Contrôle de mathématiques

Troisième

Exercice 1
L'hôtel de Tahiti le « la ora na »accueille 125 touristes :
- 55 néo-calédoniens dont 12 parlent également anglais.
- 45 américains parlant uniquement l'anglais.
- Le reste étant des polynésiens dont 8 parlent également anglais.

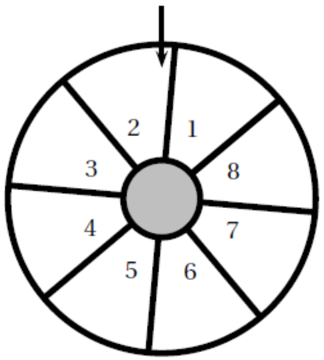
Les néo-calédoniens et les polynésiens parlent tous le français.

1. Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, quelle est la probabilité des évènements suivants :
a. Évènement A : « Le touriste est un américain »
b. Évènement B : « Le touriste est un polynésien ne parlant pas anglais »
c. Évènement C : « Le touriste parle anglais »

2. Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, ai-je plus de chance de me faire comprendre en parlant en anglais ou en français ? Justifie ta réponse. (Toute trace de recherche sera prise en compte pour l'évaluation)

Exercice 2

Pour gagner le gros lot dans une fête foraine, il faut d'abord tirer une boule rouge dans une urne, puis obtenir un multiple de trois en tournant une roue.



1. L'urne contient 6 boules vertes, 5 boules blanches et des boules rouges.

Le responsable annonce « 50% de chances de tirer une boule rouge. »

Combien y a-t-il de boules rouges dans l'urne ?

2. On fait maintenant tourner la roue séparée en 8 secteurs numérotés de 1 à 8 comme indiqué ci-contre.
Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?

3. Quelle est la probabilité de gagner le gros lot ?

4. Quelle est la probabilité de ne rien gagner ?

Exercice 3
Dans un pot au couvercle rouge on a mis 6 bonbons à la fraise et 10 bonbons à la menthe. Dans un pot au couvercle bleu on a mis 8 bonbons à la fraise et 14 bonbons à la menthe. Les bonbons sont enveloppés de telle façon qu'on ne peut pas les différencier. Antoine préfère les bonbons à la fraise.

Dans quel pot a-t-il le plus de chance de choisir un bonbon à la fraise ? Justifier votre réponse.

Exercice 4
Jules et Paul patientent en jouant aux dés. Ces dès sont équilibrés. Jules propose à Paul de jouer avec ces deux dés (un jaune et un rouge), Il lui explique la règle :

- Le gagnant est le premier à remporter un total de 1000 points.
- Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux « 1 », c'est-à-dire une paire* de « 1 », il remporte 1 000 points (et donc la partie).
- Si un joueur obtient une paire de 2, il obtient 100 fois la valeur du 2, soit $2 \times 100 = 200$ points.
- De même, si un joueur obtient une paire de 3 ou de 4 ou de 5 ou 6, il obtient 100 fois la valeur du dé soit $3 \times 100 = 300$, ou ...
- Si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire (exemple 3 sur le dé jaune et 5 sur le dé rouge), il obtient 50 points.

Paul a déjà fait 2 lancers et a obtenu 650 points. Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer ?

Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même sur la copie une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 5

On pose $f(x) = (5x-3)^2 - (6x+1)^2$

1. Développer et réduire $f(x)$.

2. Calculer $f(0)$, $f(-1)$

3. Factoriser $f(x)$

4. Résoudre $(11x-2)(-x-4) = 0$

Correction - Contrôle de mathématiques

Troisième

Exercice 1

1.a Il y a 45 touristes américains sur 125 en tout.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement } A \text{ est } \dfrac{45}{125} = \dfrac{9}{25}}$

1.b Il y a 45 américains et 55 néo-calédoniens. Il reste donc 25 polynésiens.
Parmi les polynésiens seuls 8 parlent anglais, donc 17 ne parlent pas anglais.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement } B \text{ est } \dfrac{17}{125}}$

1.c Tous les américains parlent anglais, 12 néo-calédoniens et 8 polynésiens soit 65 personnes.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement } C \text{ est donc } \dfrac{65}{125} = \dfrac{13}{25}}$

2. Tous les polynésiens et tous les néo-calédoniens parlent français soit 80 personnes.

La probabilité que le touriste parle français est $\dfrac{80}{125}$

La probabilité que le touriste parle anglais est $\dfrac{65}{125}$

$\boxed{\text{J'ai plus de chance de rencontrer un touriste qui parle français !}}$

Exercice 2

1. Comme il y a 11 boules vertes et blanches dans l'urne.

$\boxed{\text{Il y a 11 boules rouges dans l'urne.}}$

2. Il y a 8 secteurs équiprobables et 2 qui sont des multiples de 3 (3 et 6)

$\boxed{\text{La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est : } \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}}$

3. Il y a 22 possibilités de tirages pour les boules et 8 pour les secteurs de la roue.
Nous sommes dans une expérience aléatoire à deux épreuves, nous pourrions la représenter par un arbre.
Cet arbre aurait $22 \times 8 = 176$ branches.
Parmi ces branches, les 11 commençant par une boule rouge suivi des 2 correspondant aux multiples de 3 sont gagnantes. Soit 22 branches gagnantes.

$\boxed{\text{La probabilité de gagner le gros lot est } \dfrac{22}{176} = \dfrac{11}{88} = \dfrac{1}{8}}$

Remarque : Comme la probabilité de tomber sur un boule rouge est $\dfrac{1}{2}$ et la probabilité de choisir un multiple de 3 est $\dfrac{1}{4}$ les deux probabilités se multiplient dans une expérience aléatoire à deux épreuves indépendantes.
On a bien $\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$

4. $\boxed{\text{La probabilité de ne rien gagner est } \dfrac{7}{8}}$

Exercice 3

Ce sont deux expériences aléatoires.
Dans le pot à couvercle bleu, il y a 22 bonbons dont 8 à la fraise.
La probabilité d'obtenir un bonbon à la fraise est $\dfrac{8}{22} = \dfrac{4}{11}$
Dans le pot à couvercle rouge, il y a 16 bonbons dont 6 à la fraise.
La probabilité d'obtenir un bonbon à la fraise est $\dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$
Comme $\dfrac{4}{11} = \dfrac{32}{88}$ et $\dfrac{3}{8} = \dfrac{33}{88}$

$\boxed{\text{C'est dans le pot à couvercle rouge que la probabilité est la plus élevé.}}$

Exercice 4

Paul doit obtenir au moins 350 points pour gagner la partie au prochain lancer. Pour cela il doit faire un double 4, un double 5 ou un double 6.
On sait que quand on lance deux dés équilibrés à 6 faces il y a 36 issues possibles.
Sur ces 36 issues, seules les issues (4,4) , (5,5) et (6,6) sont gagnantes.

$\boxed{\text{Il y a donc } \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12} \text{ de gagner au prochain lancer !}}$

Exercice 5

1. $f(x) = (5x-3)^2 - (6x+1)^2$
$f(x) = (25x^2 - 30x + 9) - (36x^2 + 12x + 1)$

$\boxed{f(x) = -11x^2 - 42x + 8}$

2. $f(0) = -11 \times 0^2 - 42 \times 0 + 8 = 8$
$f(-1) = -11 \times (-1)^2 - 42 \times (-1) + 8 = -11 + 42 + 8 = 39$

3. $f(x) = (5x-3)^2 - (6x+1)^2$
$f(x) = [(5x-3) + (6x+1)]\,[(5x-3) - (6x+1)]$
$f(x) = (5x - 3 + 6x + 1)(5x - 3 - 6x - 1)$

$\boxed{f(x) = (11x-2)(-x-4)}$

4. $(11x-2)(-x-4) = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul

$$\begin{aligned} 11x - 2 &= 0 \\ 11x &= 2 \\ x &= \frac{2}{11} \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} -x - 4 &= 0 \\ -x &= 4 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Il y a deux solutions : } \dfrac{2}{11} \text{ et } -4}$