

Chapitre V - Les puissances - Quatrième

ARNAUD Fabrice

25 novembre 2015

Connaissances	Capacités	Commentaires
Puissance d'exposant d'entier relatif	<p>Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples et pour des égalités telles que :</p> $a^2 \times a^3 = a^5; (ab)^2 = a^2b^2; \frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$ <p>où a et b sont des entiers relatifs non nuls.</p> <p>Utiliser sur des exemples numériques les égalités :</p> $10^m \times 10^n = 10^{m+n}; \frac{1}{10^n} = 10^{-n};$ $(10^n)^m = 10^{nm} \text{ où } m \text{ et } n \text{ sont des entiers relatifs}$	<p>Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants très simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l'application de formules.</p>
Notation scientifique	<p>Sur des exemples numériques écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.</p> <p>Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.</p>	<p>Par exemple, le nombre 25698,236 peut se mettre sous la forme :</p> $2,5698236 \times 10^6 \text{ ou } 25698236 \times 10^{-3} \text{ ou } 25,698236 \times 10^3$

I Les puissances de 10

$$10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

Définition :

n un entier positif non nul, on note $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ fois}}$

On dit 10 exposant n

Exemples :

1. Au 1^{er} janvier 2011, il y environ 65 000 000 d'habitants en France et 1 350 000 000 en Chine.

Donner le nombre d'habitants dans ces deux pays en millions, en milliers, en centaines.

Il y a 1 350 millions d'habitants en Chine et 65 millions d'habitants en France.

Il y a 1 350 000 milliers d'habitants en Chine et 65 000 milliers d'habitants en France.

Il y a 13 500 000 centaines d'habitants en chine et 650 000 centaines d'habitants en France.

Donner le nombre d'habitants dans ces deux pays en dizaine de millions, en centaine de millions puis en milliards d'habitants.

Il y a 135 dizaines de millions d'habitants en Chine et 6,5 dizaine de millions d'habitants en France.

Il y a 13,5 centaine de millions d'habitants en Chine et 0,65 centaine de millions d'habitants en France.

Il y a 1,35 milliards d'habitants en Chine et 0,065 milliards d'habitants en France.

Compléter :

$$1\,350\,000\,000 = 1\,350 \times 10^6 = 1\,350\,000 \times 10^3 = 13\,500\,000 \times 10^2 = 135 \times 10^7 = 13,5 \times 10^8 = 1,35 \times 10^9$$

$$65\,000\,000 = 65 \times 10^6 = 65\,000 \times 10^3 = 650\,000 \times 10^2 = 6,5 \times 10^7 = 0,65 \times 10^8 = 0,065 \times 10^9$$

2. La taille moyenne d'un globule rouge est de $7\mu m$ (7 micromètres). $1\mu m = 0,001\,mm$

Donner la taille en millimètres, en centimètres puis en mètres d'un globule rouge.

$$7\mu m = 0,007\,mm = 0,0007\,cm = 0,000\,007\,m$$

$$7\mu m = 7 \times 10^{-3}\,mm = 7 \times 10^{-4}\,cm = 7 \times 10^{-6}\,m$$

Lundi 9 janvier 2012

1. (10 min) Calcul mental

2. (15 min) Correction des exercices

34.a $10^3 \times 10^5 = 10^8$

34.b $10^4 \times 10^{-7} = 10^{-3}$

34.c $10^{-4} \times 10^{-6} = 10^{-10}$

35.a $\frac{10^5}{10^2} = 10^3$

35.b $\frac{10^5}{10^9} = 10^{-4}$

35.c $\frac{10^3}{10^{-5}} = 10^8$

36.a $(10^3)^4 = 10^{12}$

36.b $(10^{-2})^5 = 10^{-10}$

36.c $(10^{-6})^{-3} = 10^{18}$

Remarque :

Calculer $10^3 + 10^2$ et $10^1 - 10^{-1}$

$$10^3 + 10^2 = 1\,000 + 100 = 1\,100 \text{ et } 10^1 - 10^{-1} = 10 - 0,1 = 9,9$$

II La notation scientifique

Définition :

Tout nombre décimal non nul peut-être écrit en notation scientifique, c'est à dire sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal dont la distance à zéro est comprise entre 1 et 10 (10 exclu), c'est à dire ayant un seul chiffre non nul avant la virgule, et n est un nombre entier relatif.

Remarque : on parle parfois de mantisse pour la partie décimale de l'écriture scientifique.

Exemples :

$$512\,000\,000 = 5,12 \times 10^8$$

$$2012 = 2,012 \times 10^3$$

$$314,15 = 3,1415 \times 10^2$$

$$5 = 5 \times 10^0$$

Nombres décimaux négatifs

$$-12\,000 = -1,2 \times 10^4$$

Les nombres décimaux proche de 0

$$0,075 = 7,5 \times 10^{-2}$$

$$0,000456 = 4,56 \times 10^{-4}$$

$$-0,879 = -8,79 \times 10^{-1}$$

Attention, 0 est le seul nombre décimal qui ne possède pas d'écriture scientifique.

Cette écriture est particulièrement adaptée à l'écriture des nombres dont la distance à zéro est très proche de zéro ou très grande.

Elle est très utilisée en science.

Exemples :

Proxima du centaure, l'étoile la plus proche après le soleil est à $4,26 \times 10^{13}$ km de la terre.

C'est à dire 42 600 000 000 000 km

Le soleil est situé à $1,5 \times 10^8$ km de la terre.

C'est à dire 150 000 000 km

Une bactérie comme escherichia coli mesure environ 1×10^{-6} m.

C'est à dire 0,000001 m

Un virus de l'hépatite A mesure environ 2×10^{-8} m

C'est à dire 0,00000002 m

L'hélium est un atome dont le diamètre vaut $6,2 \times 10^{-11}$ m

C'est à dire 0,000 000 000 062 m

Exercices :

Exercices 81, 82, 83 et (84) page 67

III Puissance d'un nombre quelconque

IV Une nouvelle notation

1) Exemples et usage

Astronomie

La lumière parcourt environ 300 000 km par seconde. La distance entre la Terre et le Soleil est d'environ 150 000 000 km. Combien de temps la lumière met-elle pour parcourir la distance du Soleil à la Terre ?

Chimie

La matière est formée d'atomes très petits. Un atome de carbone a une masse d'environ 0,000 000 000 000 000 000 019 9 g. Combien d'atomes trouvent-on dans 1 g de carbone ?

La rumeur

Le virus informatique Swen se propage en utilisant le carnet d'adresse. Il se réplique en choisissant trois personnes. Puis recommence chez celle-ci en les infectant le lendemain.

1) Combien de personnes sont infectés au bout de deux jours, trois jours, cinq jours ?

2) Ecrire le calcul permettant de trouver le nombre de personnes infectés au bout de quinze jours ?

Définition : Puissance

Soit a un nombre non nul et n un entier positif.

On note a^n le nombre $a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pour $a \neq 0$.

De plus : $a^1 = a$; $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$ pour $a \neq 0$.

a^n se dit a exposant n ou a puissance n .

a^2 se dit a au carré, et a^3 se dit a au cube.

a^{-1} désigne l'inverse de a pour $a \neq 0$.

Exemples :

$$2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$$

$$2004^1 = 2004$$

$$1999^0 = 1$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$(-2)^4 = 2^4$$

$$(-2)^3 = -8$$

Les puissances paires sont toujours positives, les puissances impaires d'un nombre négatif sont négatives.

La notation binaire

La méthode pour stocker des informations sur les supports informatiques comme les disques durs, les CD ou DVD, les cartes mémoires diverses, est le système de numération binaire.

Par exemple le CDROM, Compact Disk Read Only Memory (Disque compact en lecture seule uniquement) est un média de stockage utilisant un laser optique pour lire des trous microscopiques sur la couche d'aluminium du disque en polycarbonate.

Les informations sont donc codées sous forme de 0 un 'trou' ou de 1 un 'plein'.

La **notation binaire** est un moyen de noter les **nombre décimaux** en utilisant seulement les chiffres 0 et 1.

Compléter : $2^6 =$

$2^0 =$ $2^7 =$

$2^1 =$ $2^8 =$

$2^2 =$ $2^9 =$

$2^3 =$ $2^{10} =$

$2^4 =$ $2^{11} =$

$2^5 =$ $2^{12} =$

On code 0 en 0, 1 en 1, 2 en 10, 3 en 11, 4 en 100, 5 en 101, 6 en 110, 7 en 111 ...

Il faut décomposer le nombre décimal en somme de puissances de 2.

Ainsi :

$$2004 = 1 \times 1024 + 1 \times 512 + 1 \times 256 + 1 \times 128 + 1 \times 64 + 0 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1$$

$$2004 = 1 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0.$$

On code donc 2004 en 11111010100.

Exercice

1) Coder en binaire les nombres suivants :

89 1024

178 156

1234 17

2) Coder en décimal les nombres suivants :

10111 10011001

1001001 10000000

Problème

Dans le système d'exploitation faisant fonctionner un ordinateur, tout ce qui est frappé au clavier est converti en une série de 0 et de 1 puis écrit dans le disque dur. On utilise pour cela les codes ASCII où chaque lettre vaut un nombre décimal compris entre 0 et 255. Ainsi A vaut 64, B vaut 65 ... Z vaut 89 puis a vaut 96, b vaut 97 ...z vaut 131.

Math va donc devenir : 076 096 115 103 puis en passant en binaire 01001100 01100000 01110100 01100111.

Le code des nombres de 0 à 255 prend 8 caractères binaires, on appelle ce codage **un octet**. Sur le disque il sera écrit : 01001100011000000111010001100111 pour le mot Math !

Ecrivez votre nom de famille en binaire avec une majuscule sur la première lettre.

V Opérations sur les puissances

Découverte

Que dire de :

$$2^3 \times 2^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5 \text{ fois}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{8 \text{ fois}} = 2^{3+5} = 2^8$$

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^{5-3} = 2^2$$

$$\frac{2^4}{2^7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

$$(2^3)^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ fois}}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{5 \text{ fois}}$

$$(2^3)^5 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{15 \text{ fois}} = 2^{15}$$

$$(2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000 = 2^3 \times 5^3 = 8 \times 125$$

Propriété : Opérations sur les puissances

a et b des nombres non nul, n et p deux entiers.

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Remarque :

La convention $a^0 = 1$ pour $a \neq 0$ prend tout son sens en effet $\frac{a^n}{a^n} = 1 = a^{n-n} = a^0$

NOM :

PRENOM :

CLASSE :

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

LES PUISSANCES

VENDREDI 13 JANVIER 2006

Question de cours

Soit a et b des nombres quelconques non nuls, et n et p des entiers relatifs. Compléter :

$$a^n \times a^p =$$

$$(b^p)^n =$$

$$(a \times b)^n =$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$$

$$(a^n)^p =$$

$$\frac{a^n}{a^p} =$$

$$a^0 =$$

$$a^1 =$$

$$a^{-1} =$$

$$a^{-n} =$$

Exercice 1

Ecrire chacune des expressions suivantes en puissance de 3.

$$3^3 \times 3^6 =$$

$$\frac{3}{3^0} =$$

$$3^{-6} \times 3^5 =$$

$$(3^3)^3 =$$

$$\frac{3^{12}}{3^{10}} =$$

$$1 =$$

$$\frac{3^{-11}}{3^{-2}} =$$

$$3 =$$

$$(-3)^{-3} =$$

$$\frac{3^{12}}{3^{-11}} \times 3^{-6} \times (3^{3^2})^{-5} =$$

Exercice 2

Ecrire chacun des nombres suivants sous forme décimale :

$$10^5 =$$

$$2^5 \times 2^{-4} \times 3^0 =$$

$$10^{-5} =$$

$$10^{2^{-3}} =$$

$$(-10)^5 =$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 =$$

$$(-10)^{-5} =$$

$$10^{3^{2^0}} =$$

$$\frac{10^{-11} \times 10^3 \times 2^{-13} \times 2^5}{10^{-4} \times 10^{-7} \times (2^5)^{-2}} =$$

$$10^3 \times 10^{-5} =$$

Problème

On admet qu'un grain de riz moyen pèse 0,02 g pour un volume de 30 mm³.

1. Calculer le nombre de grains de riz dans une boîte de 1 kg.
2. Calculer le volume en dm³ d'un kilogramme de riz.
3. Calculer le nombre de grains dans 1 m³ de riz puis calculer le poids d'1 m³ de riz.

On place devant vous une énorme caisse de cubique de 1 m de côté pleine de riz. On vous signale que parmi ces grains, un seul a été marqué : le grain de riz gagnant. On vous propose de choisir un grain de riz au hasard dans cette caisse. La partie coûte 2€, si vous tombez sur le grain marqué vous gagnez 100 000 000€.

4. Combien y-a-t'il de grains dans la caisse ? Jouez-vous à ce jeu ? Si oui combien de fois êtes-vous prêts à essayer ?

Aujourd'hui, vendredi 13 janvier 2006, la cagnotte de l'euro million est de 103 000 000€. La chance de trouver les 5 bons numéros et les 2 étoiles est de 1 pour 34 323 912 000.

5. Que vous inspire le calcul précédent ?

Exemple d'usages de l'écriture scientifique

Astronomie : vitesse de la lumière

Dans l'espace, la lumière se déplace à la vitesse de $300\,000\text{ km/s}$.

1. La distance entre la Terre et le Soleil est de $149\,000\,000\text{ km}$. Combien de temps la lumière du Soleil met-elle pour nous parvenir ?
2. Voici comment on mesure la distance de la Terre à la Lune : une onde radar est envoyée vers la Lune, elle est réfléchiée par la Lune et revient sur Terre. Elle met $2,563\text{ s}$ pour effectuer ce trajet. Calculer la distance de la Terre à la Lune. (Une onde radar se déplace à la vitesse de la lumière)
3. La lumière met 3 heures à traverser le système solaire de bout en bout. Quel est son diamètre ?

Biologie : les globules rouges

Les globules rouges, ou hématies, sont les cellules du sang qui transportent de l'oxygène et le CO_2 . Il y a $4\,500\,000$ globules rouges dans chaque mm^3 de sang. Il y a 5 litres de sang dans le corps humain.

1. Combien le corps humain contient-il d'hématies ? ($1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$) Un globule rouge a globalement la forme d'un disque d'un diamètre de $7,5\text{ microns}$ et d'une épaisseur de 2 microns . (1 micron = 1 millionième de mètre)
2. Si l'on empilait tous les globules rouges du corps, quelle hauteur cela représenterait-il ?
3. La Terre a une circonférence à l'équateur d'environ $40\,000\text{ km}$. De combien de personnes faut-il "empiler" les globules rouges pour faire le tour de la planète ?

Chimie : masse d'une molécule d'eau

La masse d'un atome d'hydrogène est $1,67 \times 10^{-24}\text{ g}$ et la masse d'un atome d'oxygène est $26 \times 10^{-24}\text{ g}$. Une molécule d'eau est constituée de deux atomes d'hydrogène et d'un atome d'oxygène (H_2O).

1. Quelle est la masse d'une molécule d'eau ?
2. Combien y a-t-il de molécules d'eau dans 1 litre d'eau ? (1 litre d'eau pèse 1 kg)

Astronomie : l'année-lumière

En astronomie, les distances sont si grandes que le mètre et ses multiples ne sont pas très "parlants". On utilise une autre unités de longueur : l'année-lumière.

Une année-lumière (a.l.) est la distance parcourue par la lumière en une année

1. Combien une année contient-elle de secondes ? Convertir une année-lumière en km, puis en m ?
2. Voici quelques distances ayant trait à la Voie Lactée, exprimées en années-lumière.

Diamètre de la galaxie : $100\,000\text{ a.l.}$

Le Soleil est à $28\,000\text{ a.l.}$ du centre de la galaxie.

L'étoile de notre galaxie la plus proche du Soleil est Proxima du Centaure, elle est située à $4,22\text{ a.l.}$ du Soleil.

- a. Exprimer ces distances en kilomètres, puis en mètres. (Utiliser les puissances de 10!)
- b. Si on représentait le système solaire par une longueur de 1 mm, par quelle longueur faudrait-il représenter la galaxie ?

Physique nucléaire

1. Little Boy, la bombe atomique larguée sur Hiroshima le 6 août 1945 (8h15 heure locale), était équivalente à une bombe de 20 kilotonnes de T.N.T. 1kg de T.N.T. dégage en explosant une énergie de 4 mégajoules.

Quelle a été l'énergie dégagée par Little Boy ? (Donner le résultat en Joules sous forme scientifique puis avec le multiple du Joule le mieux adapté)

2. La puissance P (en Watt), l'énergie E (en Joule) et le temps t (en s) sont liés par la formule : $E = P \times t$.

La centrale nucléaire de Chooz (Ardennes) a une puissance maximale de $2,9\text{ GW}$ (gigaWatt).

En fonctionnant à plein régime, combien de temps lui faut-il pour produire autant d'énergie que Little Boy ?

Mathématiques

1. Calculer la durée d'une vie humaine (90 ans) en secondes.

2. Le googol de Edward Kasner est un nombre inventé par un enfant de neuf ans, il vaut 10^{100} .

Le googolplex vaut $10^{10^{100}}$.

Combien de temps faudrait-il pour dire à haute voix chaque zéro d'un googol et d'un googolplex (un chiffre par seconde) ?

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

Mardi 19 décembre 2006

QUESTION DE COURS

Soit a et b des nombres quelconques non nuls, et n et p des entiers relatifs. Compléter :

$$a^n \times a^p =$$

$$(b^p)^n =$$

$$(a \times b)^n =$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$$

$$(a^n)^p =$$

$$\frac{a^n}{a^p} =$$

$$a^0 =$$

$$a^1 =$$

$$a^{-1} =$$

$$a^{-n} =$$

EXERCICE 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = 10^7$$

$$E = \frac{10^{12}}{10^7}$$

$$B = 10^{-6}$$

$$F = \frac{10^{11} \times 10^{-7}}{10^{-4} \times 10^5}$$

$$C = 10^9 \times 10^{-4}$$

$$G = 2^{-4}$$

$$D = (-1)^7 + (-2)^3 + 2007^0 + 5^{-1}$$

$$H = \frac{(10^5)^3}{(10^3)^4}$$

EXERCICE 2 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = 2\,007$$

$$E = \frac{0,000\,008}{50\,000\,000}$$

$$B = 0,000\,04$$

$$F = \frac{2 \times 10^8 \times 0,02 \times 10^3}{0,016 \times 10^4 \times 10^{-7}}$$

$$C = 20\,000\,000 \times 0,000\,000\,9$$

$$G = 3^3 \times 10^{-4} + 2^3 \times 10^{-3}$$

$$D = 800 \text{ milliards}$$

PROBLÈME 1

En 2003, les dépenses mondiales pour l'armement atteignait 735 milliards d'euros.

1. Quelle somme d'argent fut donc dépensé chaque minute ? Chaque seconde ?
2. Quelle somme est dépensé pour chacun des 6 milliards d'être humain ?

PROBLÈME 2

Un DVD simple couche peut contenir 4,5 Go.

1 Go = 1024 Mo, 1 Mo = 1024 Ko et 1 Ko = 1024 octet

1. Déterminer l'entier n tel que $1024 = 2^n$.
2. Déterminer l'entier p tel que $1 \text{ Go} = 2^p \text{ octet}$.
3. Combien peut-on écrire d'octet dans un DVD ?

Un roman de 600 pages contient 80 caractères par ligne, 45 lignes par page.

4. Combien y-a-t-il de caractères dans ce livre ?

Un DVD contient 4,5Go soit $4,8 \times 10^9$ caractères.

5. Combien de livre de 6 00 pages peut-on stocker sur un DVD.

CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

Mardi 8 janvier 2008

QUESTION DE COURS

Soit a un nombre quelconque non nul, et n et p des entiers relatifs. Compléter :

$$a^n \times a^p =$$

$$(a^p)^n =$$

$$(a^n)^p =$$

$$\frac{a^n}{a^p} =$$

$$a^0 =$$

$$a^1 =$$

$$a^{-1} =$$

$$a^{-n} =$$

EXERCICE 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = 10^7$$

$$E = \frac{10^{12}}{10^7}$$

$$B = 10^{-6}$$

$$F = \frac{10^{11} \times 10^{-7}}{10^{-4} \times 10^5}$$

$$C = 10^9 \times 10^{-4}$$

$$G = 2^{-4}$$

$$D = (-1)^7 + (-2)^3 + 2007^0 + 5^{-1}$$

$$H = \frac{(10^5)^3}{(10^3)^4}$$

EXERCICE 2 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$A = 2\,007$$

$$E = \frac{0,000\,008}{50\,000\,000}$$

$$B = 0,000\,04$$

$$F = \frac{2 \times 10^8 \times 0,02 \times 10^3}{0,016 \times 10^4 \times 10^{-7}}$$

$$C = 20\,000\,000 \times 0,000\,000\,9$$

$$G = 3^3 \times 10^{-4} + 2^3 \times 10^{-3}$$

$$D = 800 \text{ milliards}$$

PROBLÈME 1

En 2003, les dépenses mondiales pour l'armement atteignait 735 milliards d'euros.

1. Quelle somme d'argent fut donc dépensé chaque minute ? Chaque seconde ?
2. Quelle somme est dépensé pour chacun des 6 milliards d'être humain ?

PROBLÈME 2

Un DVD simple couche peut contenir 4,5 Go.

1 Go = 1024 Mo, 1 Mo = 1024 Ko et 1 Ko = 1024 octet

1. Déterminer l'entier n tel que $1024 = 2^n$.
2. Déterminer l'entier p tel que $1 \text{ Go} = 2^p \text{ octet}$.
3. Combien peut-on écrire d'octet dans un DVD ?

Un roman de 600 pages contient 80 caractères par ligne, 45 lignes par page.

4. Combien y-a-t-il de caractères dans ce livre ?

Un DVD contient 4,5Go soit $4,8 \times 10^9$ caractères.

5. Combien de livre de 600 pages peut-on stocker sur un DVD.

NOM :

PRÉNOM :
CONTRÔLE DE MATHÉMATIQUES

CLASSE :

25 novembre 2015

Compétences évaluées	
Comprendre les notations a^n et a^{-n} et savoir les utiliser.	
Connaître / utiliser les règles de calcul sur les puissances.	
Comprendre / utiliser les puissances de 10.	
Connaître / utiliser les règles de calcul sur les puissances de 10.	
Écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.	
Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.	

QUESTION DE COURS

n et p des entiers relatifs. Compléter :

$10^n \times 10^p =$

$\frac{10^n}{10^p} =$

$(10^n)^p =$

$10^1 =$

$10^0 =$

$10^{-1} =$

EXERCICE 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$A = 10^7$

$E = \frac{10^{12}}{10^7}$

$B = 10^{-6}$

$F = \frac{2^4}{2^5}$

$C = 10^9 \times 10^{-4}$

$G = (-5)^2 \times (-2)^3$

EXERCICE 2 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$A = 2\,012$

$D = \text{huit cents milliards}$

$B = 0,000\,04$

$E = \frac{0,000\,008}{50\,000\,000}$

$C = 20\,000\,000 \times 0,000\,000\,9$

$F = \frac{2 \times 10^8 \times 0,02 \times 10^3}{0,016 \times 10^4 \times 10^{-7}}$

PROBLÈME

Chacune des parties est indépendante, toutes les traces de recherches seront valorisées. Cette partie est à rédiger sur votre copie.

Première partie

Entre 1913 et 1927, Marcel Proust, l'un des plus grands écrivains français du XX^e siècle, a publié une suite romanesque intitulé « À la recherche du temps perdu ». C'est une fresque monumentale composée de 8 volumes. En collection de poche, chaque volume fait environ 500 pages.

On estime que sur une page, il y a environ 45 lignes et 80 caractères par ligne.

Donner l'écriture scientifique du nombre total de caractères dans l'ensemble des 8 romans.

Seconde partie

Un DVD simple couche peut contenir 4,5 Go.

1 Go = 1024 Mo, 1 Mo = 1024 Ko et 1 Ko = 1024 octet

1. Déterminer l'entier n tel que $1024 = 2^n$.

2. Déterminer l'entier p tel que $1\text{ Go} = 2^p$ octet.

3. Combien peut-on écrire d'octet dans un DVD ? Écrire ce nombre sous forme scientifique.

Troisième partie

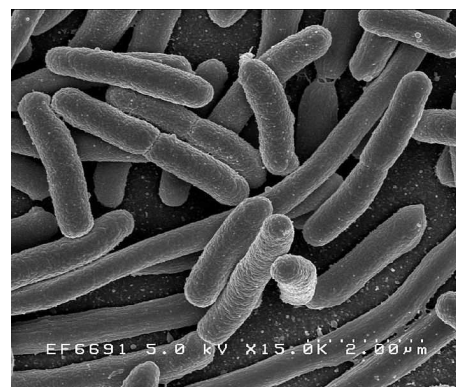
Pour écrire un caractère sur un support numérique, il faut exactement un octet.

Sachant qu'un DVD permet d'écrire environ $4,8 \times 10^9$ caractères, et qu'un roman de 500 pages est composé d'environ $1,875 \times 10^6$ caractères, **déterminer le nombre de roman de 500 pages que l'on peut numériser sur un seul DVD.**

LE LABO DE MATHÉMATIQUES

Les bactéries

Quatrième



Un laboratoire fait des recherches sur une population de Escherichia Coli, une bactérie intestinale appelée aussi colibacille qui compose 80% de notre flore intestinale mais qui peut être responsable d'infections urinaires, de gastro-entérites et de méningites.

On a observé que le nombre de bactéries a été multiplié par 3 toutes les heures à partir du moment où l'étude a commencé. Par combien le nombre de bactéries a-t-il été multiplié au bout de 24 heures ?

La bactérie Escherichia Coli entérohémorragique (EHEC) est une population plus virulente qui se multiplie par 4 toutes les 40 minutes. Elle peut provoquer la mort dans 5% des cas.

Par combien le nombre de bactéries (EHEC) est-il multiplié au bout de 24 heures ?

Un antibiotique adapté à cette bactérie est capable de diviser par 5 le nombre de bactéries Escherichia Coli toutes les heures. Par combien le nombre de bactéries est-il divisé toutes les 24 heures ?

Cet antibiotique est-il efficace contre cette bactérie virulente ?

Si on suppose que le patient prend cet antibiotique 3 jours après le début de l'infection par les bactérie EHEC, combien de jours faut-il pour être complètement débarrassé de cette bactérie ?

Présenter la démarche et les calculs ci-dessous.

Contrôle de mathématiques

25 novembre 2015

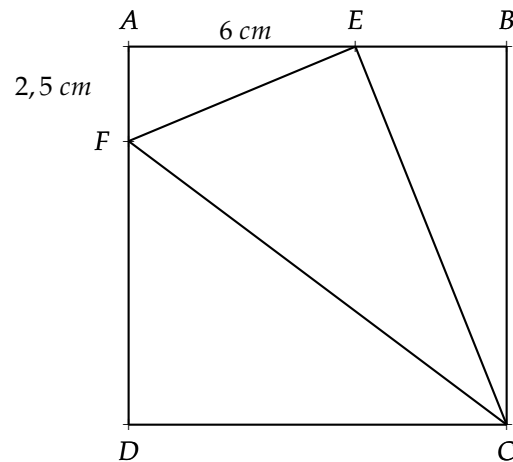
Quatrième

Exercice 1

$ABCD$ est un carré de côté 10 cm .

1. Calculer EF , EC et FC .

2. Le triangle FEC est-il rectangle ?

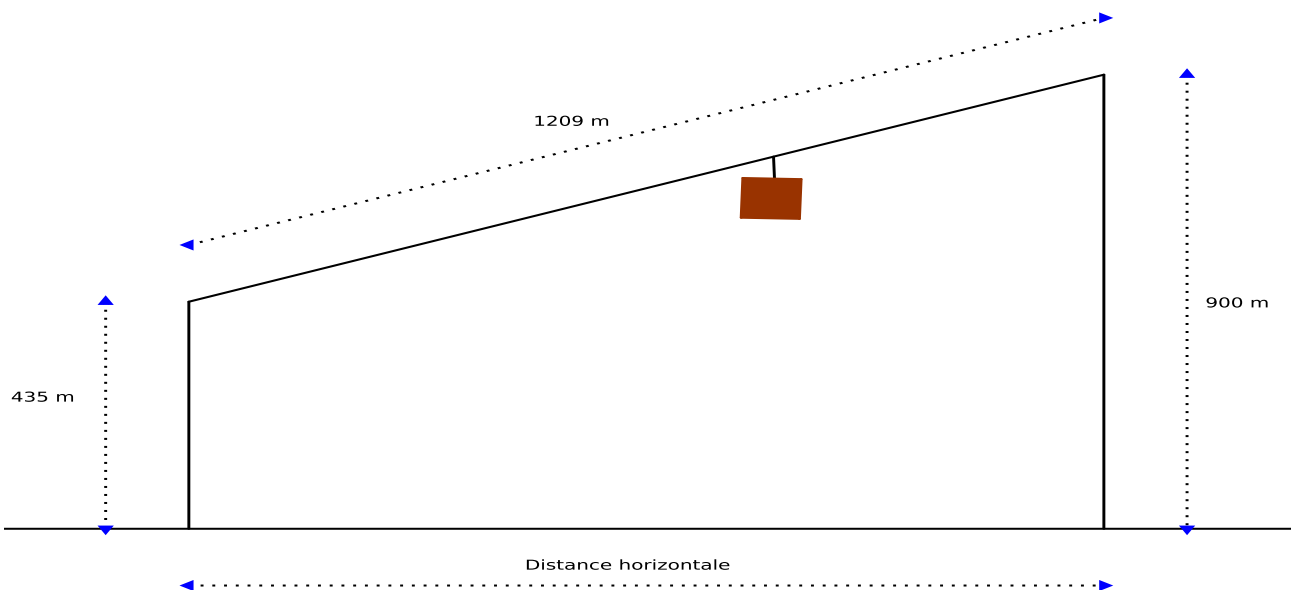


Exercice 2

À Grenoble, il y a un téléphérique qui relie les parties hautes et basses de la ville. Le départ se fait à 900 m d'altitude, l'arrivée à 435 m d'altitude. La longueur du trajet est de 1209 m .

Déterminer la distance horizontale qui sépare la bas et le haut de la ville.

Toutes les traces de recherches doivent apparaître sur votre copie, ainsi que le sujet sur lequel vous aurez complété la figure.



Attention, la suite est au verso de cette feuille !!

La calculatrice est autorisée, mais une réponse juste non justifiée ne sera pas comptabilisée !!!

Exercice 3 : Donner l'écriture décimale des expressions suivantes :

$$A = 10^0$$

$$D = \frac{10^9}{10^{11}}$$

$$B = 10^{-6}$$

$$E = (10^2)^{-3}$$

$$C = 10^5 \times 10^{-3}$$

$$F = \frac{0,000\,000\,001}{10^{-8}}$$

Exercice 4 : Écrire les expressions suivantes sous forme d'une puissance de 10

$$G = 10\,000\,000\,000$$

$$J = 10\,000\,000 \times 0,000\,000\,001$$

$$H = 0,000\,000\,000\,01$$

$$K = \frac{10^{-9} \times 10^{23}}{10^{-7} \times 10^{-11}}$$

$$I = 0,000\,000\,000\,1^{12}$$

$$L = \frac{10\,000\,000^2 \times 0,000\,000\,01^3}{10^{-11}}$$

Exercice Bonus

Echat à 7 amies sur TweetFace. Aujourd'hui 11 février elle lance une rumeur au sujet de son prof de math sur son mur. Le lendemain, ses 7 amies font la même chose avec chacune de leurs 7 amies.... Et ainsi de suite...

Est-il possible que cette affreuse rumeur soit diffusées à plus de 1 000 000 de personnes ?

Si oui, à quelle date ?

Contrôle de mathématiques

25 novembre 2015

Exercice 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$A = 10^9 =$$

$$B = 10^{-4}$$

$$C = 10^4 \times 10^{-5} =$$

$$D = 2^4 \times 10^{-3} \times 10^{-6} =$$

$$E = \frac{10^3}{10^7} =$$

$$F = \frac{10^{-3}}{10^{-7}} =$$

$$G = (-1)^7 \times (10^3)^{-2} =$$

$$H = \frac{10^3 \times 10^2}{10^{-2} \times 10^2} =$$

Exercice 2 : Écrire sous la forme d'une puissance de 10

$$I = 10^5 \times 10^{-9} =$$

$$J = 10^{-7} \times 10^{-9} =$$

$$L = \frac{10^{-7} \times 10^9}{10^{-4} \times 10^{-8}} =$$

$$M = (10^5)^{-7} \times (10^{-7})^{-7} =$$

$$N = \frac{0,000\,0001 \times 1\,000\,000\,000}{10^{11}} =$$

$$K = \frac{10^5}{10^{-7}} =$$

Exercice 3 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$O = 2\,015 =$$

$$P = 0,000\,04 =$$

$$Q = 20\,000\,000 \times 0,000\,000\,9 =$$

$$R = 800 \text{ milliards} =$$

$$S = \frac{0,000\,008}{50\,000\,000} =$$

$$T = \frac{2 \times 10^8 \times 0,02 \times 10^3}{0,016 \times 10^4 \times 10^{-7}} =$$

$$U = 3^3 \times 10^{-4} + 2^3 \times 10^{-3} =$$

Exercice 4

Entre 1913 et 1927, Marcel Proust, l'un des plus grands écrivains français du XX^e siècle, a publié une suite romanesque intitulé « *À la recherche du temps perdu* ». C'est une fresque monumentale composée de 8 volumes. En collection de poche, chaque volume fait environ 500 pages.

On estime que sur une page, il y a environ 45 lignes et 80 caractères par ligne.