DIPLÔME NATIONAL DU BREVET **15DNBGENMATAAG21**

SESSION 2015

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

Durée de l'épreuve : 2 h 00

Le candidat répondra sur une copie modèle Éducation Nationale.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 sur 5 à 5 sur 5

Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et qu'il correspond à votre série.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée

(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Maîtrise de la langue : 4 points

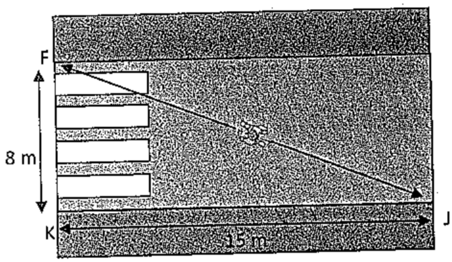
Exercice 1 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. Une seule d'entre elles est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse exacte.
Une bonne réponse rapporte 1 point.
Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

		A	B	C
1	L'écriture en notation scientifique du nombre 587 000 000 est :	$5{,}87\times10^{-8}$	587×10^{6}	$5{,}87\times10^{8}$
2	Si on développe et réduit l'expression $(x+2)(3x-1)$ on obtient :	$3x^2+5x-2$	$3x^2+6x+2$	$3x^2-1$
3	Dans un parking il y a des motos et des voitures. On compte 28 véhicules et 80 roues. Il y a donc :	20 voitures	16 voitures	12 voitures
4	Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit :	-8^{18}	$(-8)^{18}$	$18\times(-8)$
5	La section d'un cylindre de révolution de diamètre 4 cm et de hauteur 10 cm par un plan parallèle à son axe peut être :	un rectangle de dimensions 3 cm et 10 cm	un rectangle de dimensions 5 cm et 10 cm	un rectangle de dimensions 3 cm et 8 cm

Exercice 2 (5 points)

Julien est en retard pour aller rejoindre ses amis au terrain de basket.
Il décide alors de traverser imprudemment la route du point J au point F sans utiliser les passages piétons.
Le passage piéton est supposé perpendiculaire au trottoir.



En moyenne, un piéton met 9 secondes pour parcourir 10 mètres. Combien de temps Julien a-t-il gagné en traversant sans utiliser le passage piéton ?

Exercice 3 (4 points)

Un bus transporte des élèves pour une compétition multisports. Il y a là 10 joueurs de ping-pong, 12 coureurs de fond et 18 gymnastes. Lors d'un arrêt, ils sortent du bus en désordre.

1. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un joueur de ping-pong ?
2. Quelle est la probabilité que le premier sportif à sortir du bus soit un coureur ou un gymnaste ?
3. Après cet arrêt, ils remontent dans le bus et ils accueillent un groupe de nageurs. Sachant que la probabilité que ce soit un nageur qui descende du bus en premier est de 1/5, déterminer le nombre de nageurs présents dans le bus.

Exercice 4 (3 points)

À la fin d'une fête de village, tous les enfants présents se partagent équitablement les 397 ballons de baudruche qui ont servi à la décoration. Il reste alors 37 ballons.

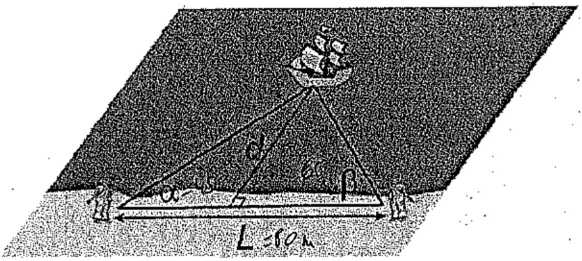
L'année suivante, les mêmes enfants se partagent les 598 ballons utilisés cette année-là. Il en reste alors 13.

Combien d'enfants, au maximum, étaient présents ?

Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans la notation.

Exercice 5 (7 points)

Un bateau se trouve à une distance *d* de la plage.



Supposons dans tout le problème que $\alpha = 45°$, $\beta = 65°$ et que $L = 80$ m.

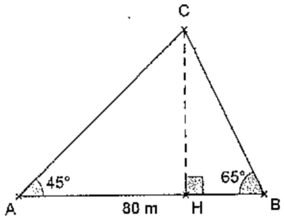
1. Conjecturons la distance *d* à l'aide d'une construction

Mise au point par Thalès (600 avant JC), la méthode dite de TRIANGULATION propose une solution pour estimer la distance *d*.

a) Faire un schéma à l'échelle 1/1000 (1 cm pour 10 m).

b) Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance *d* séparant le bateau de la côte.

2. Déterminons la distance *d* par le calcul



a) Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ est de 70°.

b) Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}}$$

En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au *cm* près.

c) En déduire la longueur CH arrondie au *cm* près.

Exercice 6 (7 points)

Soient les fonctions f, g et h définies par :

$f(x) = 6x$ $\qquad$ $g(x) = 3x^2 - 9x - 7$ $\qquad$ et $\qquad$ $h(x) = 5x - 7$

A l'aide d'un tableur, Pauline a construit un tableau de valeurs de ces fonctions.
Elle a étiré vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2, B3 et B4.

B3 $\quad$ fx $\quad$ =3*B1*B1-9*B1-7

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x) = 6x$	-18	-12	-6	0	6	12	18
3	$g(x) = 3x^2 - 9x - 7$	47	23	5	-7	-13	-13	-7
4	$h(x) = 5x - 7$	-22	-17	-12	-7	-2	3	8

1) Utiliser le tableur pour déterminer la valeur de *h* (-2).
2) Écrire les calculs montrant que : *g* (-3) = 47.

3) Faire une phrase avec le mot « antécédent » ou le mot « image » pour traduire l'égalité $g(-3) = 47$.
4) Quelle formule Pauline a-t-elle saisie dans la cellule B4 ?
5) **a.** Déduire du tableau ci-dessus une solution de l'équation ci-dessous :

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$$

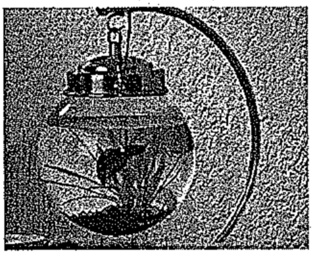
b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ? Justifier la réponse.

Dans cette question, toute trace de recherche, même inaboutie sera prise en compte et valorisée.

<u>Exercice 7</u> (5 points)

Un aquarium a la forme d'une sphère de 10 cm de rayon, coupée en sa partie haute : c'est une « calotte sphérique ».

La hauteur totale de l'aquarium est 18 cm.



1) Le volume d'une calotte sphérique est donné par la formule :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$$

où r est le rayon de la sphère et h est la hauteur de la calotte sphérique.

a) Prouver que la valeur exacte du volume en cm^3 de l'aquarium est 1296π.

b) Donner la valeur approchée du volume de l'aquarium au litre près*.

2) On remplit cet aquarium à ras bord, puis on verse la totalité de son contenu dans un autre aquarium parallélépipédique. La base du nouvel aquarium est un rectangle de 15 cm par 20 cm.

Déterminer la hauteur atteinte par l'eau (on arrondira au cm).

*Rappel : 1 L = 1 dm^3 = 1000 cm^3

Correction

Asie - Juin 2015

Exercice 1

1. $587\,000\,000 = 5,87 \times 10^8$

$\boxed{\text{Réponse C}}$

2. $(x+2)(3x-1) = 3x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$

$\boxed{\text{Réponse A}}$

3. Il y a 28 véhicules, voitures ou motos. Donc 28 véhicules ont au moins 2 roues c'est à dire 56 roues.
Il reste donc 24 roues pour les véhicules en ayant 4 soit 2 de plus. Comme $24 = 2 \times 12$ on en déduit qu'il y a 12 voitures et 16 motos.
Vérifions : $12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$

On pouvait aussi poser x le nombre de voitures et y le nombre de motos.
On obtient le système de deux équations à deux inconnues suivant :
$\begin{cases} x+y=28 & (1) \\ 4x+2y=80 & (2) \end{cases}$
Dans l'équation (1) on obtient $x = 28 - y$
Du coupe dans (2) on a $4(28-y)+2y = 80$ donc $112 - 4y + 2y = 80$
Soit $112 - 80 = 32y$ et $2y = 32$ d'où $y = 16$
Et comme $y = 16$ on a $x = 12$

$\boxed{\text{Réponse C}}$

4. $(-8) \times (-8) \times ... \times (-8) = (-8)^{18}$

$\boxed{\text{Réponse B}}$

5. La section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est un rectangle dont une des dimensions vaut la hauteur du cylindre et la seconde est inférieure ou égale au diamètre du cylindre.

Réponse A

Exercice 2

Comme le passage piéton est perpendiculaire au trottoir on considère que le triangle FKJ est rectangle en K
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$KJ^2 + KF^2 = FJ^2$$
$$15^2 + 8^2 = FJ^2$$
$$225 + 64 = FJ^2$$
$$FJ^2 = 289$$
$$FJ = \sqrt{289} = 17$$

Un pièton met 9 s pour parcourir 10 m c'est à dire $0,9$ s pour 1 m.
En passant par le passage pièton Julien va pacourir $8\ m + 15\ m = 23\ m$ soit 6 m de moins qu'en passant par le segment $[FJ]$
Or $6 \times 0,9 = 5,4$.

$\boxed{\text{Julien va gagner } 5,4\ s \text{ en traversant en dehors du passage pièton.}}$

Exercice 3

1. $10+12+18=40$. Il y a 40 élèves dans le bus dont 10 joueurs de ping-pong.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{10}{40}=\frac{1}{4}=0,25 \text{ soit } 25\%}$

2. Cet événement est le contraire de l'évenement de la question 1. Ou on compte les coureurs et les gymnastes soit 28 élèves.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{30}{40}=\frac{3}{4}=0,75 \text{ soit } 75\%}$

3. Il y avait 40 élèves dans le bus avant que ne rentrent les nageurs. Ceux-ci représentent $\frac{1}{5}$ du bus, donc les 40 élèves représentent $\frac{4}{5}$ du bus.
Si $\frac{4}{5}$ représentent 40, $\frac{1}{5}$ correspond à 10 élèves.
Ou alors on pose x le nombre de nageurs et on obtient l'équation :

$$\frac{x}{x+40}=\frac{1}{5}$$
$$5x=x+40$$
$$4x=40$$
$$x=10$$

$\boxed{\text{Il y a 10 nageurs dans le bus.}}$

Exercice 4

Quand on partage les 397 ballons, il en reste 37. Donc $397-37=360$ ont été partagé équitablement.
Quand on partage les 598 ballons, il en reste 13. Donc $598-13=585$ ont été partagé équitablement.
On veut savoir combien d'enfants au maximum étaient présents. Donc on cherche le plus grand diviseur commun aux nombres 360 et 585

Calculons le $PGCD(360;585)$ par **l'algorithme d'Euclide** :

$$585=360\times 1+225$$
$$360=225\times 1+135$$
$$225=135\times 1+90$$
$$135=90\times 1+45$$
$$90=45\times 2$$

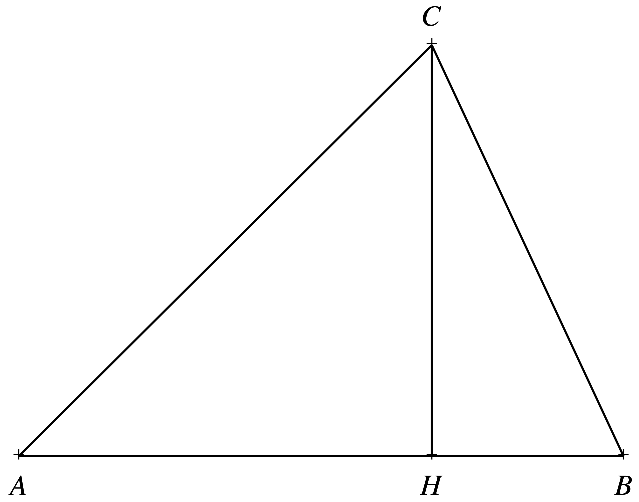
Donc $PGCD(360;585)=45$

$\boxed{\text{Il y a avait donc 45 enfants dans ce village.}}$

Vérifions $397=45\times 8+37$ et $598=45\times 13+13$

Exercice 5

1.a À l'échelle $1/1\ 000$ il faut diviser les longueurs par 1 000
$80\ m\div 1\ 000=0,08\ m=8\ cm$
Les angles ne sont bien sûr pas modifiés par le changement d'échelle.



1.b $\boxed{\text{En mesurant on trouve environ } 5,4\ cm}$

2.a Dans un triangle rectangle les angles aigus sont **complémentaires**, ce qui signifie que leur somme vaut 90°.
Donc $\widehat{ACH} = 90^o - 45^o = 45^o$ et $\widehat{HCB} = 90^o - 65^o = 25^o$
Comme $\widehat{ACB} = \widehat{ACH} + \widehat{HCB} = 45^o + 25^o = 70^o$

$\boxed{\text{Cela prouve que } \widehat{ACB} = 70^o}$

2.b En utilisant la loi des sinus on trouve :

$$\frac{BC}{sin\ 45^o} = \frac{AC}{sin\ 65^o} = \frac{AB}{sin\ 70^o}$$

$$\frac{BC}{sin\ 45^o} = \frac{80\ m}{sin\ 70^o}$$

D'où $BC = \dfrac{80\ m \times sin\ 45^o}{sin\ 70^o} \approx 60,20\ m$

$\boxed{BC \approx 60,20\ m \text{ au cm près}}$

2.c Dans le triangle CHB rectangle en H
$sin\ 65^o = \dfrac{CH}{BC}$

Donc $CH = BC \times sin\ 65^o \approx 60,20\ m \times sin\ 65^o \approx 54,56\ m$

$\boxed{CH \approx 54,56\ m \text{ au cm près ce qui confirme la conjecture.}}$

Exercice 6

1. La fonction h correspond à la ligne 4 du tableau.

$\boxed{h(-2) = -17}$

2. $g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7 = 3 \times 9 + 27 - 7 = 27 + 27 - 7 = 47$

$\boxed{g(-3) = 47}$

3. Comme $g(-3) = 47$

$\boxed{47 \text{ est l'image de } -3 \text{ par } g \text{ et } -3 \text{ est un antécédent de } 47 \text{ par } g}$

4. $\boxed{= 5 * B1 - 7}$

5.a Il faut observer si une valeur de la ligne 3 est égale à la valeur de la ligne 4.

$\boxed{\text{Pour } x = 0 \text{ on constate que } g(0) = h(0) = -7}$

5.b Résolvons :

$$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$$
$$3x^2 - 9x - 5x = 0$$
$$3x^2 - 14x = 0$$
$$x(3x - 14) = 0$$

On sait qu'un produit de deux facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$x = 0 \ \ ou \ \ 3xs - 14 = 0$$
$$x = 0 \ \ ou \ \ 3x = 14$$
$$x = 0 \ \ ou \ \ x = \frac{14}{3}$$

$\boxed{\text{Oui cette équation a une autre solution que } x = 0 \text{ le nombre } x = \frac{14}{3}}$

Exercice 7

1.a $V = \frac{\pi}{3} \times (18\ cm)^2 \times (3 \times 10\ cm - 18\ cm) = \pi \times 108 \times 12\ cm^3 = 1\ 296\pi\ cm^3$

$\boxed{\text{Le volume exacte ede l'aquarium est } V = 1\ 296\pi\ cm^3}$

1.b $V = 1\ 296\pi\ cm^3 \approx 4\ 069\ cm^3$
Or comme $1\ L = 1\ 000\ cm^3$

$\boxed{V \approx 4\ L}$

2. Soit h la hauteur de cet aquarium parallélépipédique à base rectangulaire.
Son volume s'exprime ainsi : $15\ cm \times 20\ cm \times h\ cm = 300h\ cm^3$

Reste à résoudre l'équation :

$$300h = 1\ 296\pi$$
$$h = \frac{1\ 296\pi}{300}$$
$$h \approx 14\ cm$$

$\boxed{\text{La hauteur atteinte par l'eau est d'environ } 14\ cm}$