

Sujet de mathématiques du brevet des collèges

FRANCE, ANTILLES, GUYANE

Septembre 2015

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

Exercice 1

6 points

On appelle f la fonction définie par $f(x) = (x - 1)(2x - 5)$.

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs par cette fonction f :

	A2			$f(x)$						
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	$f(x)$	5	0	-1	2	9	20	35	54	77
3										

1. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : $f(2) = 3$.

Affirmation 2 : L'image de 11 par la fonction f est 170.

Affirmation 3 : La fonction f est linéaire.

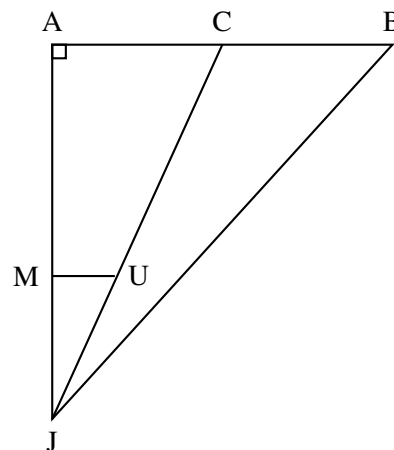
2. Une formule a été saisie dans la cellule B2 puis recopiée ensuite vers la droite. Quelle formule a-t-on saisie dans cette cellule B2 ?
3. Quels sont les deux nombres x pour lesquels $(x - 1)(2x - 5) = 0$?

Exercice 2

6 points

On considère la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

- Le triangle JAB est rectangle en A.
- Les droites (MU) et (AB) sont parallèles.
- Les points A, M et J sont alignés.
- Les points C, U et J sont alignés.
- Les points A, C et B sont alignés.
- $AB = 7,5$ m.
- $MU = 3$ m.
- $JM = 10$ m.
- $JA = 18$ m.



1. Calculer la longueur JB.
2. Montrer que la longueur AC est égale à 5,4 m.
3. Calculer l'aire du triangle JCB.

Exercice 3

6 points

Document 1 : Principe de fonctionnement d'un radar tronçon

Étape 1 : enregistrement de la plaque d'immatriculation et de l'heure de passage par un premier portique.

Étape 2 : enregistrement de la plaque d'immatriculation et de l'heure de passage par un second portique.

Étape 3 : calcul de la vitesse moyenne du véhicule entre les deux radars par un ordinateur.

Étape 4 : calcul de la vitesse retenue afin de prendre en compte les erreurs de précisions du radar.

Étape 5 : si la vitesse retenue est au-dessus de la vitesse limite, l'automobiliste reçoit une contravention.

Document 2 : Calcul de la vitesse retenue pour la contravention

Vitesse moyenne calculée par l'ordinateur	inférieure à 100 km/h	supérieure à 100 km/h
Vitesse retenue	On enlève 5 km/h à la vitesse enregistrée	On diminue la vitesse enregistrée de 5 %
Exemples	Vitesse enregistrée : 97 km/h Vitesse retenue : 92 km/h	Vitesse enregistrée : 125 km/h Vitesse retenue : 118,75 km/h

Document 3 : Le radar tronçon du pont d'Oléron

Le pont d'Oléron est équipé d'un radar tronçon sur une distance de 3,2 km.

Sur le pont, la vitesse est limitée à 90 km/h.

1. Les deux personnes suivantes ont reçu une contravention après avoir emprunté le pont d'Oléron.
Cas 1 : Madame Surget a été enregistrée à une vitesse moyenne de 107 km/h. Quelle est la vitesse retenue ?
Cas 2 : Monsieur Lagarde a mis 2 minutes pour parcourir la distance entre les deux points d'enregistrement. Quelle est la vitesse retenue ?
2. La plaque d'immatriculation de Monsieur Durand a été enregistrée à 13 h 46 min 54 s puis à 13 h 48 min 41 s.
A-t-il eu une contravention ?

Exercice 4

4 points

Trois amis se rendent chez un apiculteur pour réaliser quelques achats.

Le premier achète deux pots de miel et trois pains d'épices pour un montant de 24 euros.

Le deuxième achète un pot de miel et deux pains d'épices pour un montant de 14,50 euros.

Le troisième achète trois pots de miel et un pain d'épices.

Combien va-t-il payer ?

Exercice 5

4 points

On considère le programme de calcul ci-dessous :

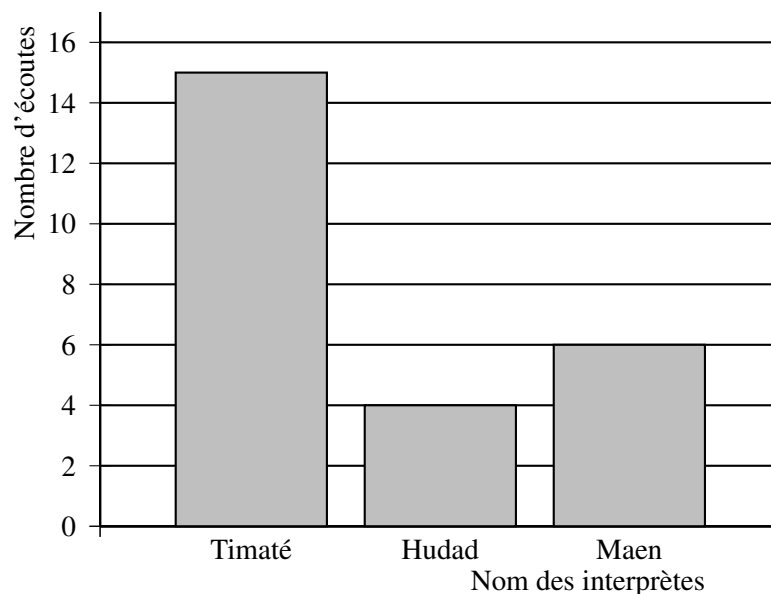
• Choisir un nombre.
• Soustraire 6.
• Multiplier le résultat obtenu par le nombre choisi.
• Ajouter 9.

1. Vérifier que lorsque le nombre choisi est 11, le résultat du programme est 64.
2. Lorsque le nombre choisi est -4 , quel est le résultat du programme ?
3. Théo affirme que, quel que soit le nombre choisi au départ, le résultat du programme est toujours un nombre positif.
A-t-il raison ?

Louise a téléchargé une liste de lecture sur son lecteur MP4 :

Titre de la chanson	Nom de l'interprète	Durée de la chanson en secondes
Mamatéou	Timaté	232
La différence	Timaté	211
Amazing	Timaté	214
Tes racines	Timaté	175
YoungBov	Hudad	336
La ficelle	Maen	191
Fou fou fou	Maen	184
Nina	Maen	217

- Quelle est la durée totale de cette liste ? Exprimer cette durée en minutes et secondes.
 - Déterminer le pourcentage de chansons dont la durée est supérieure à 3 min 30 s.
- Louise décide d'utiliser la fonction « aléatoire » de son MP4. Cette fonction choisit au hasard une chanson parmi celles qui sont présentes dans la liste de lecture. Chaque chanson a la même probabilité d'être écoutée.
Déterminer la probabilité que Louise écoute une chanson de Maen.
- Elle répète 25 fois l'utilisation de la fonction « aléatoire » de son MP4 et note à chaque fois le nom de l'interprète qu'elle a écouté. Les résultats qu'elle obtient sont notés dans le graphique ci-dessous.
Déterminer la fréquence d'écoute de Hudad.

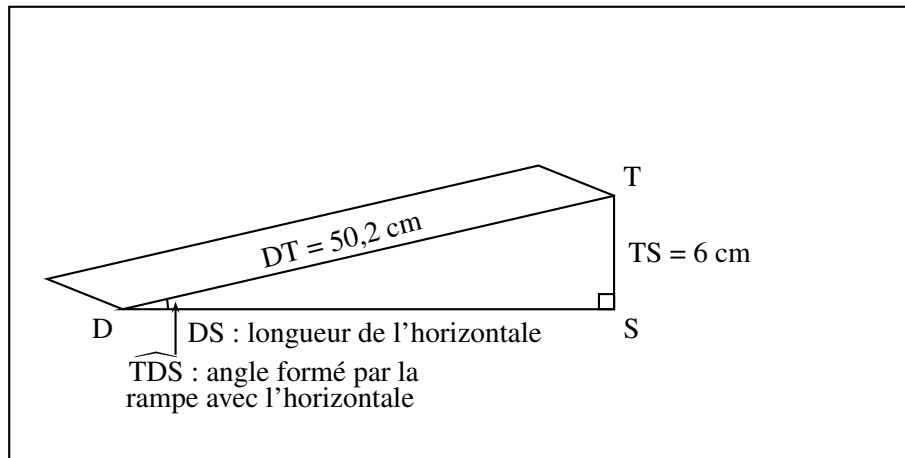


Exercice 7

4 points

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.

Document 1 : Schéma représentant la rampe d'accès



Document 2 : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à 3° avec l'horizontale sauf dans certains cas.

Cas particuliers :

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

- jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.
- jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Cette rampe est-elle conforme à la norme ?

Correction

FRANCE MÉTROPOLE ANTILLES GUYANE - Septembre 2015

Exercice 1

1.

Affirmation 1 : D'après le tableau $f(2) = -1$ donc Affirmation 1 est fausse

Affirmation 2 : $f(11) = (11 - 1)(2 \times 11 - 5) = 10(22 - 5) = 10 \times 17 = 170$ donc Affirmation 2 est vraie

Affirmation 3 : Si f était linéaire alors $f(0) = 0$. Comme $f(0) = 5$, Affirmation 3 est fausse

2. Dans la cellule B2 a été saisie : $= (B1 - 1) * (2 * B1 - 5)$

3. Dans le tableau on constate que $(x - 1)(2x - 5) = 0$ est vérifiée pour $x = 1$

Résolvons complètement l'équation produit $(x - 1)(2x - 5) = 0$

On sait qu'un **produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

Exercice 2

1. Comme JAB est rectangle en A

D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$AJ^2 + AB^2 = JB^2$$

$$18^2 + 7,5^2 = JB^2$$

$$324 + 56,25 = JB^2$$

$$JB^2 = 380,25$$

$$JB = \sqrt{380,25}$$

$$JB = 19,5$$

Ainsi $JB = 19,5 \text{ m}$

2. Dans le triangle JAC on sait que $M \in [JA]$ et que $U \in [JC]$

De plus $(MU) \parallel (AC)$

On peut donc utiliser le **théorème de Thalès** :

$$\frac{JM}{JA} = \frac{JU}{JC} = \frac{MU}{AC}$$

$$\frac{10 \text{ m}}{18 \text{ m}} = \frac{3 \text{ m}}{AC}$$

Ainsi $AC = \frac{3 \text{ m} \times 18 \text{ m}}{10 \text{ m}}$

$$AC = 5,4 \text{ m}$$

3. On peut calculer l'aire du triangle JCB par soustraction de l'aire du triangle rectangle JAB et du triangle rectangle JAC

$$\text{Aire}(JAB) = \frac{18 \text{ m} \times 7,5 \text{ m}}{2} = 67,5 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire}(JAC) = \frac{18 \text{ m} \times 5,4 \text{ m}}{2} = 48,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Comme } \text{Aire}(JCB) = \text{Aire}(JAB) - \text{Aire}(JAC) = 67,5 \text{ m}^2 - 48,6 \text{ m}^2 = 18,9 \text{ m}^2$$

L'aire du triangle JCB mesure $18,9 \text{ m}^2$

Exercice 3

1.

Cas 1 107 km/h est une vitesse supérieure à 100 km/h . On diminue donc la vitesse enregistrée de 5%

$$107 \times \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 107 \times 0,95 = 101,65 \text{ km/h}$$

La vitesse retenue est donc 102 km/h

Cas 2 2 min pour parcourir $3,2 \text{ km}$. Comme $2 \text{ min} \times 30 = 60 \text{ min}$ et que $3,2 \text{ km} \times 30 = 96 \text{ km}$

La vitesse réelle de monsieur Lagarde est 96 km/h

C'est une vitesse inférieure à 100 km/h donc on enlève 5 km/h

La vitesse retenue est donc 91 km/h

On pouvait aussi faire un produit en croix pour trouver la vitesse !

2. $13 \text{ h } 48 \text{ min } 41 \text{ s} - 13 \text{ h } 46 \text{ min } 54 \text{ s} = 1 \text{ min } 47 \text{ s}$

M. Durand a parcouru le pont en $1 \text{ min } 47 \text{ s}$ donc plus rapidement que monsieur Lagarde qui a eu une contravention.

M. Durand a bien eu une contravention.

Vérifions sa vitesse.

M. Durand a parcouru $3,2 \text{ km}$ en $1 \text{ min } 47 \text{ s} = 107 \text{ s}$.

Il y a $3\,600 \text{ s}$ dans une heure.

$$\text{Sa vitesse est donc } \frac{3,2 \text{ km} \times 3\,600 \text{ s}}{107 \text{ s}} \approx 107,66 \text{ km/h}$$

Cela confirme le résultat ci-dessus !

4.

La méthode la plus algébrique consiste à poser un système de deux équations à deux inconnues où x désigne le prix du pot de miel et y le prix d'un pain d'épices.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24 & (1) \\ x + 2y = 14,5 & (2) \end{cases}$$

Résolvons par la méthode de combinaison en multipliant l'équation (2) par 2.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 24 & (1) \\ 2x + 4y = 29 & (2) \end{cases}$$

Puis on soustrait (1) à (2)

$$4y - 3y = 29 - 24 \text{ soit } y = 5$$

En substituant dans (2) on trouve que $x + 10 = 14,5$ soit $x = 4,5$

Vérifions : $2 \times 4,5 + 3 \times 5 = 9 + 15 = 24$ et $4,5 + 2 \times 5 = 14,5$

La pot de miel coûte $4,5$ euros et le pain d'épices 5 euros

Donc comme $3 \times 4,5 + 5 = 17,5$

Trois pots de miel et un pain d'épices coûtent $17,5$ euro

Ou alors en étant très malin il fallait imaginer la combinaison suivante :

2 pots et 3 pains d'épices coûtent 24 euros, on multiplie par 5
10 pots et 15 pains d'épices coûtent 120 euros
1 pot et 2 pains d'épices coûtent 14,5 euros, on multiplie par 7
7 pots et 14 pains d'épices coûtent 101,5 euros.
Il suffit de soustraire les deux propositions pour arriver à celle attendue !!
Ouf !

Exercice 5

1. Prenons 11 comme nombre de départ, on obtient successivement :
 $11 - 6 = 5$ puis $5 \times 11 = 55$ et $55 + 9 = 64$

Lorsqu'on choisit 11 le résultat final est bien 64

2. Re commençons avec -4
 $-4 - 6 = -11$ puis $-11 \times (-4) = 44$ et $44 + 9 = 53$

Lorsqu'on choisit -4 le résultat final est bien 53

3. Posons x le nombre de départ.
Le programme de calcul revient à faire $x(x - 6) + 9$
En développant on trouve $x^2 - 6x + 9$
On reconnaît l'identité remarquable : $(x - 3)^2$
Or un carré est toujours positif ou nul.

Théo a raison !

Exercice 6

1.a Il faut faire la somme :
 $232 + 211 + 214 + 175 + 336 + 191 + 184 + 217 = 1\ 760$
 $1\ 760\ s = 29 \times 60\ s + 20$

Cette liste dure 29 min 20 s

1.b 3 min 30 s = 210 s
Sur 8 chansons il y en a 4 qui dépasse les 210 s

50% des chansons dépassent les 3 min 30 s

2. Les 8 chansons sont équiprobables. Il y en a 3 de Maen.

La probabilité d'écouter une chanson de Maen est $\frac{3}{8} = 37,5\%$

3. Hudad a été écouté 4 fois sur 25 fois.

La fréquence observée d'écoute de Hudad est $\frac{4}{25} = 16\%$

Exercice 7

Calculons la longueur horizontale.
Dans le triangle DTS rectangle en S
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$ST^2 + SD^2 = TD^2$$

$$6^2 + SD^2 = 50,2^2$$

$$36 + SD^2 = 2\ 520,04$$

$$SD^2 = 2\,520,04 - 36$$

$$SD^2 = 2\,484,04$$

$$SD = \sqrt{2\,484,04}$$

$$SD \approx 49,84 \text{ cm}$$

Comme $49,84 \text{ cm} = 0,4984 \text{ m} < 0,5 \text{ m}$ l'angle de la rampe peut aller jusque 7°

Calculons l'angle \widehat{TDS}

Dans le triangle DTS rectangle en S

$$\sin(\widehat{TDS}) = \frac{6 \text{ cm}}{50,2 \text{ cm}}$$

À la calculatrice on trouve $\widehat{TDS} \approx 6,86^\circ$

Cette rampe est bien conforme à la norme !