**Durée : 2 heures**

# Brevet des collèges 15 juin 2015
# Centres étrangers groupement I

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Indications portant sur l'ensemble du sujet.
Les figures ou croquis ne sont pas en vraie grandeur !
Pour chaque question, laisser toutes traces de la recherche : même non aboutie, elle sera valorisée.

**EXERCICE 1** **5,5 points**

*Pour cet exercice, aucune justification n'est attendue.*
En appuyant sur un bouton, on allume une des cases de la grille ci-contre au hasard.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

1. **a.** Quelle est la probabilité que la case 1 s'allume ?
   **b.** Quelle est la probabilité qu'une case marquée d'un chiffre impair s'allume ?
   **c.** Pour cette expérience aléatoire, définir un évènement qui aurait pour probabilité $\frac{1}{3}$.
2. Les cases 1 et 7 sont restées allumées. En appuyant sur un autre bouton, quelle est la probabilité que les trois cases allumées soient alignées ?

**EXERCICE 2** **4 points**

Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner, a effectué un saut d'une altitude de 38 969,3 mètres.
La première partie de son saut s'est faite en chute libre (parachute fermé).
La seconde partie, s'est faite avec un parachute ouvert.
Son objectif était d'être le premier homme à « **dépasser le mur du son** ».

« **dépasser le mur du son** » : signifie atteindre une vitesse supérieure ou égale à la vitesse du son, c'est à dire 340 m.s$^{-1}$.

La Fédération Aéronautique Internationale a établi qu'il avait atteint la vitesse maximale de 1 357,6 km.h$^{-1}$ au cours de sa chute libre.

1. A-t-il atteint son objectif ? Justifier votre réponse.
2. Voici un tableau donnant quelques informations chiffrées sur ce saut :

| | |
|---|---|
| Altitude du saut | 38 969,3 m |
| Distance parcourue en chute libre | 36 529 m |
| Durée totale du saut | 9 min 3 s |
| Durée de la chute libre | 4 min 19 s |

Calculer la vitesse moyenne de Félix Baumgartner en chute avec parachute ouvert exprimée en m.s$^{-1}$. On arrondira à l'unité.

**EXERCICE 3** **6 points**

Soit un cercle de diamètre [KM] avec KM = 6 cm.
Soit un point L sur le cercle tel que ML = 3 cm.

1. Faire une figure.
2. Déterminer l'aire en $cm^2$ du triangle KLM. Donner la valeur exacte puis un arrondi au $cm^2$ près.

**EXERCICE 4** **6 points**

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul :

Programme de calcul de Mathilde

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par 9
- Soustraire 8 au résultat obtenu

Programme de calcul de Paul

- Saisir un nombre
- Multiplier ce nombre par −3
- Ajouter 31 au résultat obtenu

1. On considère la feuille de calcul suivante :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Nombre de départ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | Mathilde | | | | | | | | | | | |
| 3 | Paul | | | | | | | | | | | |

   **a.** Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?

   **b.** Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?

2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Nombre de départ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | Mathilde | −8 | 1 | 10 | 19 | 28 | 37 | 46 | 55 | 64 | 73 | 82 |
| 3 | Paul | 31 | 28 | 25 | 22 | 19 | 16 | 13 | 10 | 7 | 4 | 1 |

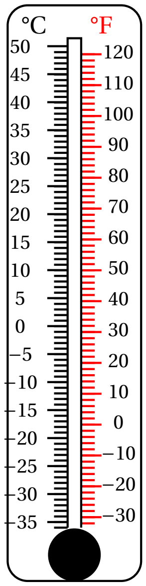
   Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.

   Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

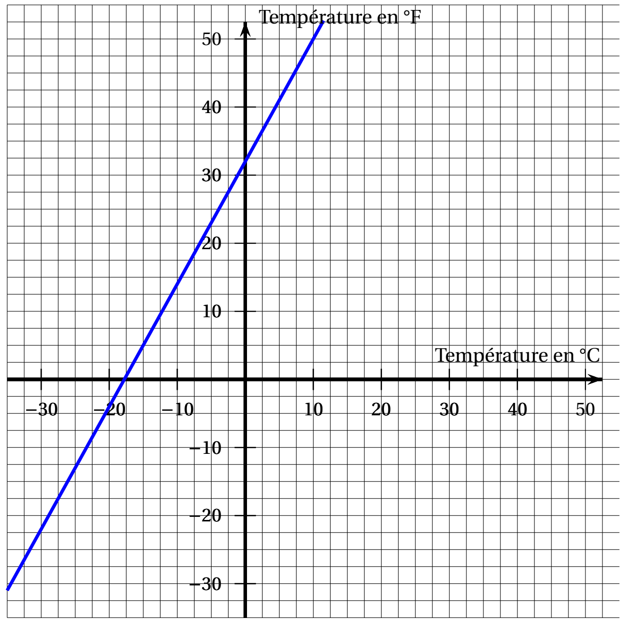
3. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

**EXERCICE 5** **8 points**

Il existe différentes unités de mesure de la température. En France, on utilise le degré Celsius (°C), aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit (°F). Voici deux représentations de cette correspondance :




Représentation 1




Représentation 2

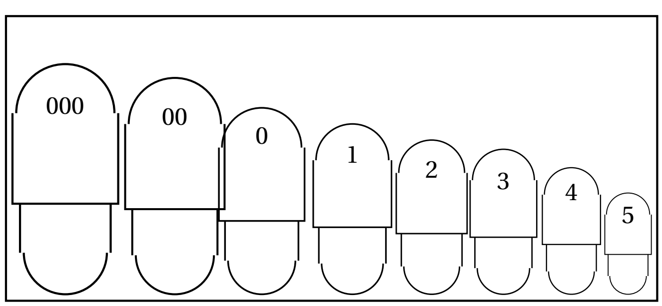
1. En vous appuyant sur les représentations précédentes, déterminer s'il y a proportionnalité entre la température en degré Celsius et la température en degré Fahrenheit. Justifier votre réponse.
2. Soit $f$ la fonction qui à une température $x$ en degré Celsius associe la température $f(x)$ en degré Fahrenheit correspondante. On propose trois expressions de $f(x)$ :

| Proposition 1 | Proposition 2 | Proposition 3 |
|---|---|---|
| $f(x) = x + 32$ | $f(x) = 1,8x + 32$ | $f(x) = 2x + 30$ |

   « Les propositions 1 et 3 ne peuvent pas être correctes. C'est donc la proposition 2 qui convient. ». Justifier cette affirmation.
3. On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = 1,8x + 32$.
   Calculer $f(10)$ et $f(-40)$.
4. Existe-t-il une valeur pour laquelle la température exprimée en degré Celsius est égale à la température exprimée en degré Fahrenheit ? Justifier votre réponse.

**EXERCICE 6** **6,5 points**

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient 'a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.
On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :

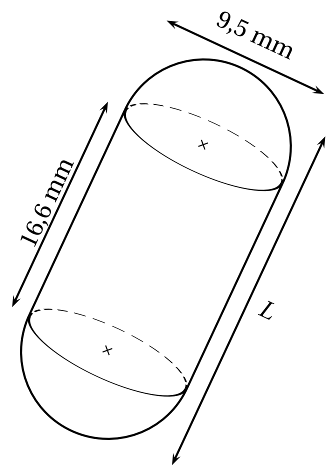


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

| Calibre de la gélule | 000 | 00 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Longueur $L$ de la gélule (en mm) | 26,1 | 23,3 | 21,7 | 19,4 | 18,0 | 15,9 | 14,3 | 11,1 |

*Source : « Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap*

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-contre.




Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

**1.** À quel calibre correspond cette gélule ? Justifier votre réponse.

**2.** Calculer le volume arrondi au mm$^3$ de cette gélule.

*On rappelle les formules suivantes :*

| Volume d'un cylindre de rayon $R$ et de hauteur $h$ | Volume d'un cône de rayon de base $R$ et de hauteur $h$ | Volume d'une sphère de rayon $R$ : |
|---|---|---|
| $V = \pi \times R^2 \times h$ | $V = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ | $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$ |

**3.** Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.
Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de $6,15 \times 10^{-4}$ g/mm$^3$. La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.
Quelle masse d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement ? Donner le résultat en grammes arrondi à l'unité.

# Correction

## Centres étrangers - Juin 2015

### Exercice 1

**1.a** Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité. Il y a 9 cas possibles. Une seule case allume le 1.

$\boxed{\text{La probabilité que la case 1 s'allume est } \dfrac{1}{9}}$

**1.b** Il y a 5 chiffres impairs.

$\boxed{\text{La probabilité qu'un chiffre impair s'allume est } \dfrac{5}{9}}$

**1.c** Il faut qu'il y ait 3 cas possibles.

Par exemple : $\boxed{\text{Une case dont le nombre est strictement supérieur à 6}}$

**2.** Si 1 et 7 sont allumés il faut que le 4 et seulement lui s'allume pour faire un alignement. On considère que dans cette situation il ne reste que 7 cases dont l'allumage est possible.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{1}{7}}$

### Exercice 2

**1.** $1\ 357,6\ km\ h^{-1}$ signifie qu'il aurait parcouru $1\ 357,6\ km$ en $1\ h$.
Pour comparer avec la vitesse du son qui est donnée en $m\ s^{-1}$, c'est à dire en mètre par seconde, il faut convertir les unités de départ.
$1\ 357,6\ km = 1\ 357\ 600\ m$ car $1\ 000\ m = 1\ km$
$1\ h = 60\ min = 60 \times 60\ s = 3\ 600\ s$
$1\ 357\ 600\ mdiv3\ 600\ s \approx 377,1\ m\ s^{-1}$

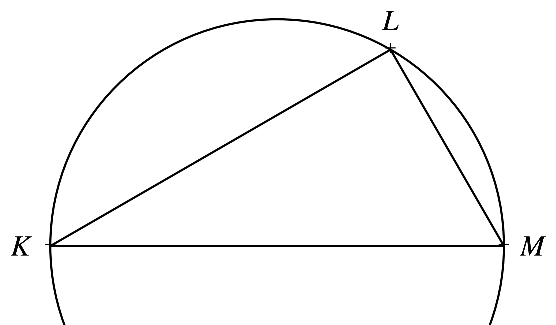
$\boxed{\text{Félix Baumgartner a bien dépassé la vitesse du son et atteint son objectif !}}$

**2.** Calculons la distance parcourue en parachute : $38\ 969,3\ m - 36\ 529\ m = 2\ 440,3\ m$
Calculons la durée du saut en parachute : $9\ min\ 03\ s - 4\ min\ 19s = 4\ min\ 44\ s$
Il a parcouru $2\ 440,3\ m$ en $4\ min\ 44\ s = 4 \times 60\ s + 44s = 284\ s$
$2\ 440,3 \div 284\ s \approx 9\ m\ s^{-1}$

$\boxed{\text{La vitesse de chute en parachute était } 9\ m\ s^{-1}}$

### Exercice 3

**1.**



**2.** Le triangle $KLM$ est inscrit dans le cercle de diamètre $[KL]$
On sait que **Si un triangle est inscrit dans un cercle dont le diamètres est l'un des côtés alors ce triangle est rectangle**
Du coup $KLM$ est rectangle en $L$

L'aire d'un triangle rectangle vaut la moitié du rectangle que l'on peut construire sur ses côtés.
$Aire(KLM) = LM \times LK \div 2$
Il reste donc à calculer $KL$

Dans le triangle $KLM$ rectangle en $L$, **le théorème de Pythagore** affirme que :

$$LM^2 + LK^2 = KM^2$$

$$3^2 + LK^2 = 6^2$$

$$9 + LK^2 = 36$$

$$LK^2 = 36 - 9$$

$$LK^2 = 27$$

$$LK = \sqrt{27}$$

Ainsi $Aire(KLM) = \dfrac{3\sqrt{27}}{2} \approx 8\ cm^2$

L'aire du triangle $KLM$ mesure 8 $cm^2$ à l'unité près.

**Exercice 4**

**1.a** Il faut saisir $= 9 * B1 - 8$

**1.b** Il faut saisir $= -3 * B1 + 31$

**2.** En observant le tableau on constate que les résultats de Mathilde sont inférieurs à ceux de Paul jusqu'à la valeur de départ 3 puis à partir de 4 les résultats de Mathilde sont supérieurs à ceux de Paul.

S'il existe, le nombre pour lequel les deux programmes donnent le même résultat est compris entre 3 et 4

**3.** Notons $x$ le nombre de départ pour lequel les programmes de Paul et Mathilde donnent le même résultat.
Il faut donc résoudre l'équation :

$$9x - 8 = -3x + 31$$

$$9x + 3x = 31 + 8$$

$$12x = 39$$

$$x = \frac{39}{12} = 3,25$$

Pour le nombre de départ $3,25$ les deux programmes donnent le même résultat.

**Exercice 5**

**1.** On sait que deux grandeurs proportionnelles sont caractérisés par une relation sous forme de fonction linéaire. Or la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.
La représentation graphique proposée est bien une droite mais elle ne passe pas par l'origine. C'est la représentation graphique d'une fonction affine non linéaire.

$\boxed{\text{Il n'y a donc pas proportionnalité entre les degrés Celsius et les degrés Farenheit}}$

**2.** Dans une expression de fonctions affines du type $f(x) = ax + b$ il faut observer le nombre $a$, le coefficient directeur et le nombre $b$, l'ordonnée à l'origine.
On lit l'ordonnée à l'origine sur l'axe des ordonnées à l'intersection de la droite et de l'axe. D'après le graphique $b = 32$
On lit le coefficient directeur en observant la variation sur l'axe des ordonnées lorsque l'on fait varier de quelques unités sur l'axe des abscisses. On observe au niveau de la valeur $-20$ sur l'axe des abscisses que en avançant d'un carreau horizontalement on monte de deux carreaux sur les ordonnées.
En abscisse, un carreau correspond à $2°C$, en ordonnée, un carreau correspond à $2,5°F$.
Donc le coefficient directeur ne peut pas être 1 comme dans la fonction $f(x) = x + 32$

$\boxed{\text{Seule la proposition 2 est compatible avec le graphique proposé.}}$

**3.** $f(10) = 1,8 \times 10 + 32 = 18 + 32 = 50$
$f(-40) = 1,8 \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40$

$\boxed{f(10)50 \text{ et } f(-40) = -40}$

**4.** On a observé que $f(-40) = -40$

$\boxed{-40°F = -40°C}$

**Exercice 6**

**1.** Une gélule est constituée d'une partie cylindrique et de deux hémisphères. Pour obtenir sa longueur il faut ajouter la hauteur du cylindre à deux fois le rayon de la sphère, c'est à dire le diamètre de la sphère.
$16,6\ mm + 9,5\ mm = 26,1\ mm$

$\boxed{\text{C'est une gélule de calibre 000}}$

**2.** Le volume de la partie cylindrique vaut : $\pi \times (4,75\ mm)^2 \times 16,6\ mm = 374,5375\pi\ mmm^3 \approx 1\ 176\ mm^3$
Le volume des deux hémisphères, c'est à dire de la sphère vaut : $4 \times \pi \times (4,75\ mm)^3 \div 3 \approx 449\ mm^3$
Or $1\ 176\ mmm^3 + 449\ mm^3 = 1\ 625\ mm^3$

$\boxed{\text{Le volume de la gélule est } 1\ 625\ mm^3}$

**3.** $6,15 \times 10^{-4}\ g/mm^3$ signifie que $1\ mm^3$ d'antibiotique à une masse de $6,15 \times 10^{-4}\ g = 0,000\ 615\ g$
La boite contient 3 plaquettes de 6 gélules, c'est à dire $3 \times 6 = 18$, 18 gélules.
Le volume d'une gélule est $1\ 625\ mm^3$ donc comme $18 \times 1\ 625\ mm^3 = 29\ 250\ mm^3$, le volume absorbé est $29\ 250\ mm^3$
Enfin comme $6,15 \times 10^{-4} \times 29\ 250 \approx 18$

$\boxed{\text{Robert a absorbé environ 18 } g \text{ d'antibiotique pendant son traitement.}}$