

Sujet de mathématiques du brevet des collèges

PONDICHÉRY

Avril 2015

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

EXERCICE 1

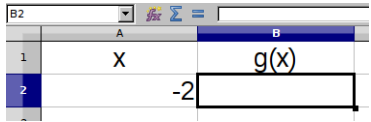
6 POINTS

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples).

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste.

Sur votre copie, indiquer le numéro de la question et recopier l'affirmation juste.

On ne demande pas de justifier.

	Questions	A	B	C
1	La forme développée de $(x-1)^2$ est :	$(x-1)(x+1)$	$x^2 - 2x + 1$	$x^2 + 2x + 1$
2	Une solution de l'équation : $2x^2 + 3x - 2 = 0$ est	0	2	-2
3	On considère la fonction $f : x \rightarrow 3x + 2$. Un antécédent de -7 par la fonction f est :	-19	-3	-7
4	Lorsqu'on regarde un angle de 18° à la loupe de grossissement 2 on voit un angle de :	9°	36°	18°
5	On considère la fonction $g : x \rightarrow x^2 + 7$. Quelle est la formule à entrer dans la cellule B2 pour calculer $g(-2)$? 	$= A2^2 + 7$	$= -2 + 7$	$= A2 * 2 + 7$

EXERCICE 2

5 POINTS

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 œufs de Pâques et 2 530 poissons. Il souhaite vendre des assortiments d'œufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après la mise en paquets, il ne reste ni œufs, ni poissons ;

1. Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier votre réponse.

2. Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

EXERCICE 3

6 POINTS

Peio, un jeune Basque décide de vendre des glaces du **1^{er} juin au 31 août inclus** à Hendaye.

Pour vendre ses glaces, Peio hésite entre deux emplacements :

- une paillote sur la plage ;
- une boutique en centre-ville.

En utilisant les informations ci-dessous, aidez Peio à choisir l'emplacement le plus rentable.

Information 1 : les loyers des deux emplacements proposés :

- la paillote sur la plage : 2 500 € par mois ;
- la boutique en centre-ville : 60 € par jour.

Information 2 : la météo à Hendaye

Du 1^{er} juin au 31 août inclus :

- la soleil brille 75% du temps ;
- le reste du temps, le temps est nuageux ou pluvieux.

Information 3 : prévisions des ventes par jour selon la météo :

	Soleil	Nuageux-pluvieux
La paillote	500 €	50 €
La boutique	350 €	300 €

On rappelle que le mois de juin comporte 30 jours et les mois de juillet et août comportent 31 jours.

Toute piste de recherche même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 4**6 POINTS**

La dernière bouteille de parfum de chez Chenal a la forme d'une pyramide $SABC$ à base triangulaire de hauteur $[AS]$ telle que :

- ABC est un triangle rectangle et isocèle en A ;
- $AB = 7,5 \text{ cm}$ et $AS = 15 \text{ cm}$.

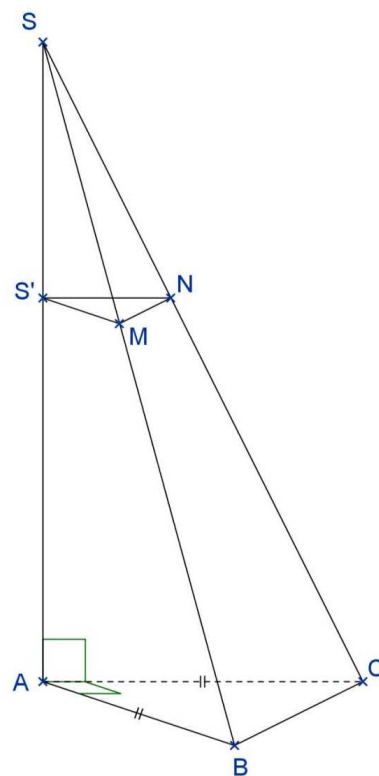
1. Calculer le volume de la pyramide $SABC$. (On arrondira au cm^3 près.)

2. Pour fabriquer son bouchon $SS'MN$, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan P parallèle à sa base et passant par le point S' tel que $SS' = 6 \text{ cm}$.

2.a Quelle est la nature de la section plane $S'MN$ obtenue ?

2.b Calculer la longueur $S'N$.

3. Calculer le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille en cm^3 .

**EXERCICE 5****4 POINTS**

Un jeu télévisé propose à des candidats deux épreuves :

- Pour la première épreuve, le candidat est face à 5 portes : une seule porte donne accès à la salle du trésor alors que les 4 autres s'ouvrent sur la salle de consolation.
- Pour la deuxième épreuve, le candidat se retrouve dans une salle face à 8 enveloppes.

Dans la salle du trésor : une enveloppe contient 1 000 €, 5 enveloppes contiennent 200 €. Les autres contiennent 100 €

Dans la salle de consolation : 5 enveloppes contiennent 100 € et les autres sont vides.

Il doit choisir une seule enveloppe et découvrir alors le montant qu'il a gagné.

1. Quelle est la probabilité que le candidat accède à la salle au trésor ?

2. Un candidat se retrouve dans la salle du trésor.
Quelle est la probabilité qu'il gagne au moins 200 € ?

3. Un autre candidat se retrouve dans la salle de consolation.
Quelle est la probabilité qu'il ne gagne rien ?

EXERCICE 6**7 POINTS**

$[AB]$ est un segment de milieu O tel que $AB = 12 \text{ cm}$.

Le point C appartient au cercle de centre O passant par A . De plus $AC = 6 \text{ cm}$

L'angle \widehat{ABC} mesure 60° .

1. Construire la figure en vraie grandeur.

2. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

a. Le triangle ABC est rectangle.

b. Le segment $[BC]$ mesure 10 cm .

c. L'angle \widehat{AOC} mesure 60° .

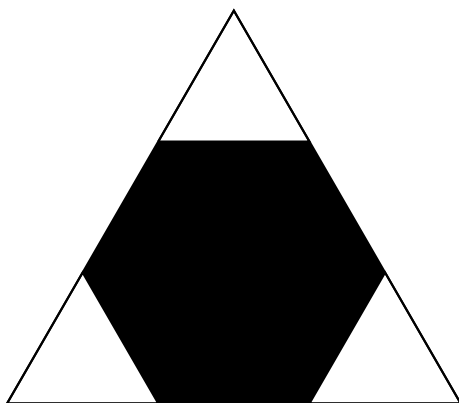
d. L'aire du triangle ABC est $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

e. L'angle \widehat{BOC} mesure 31° .

EXERCICE 7**4 POINTS**

Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm . La somme des périmètres des trois petits triangles est égale au périmètre de l'hexagone gris restant.

Quelle est la mesure du côté des petits triangles ?



Toute trace de recherche, même non aboutie, figurera sur la copie et sera prise en compte dans la notation.

Correction

PONDICHÉRY - Avril 2015

Exercice 1

1. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ donc Réponse C

2. $2 \times 0^2 + 3 \times 0 - 2 = -2$
 $2 \times 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 2 \times 4 + 6 - 2 = 8 + 6 - 2 = 12$
 $2 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 2 = 2 \times 4 - 6 - 2 = 8 - 8 = 0$
Donc Réponse C

3. $f(-19) = 3 \times (-19) + 2 = -57 + 2 = -55$
 $f(-3) = 3 \times (-3) + 2 = -9 + 2 = -7$
 $f(-7) = 3 \times (-7) + 2 = -21 + 2 = -19$
Donc Réponse B
On pouvait aussi résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} 3x + 2 &= -7 \\ 3x &= -7 - 2 \\ 3x &= -9 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

4. Réponse C La mesure des angles est conservée dans un agrandissement ou une réduction d'une figure.

5. Réponse A

Exercice 2

1. $2\ 622 = 19 \times 138$ et $2\ 530 = 19 \times 133 + 3$

Il ne peut pas faire 19 paquets car il lui resterait 3 poissons.

2. On cherche le plus grand diviseur commun aux deux nombres 2 622 et 2 530.
Calculons le PGCD(2 622; 2 530) par l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 2\ 622 &= 2\ 530 \times 1 + 92 \\ 2\ 530 &= 92 \times 27 + 46 \\ 92 &= 46 \times 2 \end{aligned}$$

Donc PGCD(2 622; 2 530) = 46

Il va donc pouvoir faire 46 paquets.
Or $2\ 622 = 46 \times 57$ et $2\ 530 = 46 \times 55$

Il va faire 46 sachets contenant 57 œufs et 55 poissons

Exercice 3

Calculons d'abord le montant des loyers pour les trois mois. Il y a 30 jours en juin, 31 jours en juillet et 31 jours en août soit $30 + 31 + 31 = 92$ jours.
Pour la paillote il faut payer : $2\ 500 \text{ €} \times 3 = 7\ 500 \text{ €}$
Pour la boutique il faut payer : $60 \text{ €} \times 92 = 5\ 520 \text{ €}$

Calculons maintenant une prévision des ventes en tenant compte de la météo.

Il faut calculer le nombre de jours que représente 75% du temps.

$$92 \times \frac{75}{100} = 69$$

On peut faire la prévision qu'il y aura 69 jours de soleil et donc 23 jours de temps nuageux ou pluvieux.

Pour la paillote cela représente une vente de $500 \text{ €} \times 69 + 50 \text{ €} \times 23 = 35\ 650 \text{ €}$

Pour la boutique en ville cela représente une vente de $350 \text{ €} \times 69 + 300 \text{ €} \times 23 = 31\ 050 \text{ €}$

Enfin il faut retirer le coût du loyer aux prévisions des ventes :

Pour la paillote on obtient : $35\ 650 - 7\ 500 = 28\ 150$

Pour la boutique en ligne : $31\ 050 - 5\ 520 = 25\ 530$

Peio a donc intérêt à louer une paillote.

Exercice 4

1. Le volume d'une pyramide est donnée par l'expression : $V = \frac{(\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}}{3}$

Cette pyramide à une base en forme de triangle rectangle.

Le volume de cette pyramide est donc :

$$V = \frac{(7,5 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm}) \div 2 \times 15 \text{ cm}}{3} = \frac{56,25 \text{ cm}^2 \div 2 \times 15 \text{ cm}}{3} = \frac{421,875 \text{ cm}^3}{3} = 140,625 \text{ cm}^3$$

Donc $V \approx 141 \text{ cm}^3$ à 1 cm^3 près.

2.a La section plane obtenue est un triangle rectangle, réduction du triangle ABC.

2.b $[S'N]$ est une réduction de $[AC]$. Le coefficient multiplicateur est $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$

Comme $AB = AC = 7,5 \text{ cm}$ on a $S'N = 0,4 \times 7,5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

3. La pyramide $SS'MN$ est une réduction de la pyramide $SABC$, réduction de coefficient multiplicateur 0,4
Si les longueurs de la pyramide sont multipliées par 0,4 alors son volume est multiplié par $0,4^3 = 0,064$
Le volume du bouchon est donc $V' \approx 0,064 \times 141 \text{ cm}^3 \approx 9 \text{ cm}^3$

Le flacon contient au maximum : $141 \text{ cm}^3 - 9 \text{ cm}^3 = 132 \text{ cm}^3$ de parfum.

Exercice 5

1. Nous sommes dans une situation où les cinq issues sont équiprobables.

La probabilité d'entrer dans la salle au trésor est donc de $\frac{1}{5} = 0,2$

2.a Désolé je ne sais pas faire ce schéma... je comprends pas !

2.b Nous sommes dans une situations où les 8 issues sont équiprobables.
Parmi les 8 enveloppes, 6 contiennent plus de 200 € .

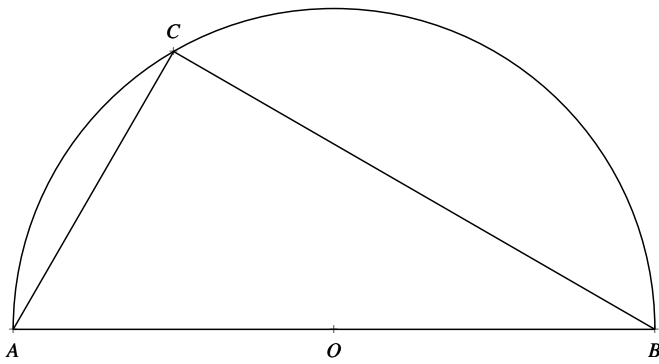
La probabilité de gagner plus de 200 € est donc de $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$

3. Dans la salle de consolation les 8 issues sont équiprobables.
Parmi les 8 enveloppes, 3 ne contiennent rien.

La probabilité de ne rien gagner est donc $\frac{3}{8} = 0,375$

Exercice 6

1.



2.a On sait que **Si le cercle circonscrit d'un triangle admet pour diamètre l'un de ses côtés alors ce triangle est rectangle.**

Comme $[AB]$ est un diamètre du cercle passant par C .

La triangle ABC est rectangle en C

2.b Comme ABC est rectangle en C .

D'après le théorème de Pythagore

$$\begin{aligned} CA^2 + CB^2 &= AB^2 \\ 6^2 + CB^2 &= 12^2 \\ 36 + CB^2 &= 144 \\ CB^2 &= 144 - 36 \\ CB^2 &= 108 \\ CB &= \sqrt{108} \approx 10,4 \end{aligned}$$

Donc $BC \neq 10 \text{ cm}$

2.c On sait que $AC = 6 \text{ cm}$ et que $AO = 6 \text{ cm}$.

De plus comme C est sur le cercle $OC = 6 \text{ cm}$.

AOC est donc un triangle équilatéral.

L'angle \widehat{AOC} mesure donc bien 60°

2.d L'aire du triangle ABC est donnée par la formule : $V = AC \times BC \div 2$

$$V = 6 \text{ cm} \times \sqrt{108} \text{ cm} \div 2 = 3 \times \sqrt{36 \times 3} \text{ cm}^2 = 3 \times 6\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

L'aire du triangle ABC est $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

2.e $\widehat{BOC} + \widehat{COA} = 180^\circ$

Or comme AOC est équilatéral, $\widehat{COA} = 60^\circ$

Ainsi $\widehat{BOC} = 120^\circ$

$\widehat{BOC} \neq 31^\circ$

Exercice 7

On peut par exemple poser x la mesure en cm du côté du petit triangle équilatéral.

Le périmètre d'un petit triangle équilatéral est donc $3x$.

La somme des périmètres des petits triangles équilatéraux est $9x$.

L'hexagone a un périmètre de : $x + (6 - 2x) + x + (6 - 2x) + x + (6 - 2x) = 3x + 18 - 6x = 18 - 3x$

Il reste à résoudre l'équation :

$$9x = 18 - 3x$$

$$9x + 3x = 18$$

$$12x = 18$$

$$x = \frac{18}{12}$$

$$x = 1,5$$

Vérifions : un petit triangle équilatéral à un périmètre de $4,5 \text{ cm}$ donc les trois $1,5 \text{ cm}$.

L'hexagone : $1,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 13,5 \text{ cm}$

Le petit triangle équilatéral à un côté de $1,5 \text{ cm}$