

Aritmétique

La division euclidienne

a et b deux nombres entiers positifs $b \neq 0$
 Effectuer la division euclidienne de a par b
 c est trouver les deux uniques nombres entiers positifs q et r vérifiant l'égalité euclidienne :

$$a = bq + r \quad 0 \leq r < b$$

a est le dividende
 b est le diviseur

q est le quotient
 r est le reste

$$\begin{array}{r} \text{dividende} \rightarrow 567 \\ \text{Exemple :} \quad - 520 \\ \hline \text{reste} \rightarrow 47 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 \\ \hline 8 \\ \text{diviseur} \end{array} \quad \begin{array}{r} 567 = 65 \times 8 + 47 \\ \text{quotient} \end{array}$$

Diviseur, multiple

a et b deux nombres entiers positifs
 Si il existe un nombre entier q tel que $a = bq$
 Alors on dit que :
 - a est **divisible** par b ;
 - b est un **diviseur** de a ;
 - a est un **multiple** de b .
 Dans ce cas le reste de la division euclidienne de a par b vaut 0.

$$\begin{array}{r} \text{Exemple :} \quad 2016 \\ \quad \quad \quad - 189 \\ \hline \quad \quad \quad 126 \\ \quad \quad \quad - 126 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ \hline 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2016 = 63 \times 32 \\ 2016 \text{ est divisible par } 63 \\ 2016 \text{ est un multiple de } 63 \\ 63 \text{ est un diviseur de } 2016 \end{array}$$

Critères de divisibilité

- Un nombre est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par 4 si ses chiffres des dizaines et des unités forment un nombre multiple de 4.
- Un nombre est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

2016 est divisible par 2, 3, 4 et 9

735 est divisible par 3 et 5

Nombres premiers

Un nombre entier est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

1 ne possède qu'un seul diviseur, il n'est par premier.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 sont des nombres premiers.
 2017 est un nombre premier.

Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier se décompose de manière unique en un produit de nombres premiers

$$2016 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$2015 = 5 \times 13 \times 31$$

Fraction irréductible

Une fraction est irréductible si elle n'est pas simplifiable. Dans ce cas 1 est le seul diviseur commun au numérateur et au dénominateur.

$$\frac{210}{315} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 5 \times 7} = 3$$

$$\frac{765}{621} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 17}{3 \times 3 \times 3 \times 23} = \frac{5 \times 17}{3 \times 23} = \frac{85}{69}$$