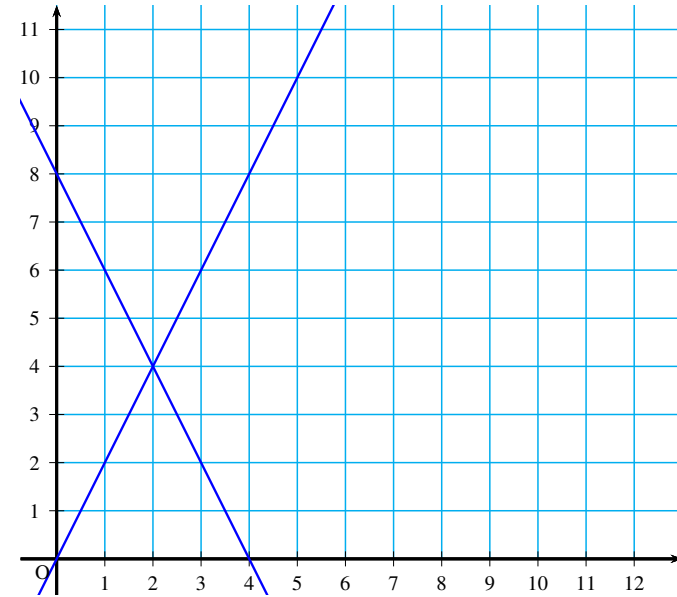
1. B2 correspond à la fonction  $f$

2. Dans la cellule B5 se trouve  $= -2 * B1 + 8$

3. Sur l'annexe 2 est représentée une droite qui passe par l'origine du repère. Il s'agit donc d'une fonction linéaire. De plus l'image de 1 est 2.

Il s'agit de la représentation graphique de la fonction  $f(x) = 2x$

4.  $g$  est une fonction affine. Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par les points de coordonnées  $(0, 8)$  et  $(4, 0)$



5. On voit graphiquement que le point  $(2, 4)$  est le point d'intersection des deux droites.  $x = 2$  doit être la solution de l'équation  $f(x) = g(x)$

Vérifions :

$$\begin{aligned} 2x &= -2x + 8 \\ 4x &= 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$x = 2$  est bien la solution de cette équation.

### Exercice 8

1. Le volume d'une boule de  $19,7\text{ m}$  de diamètre est :  $\frac{4}{3}\pi \times 9,85\text{ m}^3 \approx 4\,003\text{ m}^3$

Le volume de la plus grande boule est bien d'environ  $4\,000\text{ m}^3$

2.  $1\,200\text{ tonnes} = 1\,200\,000\text{ kg}$  et  $1\,200\,000\text{ kg} \div 580\text{ kg} \approx 2\,069$

Le volume de butane importés est d'environ  $2\,069\text{ m}^3$

3. La somme des volumes des deux petites boules est  $1\,600\text{ m}^3$ .

Il faudra donc bien utiliser la grande boule pour stocker les  $1\,200$  tonnes de butane.