L'actualité des nombres

BULLETIN MATHÉMATIQUE À PARUTION ALÉATOIRE

No 4 - ÉDITION DU COLLÈGE VAUQUELIN | SPÉCIAL **ULTIMATE** π **DAY** | 14 MARS 2015

ARTUR AVILA, UN FRANÇAIS MÉDAILLE FIELDS EN 2014

ARthur Avila, 35 ans, est le douzième français à recevoir la prestigieuse médaille Fields. Paris et Rio de Janeiro avaient les yeux braqués sur lui depuis quelques années. Ce franco-brésilien, une soixantaine de publications scientifiques au compteur est un spécialiste théoricien des systèmes dynamiques, c'est à dire qui évoluent au cours du temps.
Son travail a par exemple des aplications dans de nombreux domaines scientifiques : le mouvement des planètes, les modèles climatiques, la manière dont évoluent les populations.
Sa spécialité consiste entre autre à déterminer la probabilité qu'un tel système passe d'un état à un autre.

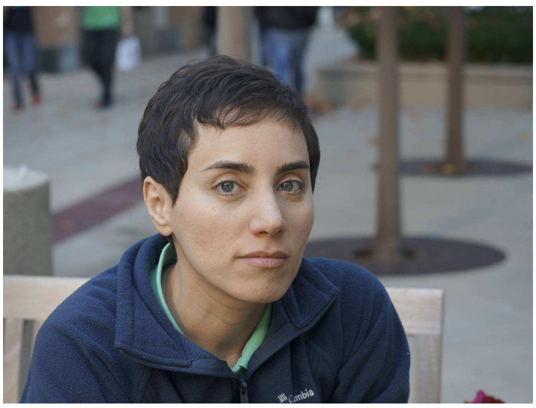
Quand on lui demande d'expliquer son travail, il paraît géné et répond : *« On est obligé d'expliquer ? Je suis très mauvais pour cela ! Pour les systèmes dynamiques (comme l'évolution du climat) on veut la plupart du temps prédire exactement ce qu'il va se passer. On cherche des comportements périodiques avec des événements qui se répétent. Mais souvent c'est plutôt le chaos... »*

Comment devient-on un mathématicien internationalement reconnu à 35 ans ?
En faisant tout très vite et surtout dans le désordre ! Quand il s'intéresse aux Olympiades de mathématiques, un concours réservé aux lycéens, il n'a que 13 ans et c'est un échec cuisant mais logique car certaines parties du programme lui était inconnues. Cela le pique dans son orgueil et lui donne le virus de la compétition.
Quand il se représente à ce concours à 16 ans après un entraînement acharné, il décroche la médaille d'or et attire l'attention de Welligton de Melo, professeur de mathématiques à l'Institut de Mathématiques Pures et Appliquées de Rio de Janeiro. En terminant le lycée il étudie en même temps dans cet institut où il termine son master. À 19 ans il enchaine sur une thèse sur la dynamique unidimensionnelle qu'il terminera 3 ans plus tard.
Pendant sa thèse, il a aussi découvert l'Europe à l'occasion d'une conférence au Portugal. Puis ce fût Paris, d'abord en simple touriste.
« Il y avait une forte tradition de collaboration scientifique entre la France et le Brésil, en particulier à l'IMPA, mais je ne connaissais pas encore l'excellence de l'école française en mathématiques.

Ensuite, j'ai eu envie de rester. D'abord pour des raisons personnelles. » No comment. On ne saura rien de sa vie privée, qu'il protège soigneusement.
Entre 2003 et 2005 il résoud avec ses collaborateurs 3 des 15 grands problèmes du XXIe siècle proposés en 2000.
En 2008 après avoir reçu la médaille de bronze du CNRS il devient le plus jeune directeur de recherche de centre de recherche éminent.
Il dit avoir commencé la musculation et le sport pour gérer son stress dans la préparation d'une conférence lors de la remise des médailles Fields 2010, médaille qui lui échappe alors de peu.
Il continue à travailler sur ses thèmes de prédilection : les échanges d'intervalles, les flots de Teïchmuller et les opérateurs de Schrodinger... Thèmes qui restent pour nous bien mystérieux et que seule une petite partie de la communauté des chercheurs en mathématiques comprend dans les détails.

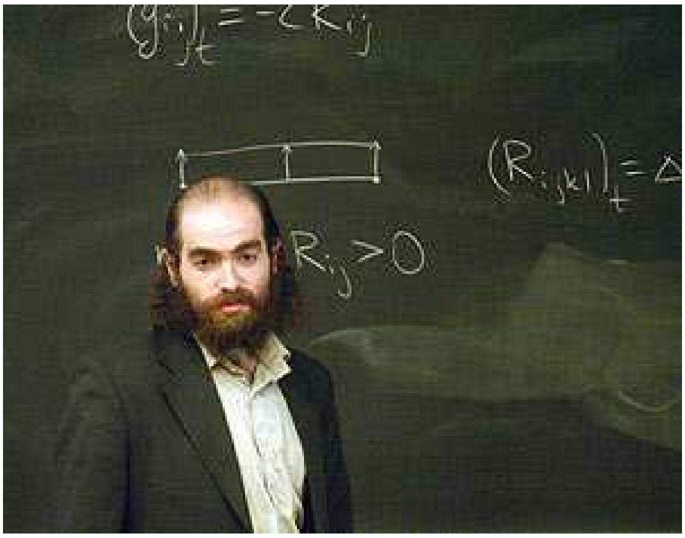
MARYAM MURZAKHANI, PREMIÈRE FEMME MÉDAILLE FIELDS

DEpuis sa création en 1936 jamais une femme n'avait été récompensée. Cette injustice est enfin réparée avec l'iranienne Maryam Murzakhani qui a 37 ans devient le première femme à recevoir cette médaille.
Les mathématiques sont en retard sur le plan de la féminisation par rapport aux autres sciences. En France seuls 18% des maîtres de conférence en mathématiques sont des femmes contre 50% en biologie.
« Le nombre de mathématiciennes est très faible, cela contribue à véhiculer l'idée fausse selon laquelle les mathématiques ne seraient pas une activité adaptée aux filles », regrette une professeure à l'université de Lille-III et présidente de l'association Femmes et mathématiques, qui existe depuis vingt-cinq ans.



« Nous sommes évidemment ravies lorsqu'une femme obtient une distinction importante, car elle devient un modèle à suivre, condition essentielle pour que les jeunes filles envisagent certaines orientations. »
« Maryam a une impressionnante série de résultats fantastiques depuis dix ans. Ses percées ont considérablement vivifié « un domaine très actif », témoigne Curtis McMullen médaille Fields 1998 et directeur de thèse de la lauréate.
Elle fut élève du Lycée Farzanegan un lycée pour jeunes filles surdouées de Téhéran. Elle est lauréate des Olympiades internationales de 1994 et 1995.
Ses champs de recherche sont la théorie de Techmüller, la géométrie hyperbolique, la théorie ergotique, la théorie des modules et la géométrie symplectique. Ses recherche sont considérées d'une créativité exceptionnelle et pourraient permettre de mieux comprendre par exemple la formation de l'univers.

GRIGORI PERELMAN DÉMONTRE LA CONJECTURE DE POINCARÉ



QUalifié de génie par la communauté scientifique, le Russe Grigori Perelman a refusé en août 2006 la médaille Fields, qui vient récompenser sa démonstration de la difficile et célèbre conjecture de Poincaré.

« *Nous avons le regret d'annoncer qu'il a refusé d'accepter la médaille* », a déclaré un porte-parole du Congrès mondial des mathématiciens qui s'est ouvert à Madrid. Ce n'était jamais arrivé.

Grigori Perelman a qualifié la médaille Fields de récompense « *sans intérêt* ». Elle lui aurait pourtant permis de revendiquer un prix d'un million de dollars de l'Institut Clay de Mathématiques, à Cambridge, récompensant la résolution de la conjecture de Poincaré, l'une des « sept énigmes mathématiques du millénaire ».

LA CONJECTURE DE POINCARÉ

LA conjecture de Poincaré qu'il vient de démontrer a été émise la première fois par le mathématicien français, Henri Poincaré, en 1904. Elle cherche a expliquer la nature profonde des formes qui nous entourent.

Un objet géométrique possède une dimension. Il s'agit d'un nombre entier qui indique combien de paramètres le caractérisent. Les segments sont de dimension 1 ; ils n'ont qu'une longueur et pas d'épaisseur. Les figures planes (celle que l'ont fait au tableau) sont de dimension 2 : elles ont une longueur et une largeur. Les solides sont de dimension 3 ; ils ont une longueur, une largeur et une hauteur. On parle parfois dans ce cas de 3D. On retrouve d'ailleurs ce nombre dans les unités de mesure ; les longueurs sont de dimension 1, on les mesure en m (c'est à dire m^1) ; les surfaces en m^2, les volumes en m^3...

Nous vivons dans un espace à 3 dimensions, cependant les volumes qui nous entourent ont des surfaces de dimension 2. En effet on peut les emballer dans du papier cadeau.

Bien que nous puissions pas le représenter, il est possible d'imaginer (difficilement) l'espace de dimension 4. Dans celui-ci les objets ont des « surfaces »de dimension 3. C'est cet espace étrange qui est le plus compliqué à étudier ; et paradoxalement, il s'agit de celui dans lequel nous vivons puisque comme le font les physiciens nous pouvons ajouter le temps à nos trois dimensions habituelles.

Cet espace temps est celui dans lequel l'univers se développe et sa compréhension géométrique est essentielle à l'analyse de son origine.

La branche des mathématiques qui étudie ces questions difficiles s'appelle **la topologie**. La topologie est une sorte de géométrie « molle »où deux objets sont considérés comme identiques si on peut déformer l'un en l'autre sans cassure. La sphère et le cube sont équivalent en ce sens ; mais pas l'anneau.

La conjecture de Poincaré concerne la classification des surfaces fermées de dimension 3. (celles qui permettent d'emballer les objets de la quatrième dimension !).

Depuis Poincaré les mathématiciens cherchent à lister toutes les surfaces de toutes les dimensions (on appelle cela des variétés). Le problème pour la dimension 2 est résolu depuis l'antiquité, pour les dimensions supérieure ou égale à 5 depuis 1961. La dimension 4, la plus difficile, est caractérisée depuis 1982. Seul le cas de la dimension 3 n'avait pas été résolu. C'est chose faite depuis 2006 grâce à Perelman. Il a fallu plus de 2 ans à un comité d'expert pour valider sa démonstration.

LA MÉDAILLE FIELD

LA Médaille Fields est la plus prestigieuse récompense en mathématiques. Elle est attribuée tous les quatre ans au cours du congrès international de mathématiques, à au plus quatre mathématiciens devant avoir moins de 40 ans. Les lauréats se voient attribués une somme de 1,3 millions de dollars. Depuis sa création les États-Unis dominent avec 13 médailles viennent ensuite la France avec 9 médailles puis la Russie et 5 médailles...

Pourquoi n'y a-t-il pas de prix Nobel en mathématiques ?

Une anecdote, très populaire chez les mathématiciens veut que la femme de Nobel ait eu une aventure avec un mathématicien ce qui expliquerait l'animosité de Nobel, et donc cet « oubli ». C'est en réalité la personnalité du grand mathématicien suédois Mittag-Leffler, un homme très imbu de sa personne, qui était en cause. Mittag Leffler était très bien introduit à la cour du roi de Suède, et supportait mal la réussite du chimiste Nobel. C'est cette inimitié mutuelle qui priva les mathématiques de prix Nobel ce qui conduit à la création de la médaille Fields en 1924.

GRigory Perelman est une personnalité étrange. A 40 ans, il refuse les honneurs et continue à vivre humblement avec sa mère dans un appartement de Saint-Petersburg. Il est d'ailleurs sans emploi depuis qu'il a quitté son laboratoire de recherche et vit avec ses moins de 100 € de pension mensuelle.

Interviewé dans la rue, Perelman a insisté sur le fait qu'il était indigne de toute cette attention et complètement indifférent à tout cela. « *Je crois juste que le public n'a rien d'intéressant à apprendre de moi.* »

Lorsqu'après plus de 10 ans de travail acharné, Perelman a finalement résolu ce problème, il a simplement signalé sa conclusion sur l'Internet, plutôt que de la publier dans une revue prestigieuse, ajoutant : « *Si quiconque s'intéresse à ma manière de résoudre ce problème, tout est là, libre à vous de vous en servir. J'ai publié tous mes calculs. C'est tout ce que je peux offrir au public.* »

THE ULTIMATE π DAY

14 mars 2015 - 3/14/15 à 9 :26 :53

$\pi \approx 3,14$ 15926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944
5923078164 0628620899 8628034825 3421170679 8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128 4811174502
8410270193 8521105559 6446229489 5493038196 4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091 4564856692
3460348610 4543266482 1339360726 0249141273 7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436 7892590360
0113305305 4882046652 1384146951 9415116094 3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548 0744623799
6274956735 1885752724 8912279381 8301194912 9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798 6094370277
0539217176 2931767523 8467481846 7669405132 0005681271 4526356082 7785771342 7577896091 7363717872 1468440901
2249534301 4654958537 1050792279 6892589235 4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960 5187072113
4999999837 2978049951 0597317328 1609631859 5024459455 3469083026 4252230825 3344685035 2619311881 7101000313
7838752886 5875332083 8142061717 7669147303 5982534904 2875546873 1159562863 8823537875 9375195778 1857780532
1712268066 1300192787 6611195909 2164201989 3809525720 1065485863 2788659361 5338182796 8230301952 0353018529
6899577362 2599413891 2497217752 8347913151 5574857242 4541506959 5082953311 6861727855 8890750983 8175463746
4939319255 0604009277 0167113900 9848824012 8583616035 6370766010 4710181942 9555961989 4676783744 9448255379
7747268471 0404753464 6208046684 2590694912 9331367702 8989152104 7521620569 6602405803 8150193511 2533824300
3558764024 7496473263 9141992726 0426992279 6782354781 6360093417 2164121992 4586315030 2861829745 5570674983
8505494588 5869269956 9092721079 7509302955 3211653449 8720275596 0236480665 4991198818 3479775356 6369807426
5425278625 5181841757 4672890977 7727938000 8164706001 6145249192 1732172147 7235014144 1973568548 1613611573
5255213347 5741849468 4385233239 0739414333 4547762416 8625189835 6948556209 9219222184 2725502542 5688767179
0494601653 4668049886 2723279178 6085784383 8279679766 8145410095 3883786360 9506800642 2512520511 7392984896
0841284886 2694560424 1965285022 2106611863 0674427862 039194945 0471237137 8696095636 4371917287 4677646575
7396241389 0865832645 9958133904 7802759009

C'est à dire 2000 décimales de π

L'histoire des décimales de π en quelques dates :

Babyloniens	vers - 2000	$\pi \approx 3,1$
La Bible	vers - 500	$\pi \approx 3$
Archimède	vers - 250	$\pi \approx 3,141$
Tsu Chung Chih	480	$\pi \approx 3,141592$
Fibonacci	1220	$\pi \approx 3,141$
Al-Kashi	1429	14 décimales
Van Ceulen	1609	34 décimales
Newton	1665	16 décimales
Machin	1706	100 décimales
Shanks	1874	527 décimales
Ferguson	1945	539 décimales
Wrench (ENIAC)	1949	2 037 décimales
Genuys	1958	10 000 décimales
Shanks et Wrench	1961	100 265 décimales
Guilloud et Bouyer	1973	1 001 250 décimales
Chudnovski	1989	1 011 196 691 décimales
Kanada	1995	6 442 450 938 décimales
Kanada	2002	1 241 100 000 000 décimales
Fabrice Bellard	2009	2 999 999 990 000 décimales
Shigoru et Kondo	2010	5 000 000 000 000 décimales
Shigoru et Kondo	2013	12 100 000 000 050 décimales

Archimède

Que j'aime à faire apprendre ce nombre utile aux sages !
Immortel Archimède, artiste ingénieur,
Qui de ton jugement peut priser la valeur ?
Pour moi, ton problème eut de pareils avantages.

Jadis, mystérieux, un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'oeuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
O quadrature ! Vieux tourment du philosophe !

Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez
Défié Pythagore et ses imitateurs.
Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
Former un triangle auquel il équivaudra ?

Nouvelle invention : Archimède inscrira
Dedans un hexagone ; appréciera son aire
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra :
Dédoublera chaque élément antérieur ;

Toujours de l'orbe calculée approchera ;
Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur
De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle !
Professeur, enseignez son problème avec zèle !

*A*musez-vous à compter le nombre de lettres de chaque mot.
C'est un moyen pour retenir 127 décimales de π

Comment calculer une valeur approchée de π ?

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\times 2}{3\times 3} \times \frac{4\times 4}{5\times 5} \times \frac{6\times 6}{7\times 7} \times \frac{8\times 8}{9\times 9} \ldots$$ **Wallis - 1665**

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \ldots$$ **Grégory - 1671**

$$\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2\times 2} + \frac{1}{3\times 3} + \frac{1}{4\times 4} + \frac{1}{5\times 5} + \frac{1}{6\times 6} + \ldots$$ **Euler - 1740**

$$\pi = 2 + \cfrac{2}{1 + \cfrac{1}{\frac{1}{2} + \cfrac{1}{\frac{1}{3} + \cfrac{1}{\frac{1}{4} + \cfrac{1}{\frac{1}{5} + \ldots}}}}}$$

Avant l'invention des machines à calculer, les mathématiciens utilisaient les services de calculateurs prodiges. En 1844 Johann Dase obtint 205 décimales de π en l'espace de quelques mois. Dase était un calculateur prodige capable de multiplier de tête des nombres de 100 chiffres, prouesse qui lui demandait environ huit heures.
Aujourd'hui la plupart des formules permettant de calculer π sont l'origine de Srinivasa Ramanujan. Certaines d'entre elles sont tellement mystérieuses qu'on ne les comprend pas encore vraiment ; on constate seulement qu'elles sont très efficaces.
Tous les ans depuis 1988, le 14 mars est officielement le jour de π. En effet aux États-Unis cette date s'ecrit 3/14. Cette année 2015 est exceptionnelle à ce titre puisque 3/14/15 permet d'obtenir 4 décimales de π qui si on ajoute l'heure 9 : 26 : 53 nous font passer à 9 décimales... pendant une seconde. Il faudra attendre 100 ans pour connaître un nouvel Ultimate π day. Et imaginez ce que fût le 14 mars 1592...

Nouveau record du monde le 28 décembre 2013

En 1949 pour la première fois le calcul des décimales de π se fait sur un ordinateur, l'un des premiers : l'ENIAC. Les records vont alors s'accumuler pour dépasser le milliard de décimales en 1989. Jusque la fin des années 2000 les équipes qui s'attaquent à ce record sont des laboratoires de recherche universitaires équipés d'ordinateurs spécialisés.
Avec la puissance croissante des micro-ordinateurs, les records depuis 2009 sont obtenus sur de simples ordinateurs du commerce. C'est en particulier le chercheur Shigeru Kondo à l'aide du programme *y-cruncher* conçu par l'ingénieur Alexander J. Yee qui a obtenu les derniers résultats remarquables.
Vous pouvez si vous le souhaitez battre un tel record, il suffit de télécharger gratuitement ce logiciel *y-cruncher* puis de laisser votre ordinateur fonctionner... Attention cependant, le record de décembre 2013 a demandé 94 jours, un processeur 2,9 Ghz 16 coeurs, 128 Gb de mémoire vive et près de 70 To de disque dur pour stocker le résultat.
Un calcul aussi précis de π n'a aucune valeur pratique ; ces recherches permettent avant tout d'améliorer les méthodes de calculs par ordinateur et de tester de manière intensive les composants électroniques.
Vous pouvez télécharger gratuitement *y-cruncher* sur le site *http ://www.numberworld.org/y-cruncher/*

Histoire

Srinivasa Ramanujan

Un matin de 1913, un célèbre mathématicien anglais, Godfrey H. Hardy, découvre dans son courrier une mystérieuse lettre en provenance d'Inde. Écrite dans un anglais approximatif elle est constituée de théorèmes et formules qui pour la plupart sont d'allure démente ou fantastique. L'éminent professeur anglais se désintéresse tout d'abord de la lettre puis dans un élan de curiosité l'examine avec son collègue John E. Littlewood.
Les deux hommes se rendent alors à l'évidence : l'auteur de ce manuscrit est un mathématicien de génie.

Une formule extraordinaire

En 1910, il découvre cette expression :

$$\pi = \frac{9801}{2\sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \times \frac{1103 + 26390n}{(4 \times 99)^{4n}}}$$

Ramanujan ne donne aucune explication.
Il faut attendre jusqu'en 1985 pour que les frères Borwein en donne une justification.

Srinivasa Ramanujan naît le 22 décembre 1887 dans la ville d'Erode en Inde. Son enfance se passe sans encombres à Kumbakonam où il se fait déjà remarquer pour son excellente scolarité.
En 1903 Ramanujan entre en possession d'un livre qui sera décisif pour sa vie. Cet ouvrage n'est qu'un condensé de résultats mathématiques dans un grand nombre de branches sans aucune démonstration. Les mathématiques deviennent alors son unique intérêt.
Il y consacre trop de temps et néglige les autres matières, ce qui lui vaut la suppression de sa bourse d'étude.

En 1906, il retourne au lycée pour un examen d'entrée à l'université. Il assiste quelques mois aux cours puis tombe malade. Au cours de l'examen, il réussit seulement en maths et échoue partout ailleurs, ce qui lui interdit l'entrée à l'université.
Dans les années qui suivent, il continue alors de développer seul ses idées, sans aucune aide extérieure et sans connaissance des thèmes de recherche possibles.
Voici comment le décrit un professeur indien :
« Une silhouette grossière, corpulente, le visage mal rasé, pas très propre, avec un regard brillant très frappant, s'avança avec un cahier usé jusqu'à la corde sous le bras. Il était extrêmement pauvre. Il ouvrit son cahier et commença d'expliquer quelques unes de ses découvertes. Je vis presque immédiatement qu'il y avait quelque chose d'extraordinaire mais mes connaissances ne me permirent pas de juger s'il avait raison ou pas. Je lui demandai ce qu'il désirait. Il dit qu'il voulait un petit revenu pour vivre afin de pouvoir poursuivre ses recherches. »
C'est sur les conseil d'amis mathématiciens que Ramanujan rédige en janvier 1913 cette fameuse lettre à l'attention de Hardy.

Hardy et Littlewood ne tardent pas à contacter Ramanujan et lui demande de les rejoindre en Angleterre. Il n'a pas été facile de le convaincre.
Ramanujan était issu d'une famille brahmane de caste élevée, dans laquelle la pratique religieuse occupait une place primordiale. Ramanujan était un pratiquant assidu. Sa mère, qui était plus stricte encore, refusait catégoriquement à ce que son fils enfreigne l'interdit de voyager en mer.
Ramanujan rejoint cependant l'Angleterre en 1914 afin d'y débuter son exceptionnelle collaboration avec Hardy.

Hardy était profondément admiratif du génie naturel de Ramanujan. Il éprouvait cependant un sentiment de regret. Hardy considérait que c'est entre 18 et 25 ans qu'un mathématicien est le plus prolifique. Chez Ramanujan, il s'agit de la période durant laquelle il a été rejeté de l'université et n'a pu suivre de formation correcte.
Littlewood et Hardy ont donc pris en charge le jeune homme dès son arrivée à Cambridge, afin de le former dans les branches qui lui faisaient défaut.
La tâche n'a pas toujours été facile, notamment pour Littlewood qui a dû affronter l'avalanche de questions originales de Ramanujan à chaque fois qu'il apprenait un nouveau concept.
De plus, les méthodes de travail de Ramanujan n'étaient pas très habituelles. Ceci se traduit par une négligence quasi totale de démonstration, ce qui est illustré par cette citation de Littlewood :
« Il ne possédait peut-être pas du tout l'idée de ce qui est signifié par une démonstration, notion si familière aujourd'hui qu'elle est considérée comme acquise ; si un bout signifiant de raisonnement lui venait quelque part à l'esprit, et que, globalement, le mélange entre intuition et évidence lui donnait quelque certitude, il n'allait pas plus loin. »
Durant son premier hiver anglais, Ramanujan tombe malade ; il supporte mal le climat.
En 1918, Ramanujan est élu membre de la « Cambridge Philosophical Society ». Trois jours plus tard, probablement le plus grand honneur de toute sa carrière, son nom apparaît sur la liste des élections des membres de la « Royal Society of London ».
Il meurt l'année suivante, le 22 Avril 1920, à l'âge de 32 ans, probablement à cause de graves carences alimentaires.

Ramanujan a laissé un grand nombre de cahiers non-publiés, remplis de théorèmes que les mathématiciens continuent d'étudier. Aujourd'hui, ses travaux ont des applications dans les codes de calculs des décimales de π, ainsi qu'en physique théorique.
Le legs de Ramanujan aux mathématiques est un des plus importants mais des plus difficiles. Il est d'autant plus admirable si l'on repense au contexte dans lequel Ramanujan a grandi ; l'Inde du début du siècle dernier et ses problèmes de santé qui ne l'ont pas empêché de s'investir totalement dans la recherche mathématique.