Sujet de mathématiques du brevet des collèges

POLYNÉSIE

Septembre 2015

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée
La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

Exercice 1 **6 points**

1. Voici un programme de calcul :

Programme A
• Choisir un nombre.
• Ajouter 3.
• Calculer le carré du résultat obtenu.
• Soustraire le carré du nombre de départ.

   (a) Eugénie choisit 4 comme nombre de départ. Vérifier qu'elle obtient 33 comme résultat du programme.

   (b) Elle choisit ensuite -5 comme nombre de départ. Quel résultat obtient-elle ?

2. Voici un deuxième programme de calcul :

Programme B
• Choisir un nombre.
• Multiplier par 6.
• Ajouter 9 au résultat obtenu.

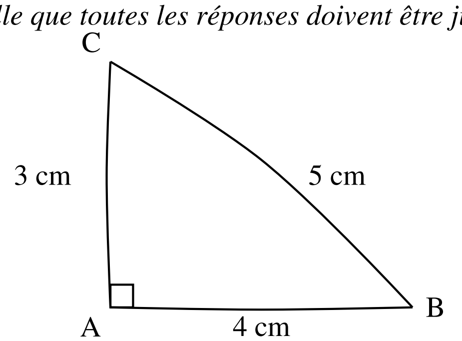
   Clément affirme : « Si on choisit n'importe quel nombre et qu'on lui applique les deux programmes, on obtient le même résultat. »Prouver que Clément a raison.

3. Quel nombre de départ faut-il choisir pour que le résultat des programmes soit 54 ?

Exercice 2 **5 points**

Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse (*on rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées*).

Affirmation 1
L'angle $\widehat{ABC}$ mesure au dixième de degré près 36,9°.



Affirmation 2
Le nombre 3 est une solution de l'équation $x^2 + 2x - 15 = 0$

Affirmation 3

Le prix avant la remise est de 63,70 €.

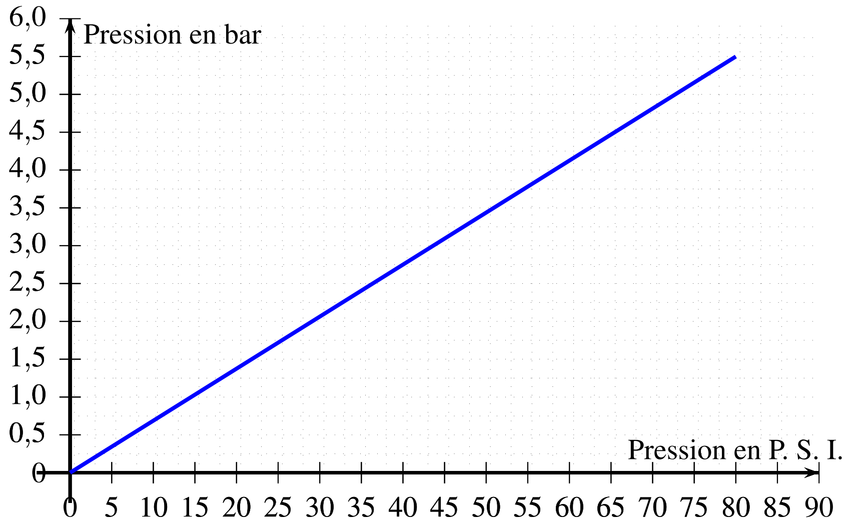
Prix avant remise : . . . €
Soldes -30 %
Nouveau prix 49 €

Affirmation 4
On a plus de chance de gagner en choisissant l'urne 2.
Règle du jeu :
Deux urnes contiennent des boules indiscernables au toucher. On choisit une des deux urnes et on en extrait une boule au hasard. On gagne si la boule obtenue est rouge.

Urne 1	Urne 2
35 boules rouges et 65 boules blanches	19 boules rouges et 31 boules blanches

Exercice 3 **3 points**

1. Le bar et le P.S.I. (Pound per Square Inch ou livre par pouce carré) sont deux unités utilisées pour mesurer la pression. Le graphique ci-dessous donne la correspondance entre ces 2 unités.



   Avant de prendre la route, Léa vérifie la pression des pneus de sa voiture. La pression conseillée sur le manuel du véhicule est de 36 P.S.I.
   Déterminer à l'aide du graphique la pression conseillée en bar. Aucune justification n'est attendue.

2. Léa se rend à Brest en prenant la route N12 qui passe par Morlaix. Alors qu'elle se trouve à 123 km de Brest, elle voit le panneau-ci-dessous

N 12

BREST	123
MORLAIX	**64**

   Dans combien de kilomètres la distance qui la sépare de Morlaix sera la même que celle de Morlaix à Brest ?

Exercice 4 **3 points**

Chez le fleuriste un bouquet composé de 5 tulipes et 2 roses coûte 13,70 euros.
Une tulipe et une rose valent ensemble 4,30 euros.
Calculer le prix d'une tulipe et le prix d'une rose.

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{T\ T\ T\ T\ T} \\ \mathrm{R\ R} \end{array}\right\} \quad 13{,}70\ €$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{T} \\ \mathrm{R} \end{array}\right\} \quad 4{,}30\ €$$

T $\rightarrow \ldots$ €
R $\rightarrow \ldots$ €

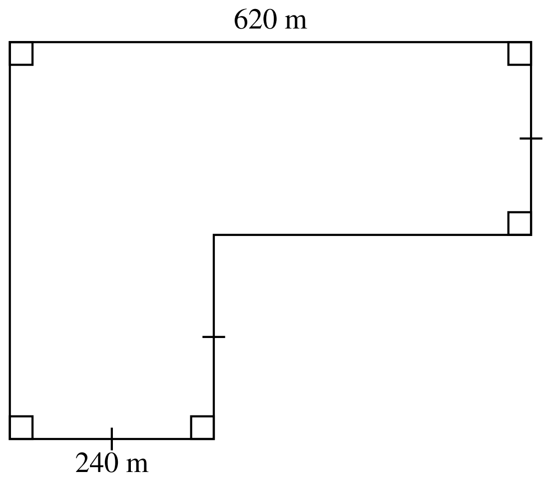
Exercice 5 **7 points**

Laurent s'installe comme éleveur de chèvres pour produire du lait afin de fabriquer des fromages.

PARTIE 1 : La production de lait

Document 1
Chèvre de race alpine :
Production de lait : 1,8 litre de lait par jour et par chèvre en moyenne
Pâturage : 12 chèvres maximum par hectare

Document 2
Plan simplifié des surfaces de pâturage.



Document 3
1 $hectare = 10\ 000\ m^2$

1. Prouver que Laurent peut posséder au maximum 247 chèvres.
2. Dans ces conditions, combien de litres de lait peut-il espérer produire par jour en moyenne ?

PARTIE 2 : Le stockage du lait

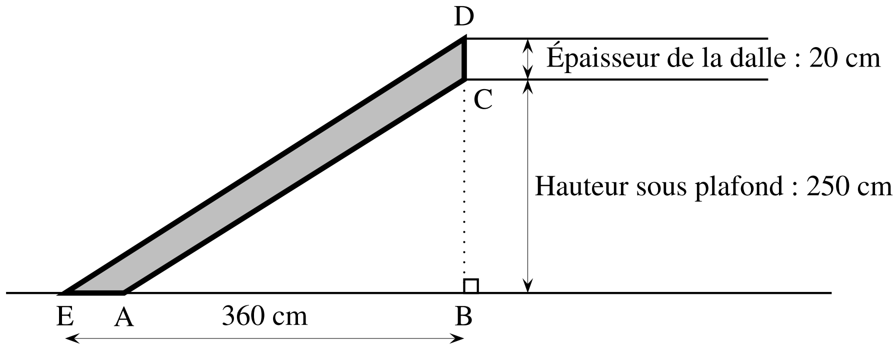
Laurent veut acheter une cuve cylindrique pour stocker le lait de ses chèvres.
Il a le choix entre 2 modèles :
- cuve A : contenance 585 litres
- cuve B : diamètre 100 cm, hauteur 76 cm

Formule du volume du cylindre : $V = \pi \times r^2 \times h$
Conversion : 1 dm^3 = 1 L

Il choisit la cuve ayant la plus grande contenance. Laquelle va-t-il acheter ?

Exercice 6 **6 points**

Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter à l'étage de son appartement.
Elle a besoin pour cela de connaître les dimensions du limon (planche dans laquelle viendront se fixer les marches de cet escalier).
Elle réalise le croquis ci-dessous.



Sur ce croquis :
- le limon est représenté par le quadrilatère ACDE.
- les droites (AC) et (ED) sont parallèles.
- les points E, A et B sont alignés.
- les points B, C et D sont alignés.

1. Prouver que ED = 450 cm.
2. Calculer les deux dimensions AC et AE de cette planche. Arrondir les résultats au centimètre.

Exercice 7 **6 points**

La distance d'arrêt est la distance que parcourt un véhicule entre le moment où son conducteur voit un obstacle et le moment où le véhicule s'arrête.
Une formule permettant de calculer la distance d'arrêt est :

$$D = \frac{5}{18} \times V + 0,006 \times V^2$$

- D : est la distance d'arrêt en m
- V : la vitesse en km/h

1. Un conducteur roule à 130 km/h sur l'autoroute. Surgit un obstacle à 100 m de lui. Pourra-t-il s'arrêter à temps ?
2. On a utilisé un tableur pour calculer la distance d'arrêt pour quelques vitesses. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous. La colonne B est configurée pour afficher les résultats arrondis à l'unité.

	A	B
1	Vitesse en km/h	Distance d'arrêt en m
2	30	14
3	40	21
4	50	29
5	60	38
6	70	49
7	80	61
8	90	74
9	100	88

   Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B2 avant de la recopier vers le bas ?
3. On entend fréquemment l'affirmation suivante : « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut une distance deux fois plus grande pour s'arrêter ». Est-elle exacte ?
4. Au code de la route, on donne la règle suivante pour calculer de tête sa distance d'arrêt : « Pour une vitesse comprise entre 50 km/h et 90 km/h, multiplier par lui-même le chiffre des dizaines de la vitesse ».
   Le résultat calculé avec cette règle pour un automobiliste qui roule à 80 km/h est-il cohérent avec celui calculé par la formule ?

Correction

Polynésie - Septembre 2015

Exercice 1

1.a Pour le nombre 4 on obtient successivement :
$4+3=7$ puis $7^2=49$ et enfin $49-4^2=49-16=33$

$\boxed{\text{Pour 4 comme nombre de départ on obtient bien 33.}}$

1.b Pour le nombre -5 on obtient successivement :
$-5+3=-2$ puis $(-2)^2=4$ et enfin $4-(-5)^2=4-25=-21$

$\boxed{\text{Pour } -5 \text{ comme nombre de départ on obtient } -21.}$

2. Notons x le nombre de départ pour les deux programmes.
Avec le programme A on obtient : $(x+3)^2-x^2$
Avec le programme B on obteint : $6x+9$
Développons $(x+3)^2-x^2=x^2+6x+9-x^2=6x+9$

$\boxed{\text{Ainsi pour tout nombre de départ les deux programmes donnent les mêmes résultats !}}$

3. Notons x ce nombre de départ, il faut résoudre :

$$6x+9=54$$
$$6x=54-9$$
$$6x=45$$
$$x=\frac{45}{6}$$
$$x=7,5$$

Vérifions avec le programme A
$7,5+3=10,5$ puis $10,5^2=110,25$ et $110,25-7,5^2=110,25-56,25=54$

Exercice 2

Affirmation 1 Comme le triangle ABC est rectangle en A on peut utiliser la trigonométrie et calculer au choix $cos(\widehat{ABC})$, $sin(\widehat{ABC})$ ou $tan(\widehat{ABC})$
$cos(\widehat{ABC})=\frac{4}{5}=0,8$
$sin(\widehat{ABC})=\frac{3}{5}=0,6$
$tan(\widehat{ABC})=\frac{3}{4}=0,75$
Dans chacun de ces cas on obtient $\widehat{ABC}\approx 36,9^o$

$\boxed{\text{L'affirmation 1 est vraie.}}$

Affirmation 2 Calculons $3^2+2\times 3-15=9+6-15=0$

$\boxed{\text{3 est bien une solution de } x^2+2x-15=0\text{, l'affirmation 2 est vraie.}}$

Affirmation 3
On sait que enlever 30% d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $1-\frac{30}{100}=1-0,30=0,70$
On cherche donc le prix de départ x tel que :

$$0,7x = 49$$
$$x = \frac{49}{0,7}$$
$$x = 70$$

Le prix de départ est donc 70 euros.
On pouvait aussi tester le nombre proposé : $63,70 \times 0,7 = 44,59$

$\boxed{\text{L'affirmation 3 est fausse.}}$

Affirmation 4
Dans les deux cas nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.
La probabilité d'obtenir une boule rouge dans l'Urne 1 est : $\dfrac{35}{65+35} = \dfrac{35}{100} = 0,35$
La probabilité d'obtenir une boule rouge dans l'Urne 2 est : $\dfrac{19}{19+31} = \dfrac{19}{50} = 0,38$

$\boxed{\text{L'affirmation 4 est vraie on a plus de chance dans l'Urne 2.}}$

Exercice 3

1. $\boxed{\text{D'après le graphique 36 } \mathit{P.S.I} \text{ correspond à } 2,5\ \mathit{bar}}$

2. Si on imagine le segment joignant Brest à Morlaix, la distance est identique au milieu.
D'après le panneau la distance entre Brest et Morlaix est $123\ km + 64\ km = 187\ km$
Le milieu est donc situé à $93,5\ km$ des deux villes.
Il reste $123\ km$ pour arriver à Brest. Or $123\ km - 93,5\ km = 29,5\ km$

$\boxed{\text{Dans } 29,5\ km \text{ la distance sera identique !}}$

Exercice 4

On peut résoudre ce problème avec un système
On pose R le prix d'une rose et T le prix d'une tulipe.
$\begin{cases} 5T + 2R = 13,70(1) \\ T + R = 4,30(2) \end{cases}$
On multiplie l'équation (2) par 2
$\begin{cases} 5T + 2R = 13,70(1) \\ 2T + 2R = 8,60(2) \end{cases}$
On soustrait

$$5T - 2T = 13,70 - 8,60$$
$$3T = 5,10$$
$$T = 1,70$$

Et comme $T + R = 4,30$, $R = 2,60$

On peut aussi utiliser le graphique.
On voit qu'il y a deux fois $T + R$ donc $2 \times 4,30 = 8,60$
Il reste $3T$ pour $13,70 - 8,60 = 5,10$
D'où le résulat.

$\boxed{\text{Une tulipe coûte } 1,70 \text{ euros et une rose } 2,60 \text{ euros}}$

Exercice 5

Partie 1
1. Il faut calculer l'aire du terrain. On peut le décomposer en un rectangle supérieur de $620\ m$ par $240\ m$ et d'un carré de $240\ m$ de côté.

L'aire de ce terrain est donc : $620\ m \times 240\ m + 240\ m \times 240\ m = 148\ 800\ m^2 + 57\ 600\ m^2 = 206\ 400\ m^2$
Comme $1\ ha = 10\ 000\ m^2$, on en déduit que $206\ 400 \div 10\ 000 = 20,64\ ha$
Laurent peut avoir au maximum 12 chèvres par hectare.
$20,64 \times 12 = 247,68$

$\boxed{\text{Laurent pourra avoir 247 chèvres au maximum.}}$

2. Chaque chèvre produit $1,8\ L$ par jour.
$247 \times 1,8\ L = 444,6\ L$

$\boxed{\text{Il peut espérer produire } 444,6\ L \text{ de lait par jour.}}$

Partie 2
1. Calculons le volume de la cuve B
La cuve B à un rayon de $50\ cm = 0,5\ m$ et une hauteur de $76\ cm = 0,76\ m$
$Volume(cuve\ B) = \pi \times (0,5\ m)^2 \times 0,76\ m = 0,19\pi m^3 \approx 0,597\ m^3$ à $0,001\ m^3$ près.
Comme $1\ dm^3 = 1\ L$ et que $1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3 = 1\ 000\ L$

$\boxed{\text{Laurent va choisir la cuve B qui a un volume de } 597\ L}$

Exercice 6

1. Le triangle EDB est rectangle en B
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BE^2 + BD^2 = ED^2$$
$$360^2 + 270^2 = ED^2$$
$$129\ 600 + 72\ 900 = ED^2$$
$$ED^2 = 202\ 500$$
$$ED = \sqrt{202\ 500}$$
$$ED = 450$$

$\boxed{\text{Donc } ED = 450\ cm}$

2. Dans le triangle EBD, $C \in [BD]$ et $A \in [EB]$
De plus $(AC)//(ED)$
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BA}{BE} = \frac{CA}{DE}$$
$$\frac{250}{270} = \frac{BA}{360} = \frac{CA}{450}$$

$BA = \dfrac{360\ cm \times 250\ cm}{270\ cm} \approx 333\ cm$ à $1\ cm$ près.
$CA = \dfrac{450\ cm \times 250\ cm}{270\ cm} \approx 417\ cm$ à $1\ cm$ près.

$\boxed{BA \approx 333\ cm \text{ et } CA \approx 417\ cm}$

Exercice 7

1. Calculons la distance d'arrêt à $130\ km/h$
$D = \dfrac{5}{18} \times 130 + 0,006 \times 130^2 \approx 138\ m$

$\boxed{\text{Si un obstacle surgit à } 100\ m \text{ il ne pourra pas l'éviter.}}$

2. $\boxed{= 5 * A2/18 + 0,006 * A2 * A2}$

3. À 50 km/h il faut 29 m pour s'arrêter.
À 100 km/h il faut 88 m.

$\boxed{\text{L'affirmation est donc fausse.}}$

4. Pour 80 km/h il faut calculer $8^2 = 64$
Le tableau indique que la distance d'arrêt à 80 km/h est 61 m

$\boxed{\text{Cette formule est cohérente avec la véritable relation.}}$