Sujet de mathématiques du brevet des collèges

FRANCE MÉTROPOLE

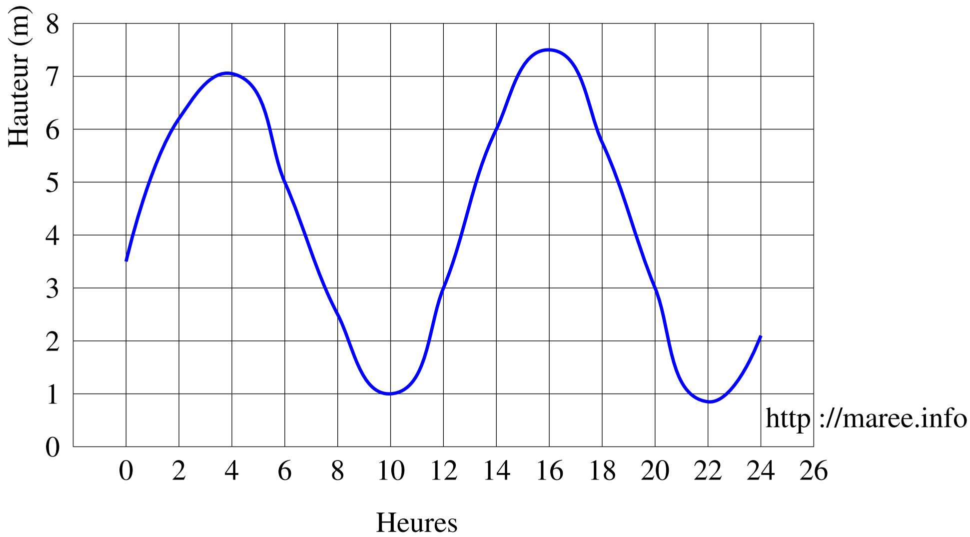
15 septembre 2016

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée
La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

EXERCICE 1 **3 points**

Le graphique ci-dessous représente la hauteur d'eau dans le port de Brest, le 26 octobre 2015.



Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. En utilisant ce graphique répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.

1.a Le 26 octobre 2015 quelle était environ la hauteur d'eau à 6 heures dans le port de Brest.

1.b Le 26 octobre 2015 entre 10 heures et 22 heures, pendant combien de temps environ la hauteur d'eau a-t-elle été supérieure à 3 mètres ?

2. En France, l'ampleur de la marée est indiquée par un nombre entier appelé « coefficient de marée ». Au port Brest, il se calcule grâce à la formule :

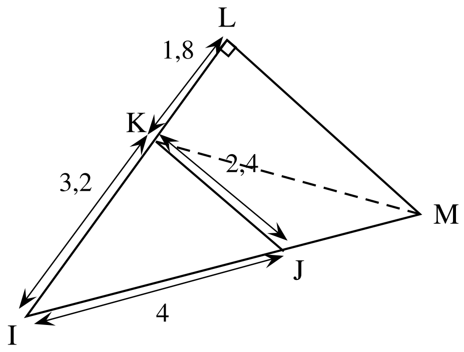
$$\left[C = \frac{H - N_0}{U} \times 100\right]$$

en donnant un résultat arrondi à l'entier le plus proche avec :

- C : coefficient de marée
- H : hauteur d'eau maximale en mètres pendant la marée
- $N_0 = 4,2$ m (*niveau moyen à Brest*)
- $U = 3,1$ m (*unité de hauteur à Brest*)

Dans l'après-midi du 26 octobre 2015, la hauteur d'eau maximale était de 7,4 mètres.
Calculer le coefficient de cette marée (résultat arrondi à l'unité).

EXERCICE 2 **6 points**



Sur la figure ci-contre. le point J appartient au segment $[IM]$ et le point K appartient au segment $[IL]$.
Sur la figure, les longueur sont données en mètres.
1. Montrer que IKJ est un triangle rectangle.
2. Montrer que LM est égal à 3,75 m.
3. Calculer la longueur KM au centimètre près.

EXERCICE 3 **5,5 points**

La feuille de calcul ci-contre donne la production mondiale de vanille en 2013.
1. Quelle formule de tableur a été saisie dans la cellule B15 ?
2. Est-il vrai que, à eux deux, l'Indonésie et Madagascar produisent-ils plus des trois quarts de la production mondiale de vanille ?
3. On s'intéresse aux cinq pays qui ont produit le moins de vanille en 2013.
Quel pourcentage de la production mondiale représente la production de vanille de ces cinq pays ? Arrondir le résultat à l'unité.

	A	B
1	Pays	Production de vanille en 2013 (en milliers de tonnes)
2	Chine	335
3	Comores	35
4	France	79
5	Indonésie	3 200
6	Kenya	15
7	Madagascar	3 100
8	Malawi	22
9	Mexique	463
10	Ouganda	161
11	Papouasie-Nouvelle-Guinée	433
12	Tonga	198
13	Turquie	290
14	Zinbabwe	11
15	Total	8 342

EXERCICE 4 **4,5 points**

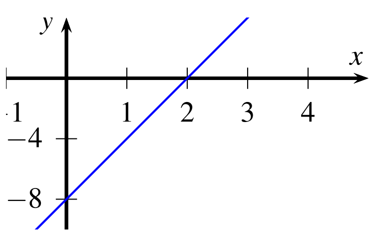
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Aucune justification n'est attendue. Pour chacune des questions, une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse exacte.
Toute réponse exacte vaut 1.5 point. Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

Question 1 : Le nombre 2 est solution de l'inéquation :

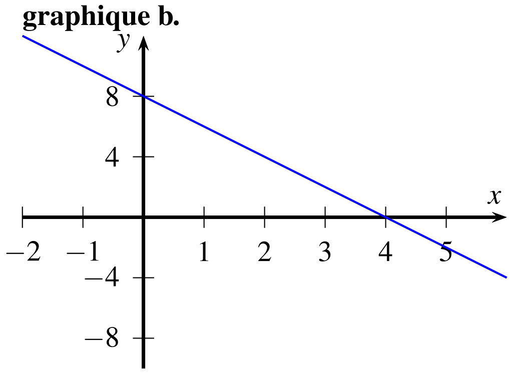
a. $x < 2$ **b.** $-4x - 3 > -10$ **c.** $5x - 4 \leqslant 7$ **d.** $8 - 3x \geqslant 3$

Question 2 : La fonction f qui à tout nombre x associe le nombre $2x - 8$ est représentée par le

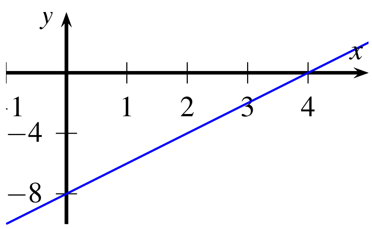
graphique a.



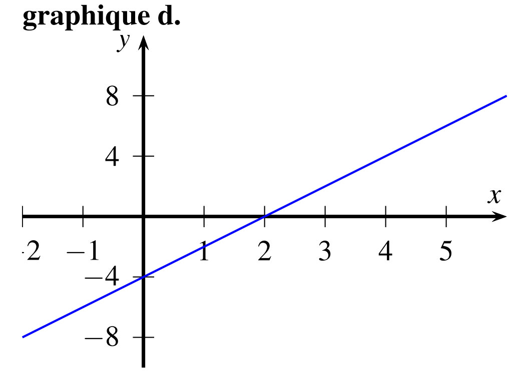
graphique b.



graphique c.



graphique d.



Question 3

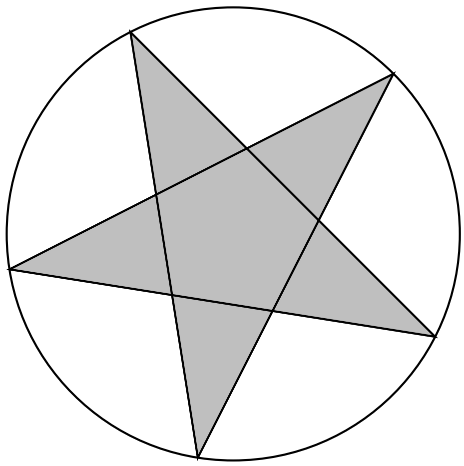
Un coureur qui parcourt 100 mètres en 10 secondes a une vitesse égale :

a. 6 km/min **b.** 36 km/h **c.** 3 600 m/h **d.** 10 km/h

EXERCICE 5 — 5 points

Sur un blog de couture, Archibald a trouvé une fiche technique pour tracer un pentagramme (étoile à cinq branches).
Cette fiche technique est donnée en **annexe** qui sera à rendre avec la copie.

1. Compléter et terminer sur la **feuille annexe** la construction de l'étoile à cinq branches débutée par Archibald. On fera apparaître les points B, D, J, M, E, F, G, H et I.
2. Réécrire la troisième consigne sur la copie en utilisant le vocabulaire mathématique adapté.
3. En utilisant cette fiche technique, Anaïs a obtenu la construction ci-dessous.

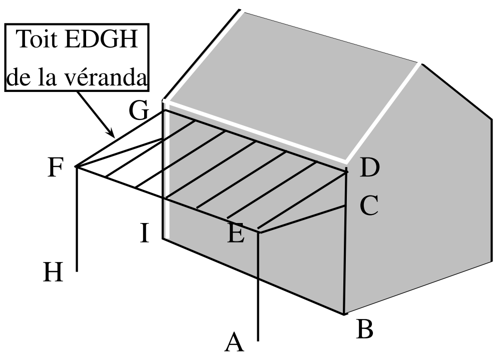


Elle mesure les angles $\widehat{EGI}$ et $\widehat{EHI}$ et constate qu'ils sont égaux. Est-ce le cas pour tous les pentagrammes construits avec cette méthode ?

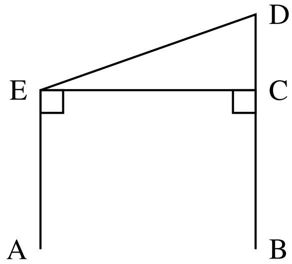
EXERCICE 6 — 7 points

Mélanie construit une véranda contre l'un des murs de sa maison.
Pour couvrir le toit de la véranda, elle se rend chez un grossiste en matériaux qui lui fournit des renseignements concernant deux modèles de tuiles.

Document 1 : Informations sur la véranda



EC = 2,85 m
BC = 2,10 m
BD = 3,10 m
EF = 6,10 m
Le toit EDGF de la véranda est un rectangle.



Croquis à l'échelle

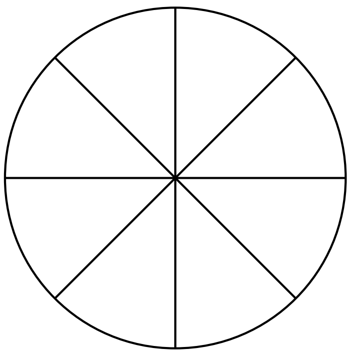
Document 2 : informations sur les tuiles

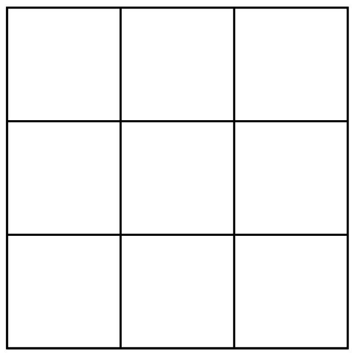
Modèle	Tuile romane	Tuile régence
Coloris	« littoral »	« Brun vieilli »
Quantité au m^2	13	19
Poids au m^2 (en kg)	44	44
Pente minimale pour permettre la pose	15	18
Prix à l'unité	1,79 €	1,2 €
Prix au m^2	23,27 €	€

1. Une tache cache le prix au m^2 des « tuiles régence ». Calculer ce prix.
2. La pente du toit de la véranda, c'est-à-dire l'angle $\widehat{DEC}$, permet-elle la pose de chaque modèle ?
3. Mélanie décide finalement de couvrir le toit de sa véranda avec des tuiles romanes. Ces tuiles sont vendues à l'unité.
   Pour déterminer le nombre de tuiles à commander, le vendeur lui explique :
   « Il faut d'abord calculer la surface à recouvrir. Il faut augmenter ensuite cette surface de 5 %. »
   En tenant compte de ce conseil, combien de tuiles doit-elle prévoir d'acheter ?

EXERCICE 7 **5 points**

Une pizzeria fabrique des pizzas rondes de 34 *cm* de diamètre et des pizzas carrées de 34 *cm* de côté.





Toutes les pizzas :

- ont la même épaisseur ;
- sont livrées dans des boîtes identiques.

Les pizzas carrées coûtent 1 € de plus que les pizzas rondes.

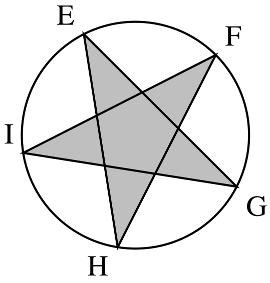
1. Pierre achète deux pizzas : une ronde et une carrée. Il paye 14,20 €. Quel est le prix de chaque pizza ?
2. Les pizzas rondes sont découpées en huit parts de même taille et les pizzas carrées en neuf parts de même taille.
   Dans quelle pizza trouve-t-on les parts les plus grandes ?

Annexe
À rendre avec la copie à la fin de l'épreuve
(À placer à l'intérieur de la copie)

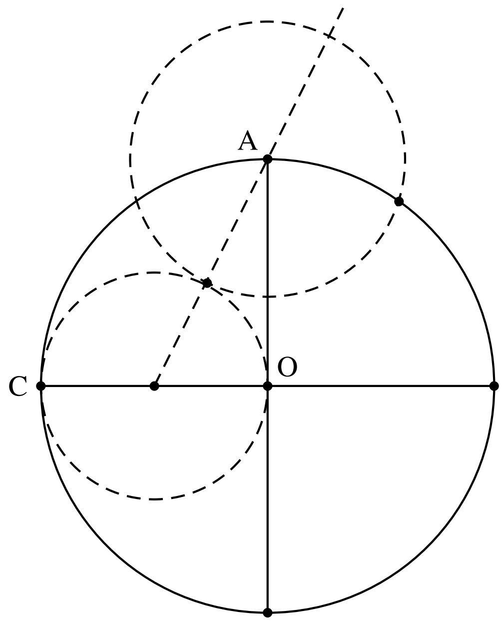
Fiche technique trouvée sur le blog

TRACER UNE ÉTOILE A CINQ BRANCHES

1. Tracer un cercle de centre O, puis tracer deux diamètres perpendiculaires [AB] et [CD].
2. Placer le milieu du segment [OC]. Le nommer J.
3. Placer la pointe du compas sur J, placer le crayon sur C et tourner.
4. Représenter la demi-droite [JA]. Elle coupe ce cercle en M.
5. Placer la pointe du compas sur A, placer le crayon sur M et tourner.
6. Le cercle obtenu coupe le cercle de centre O et de rayon [OC] en E et F.
7. À partir du point F, reporter trois fois la longueur EF sur le cercle pour obtenir dans cet ordre les points G, H et I.
8. Tracer les segments [EG], [GI], [IF], [FH] et [HE].



Construction débutée par Archibald



Correction

FRANCE - Septembre 2016

Exercice 1

1.a La hauteur d'eau à 6h était de $\boxed{5\ m}$

1.b Ce jour là la hauteur de la mer a été supérieure à 3 m de 10 h à 20 h.

$\boxed{\text{La hauteur a été supérieure à 3 } m \text{ pendant 10 } h}$

2. Il faut remplacer par les bonnes valeurs :

$$C = \frac{7,4\ m - 4,2\ m}{3,1\ m} \times 100 = \frac{3,2\ m}{3,1\ m} \times 100 \approx 103$$

$\boxed{\text{Le coefficient de marée était de 103}}$

Exercice 2

1. C'est une situation classique qui utilise la **réciproque du théorème de Pythagore**
Comparons $KJ^2 + KI^2$ et IJ^2
$KJ^2 + KI^2 = 3,2^2 + 2,4^2 = 10,24 + 5,76 = 16$
$IJ^2 = 4^2 = 16$
Comme $KJ^2 + KI^2 = IJ^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle KJI est rectangle en K.

$\boxed{KJI \text{ est rectangle en } K}$

2. Les droites (KJ) et (LM) sont perpendiculaires à la droite (LI)
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**
Ainsi $(KJ)//(LM)$
Dans le triangle ILM, $K \in [LI]$ et $J \in [IM]$
D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{IJ}{IM} = \frac{IK}{IL} = \frac{KJ}{LM}$$
$$\frac{4}{IM} = \frac{3,2}{3,2+1,8} = \frac{2,4}{LM}$$
$$\frac{3,2}{5} = \frac{2,4}{LM}$$

Ainsi $LM = \dfrac{2,4 \times 5}{3,2} = 3,75$

$\boxed{LM = 3,75\ m}$

3. KLM est rectangle en L
D'après **le théorème de Pythagore** :

$$LK^2 + LM^2 = KM^2$$
$$1,8^2 + 3,75^2 = KM^2$$
$$KM^2 = 3,24 + 14,0625 = 17,3025$$
$$KM = \sqrt{17,3025}$$
$$KM \approx 4,16$$

$\boxed{KM \approx 4,16\ m \text{ au centimètre près.}}$

Exercice 3

1. $\boxed{\text{=SOMME(B2 :B14) ou =B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12+B13+B14}}$

2. Si on ajoute les deux productions on trouve : $3\ 200+3\ 100=6\ 300$, or $8\ 342\times\dfrac{3}{4}=6\ 256,5$

$\boxed{\text{Madagascar et l'indonésie produisent plus des trois-quarts de la production mondiale de vanille.}}$

3. Les cinq productions les plus faibles sont :
Zimbabwe : 11 ; Kenya : 15 ; Malawi : 22 ; Comores : 35 ; France : 79 et $11+15+22+35+79=162$
Calculons la fréquence correspondante : $\dfrac{162}{8\ 342}\approx 0,02$

$\boxed{\text{Les petits producteurs représentent 2\% de la production mondiale.}}$

Exercice 4

1.
L'affirmation $2<2$ est fausse. De plus $-4\times 2-3=-8-3=-11$ et $-11<-10$
$5\times 2-4=10-4=6$ et $6\leqslant 7$ et $8-3\times 2=8-6=2$ et $2<3$

$\boxed{\text{Question 1.c}}$

2. $x\to 2x-8$ est une fonction affine. Pour $x=0$ l'image est -8.
On a le choix entre le graphique a et le c et l'image de 4 est $2\times 4-8=0$

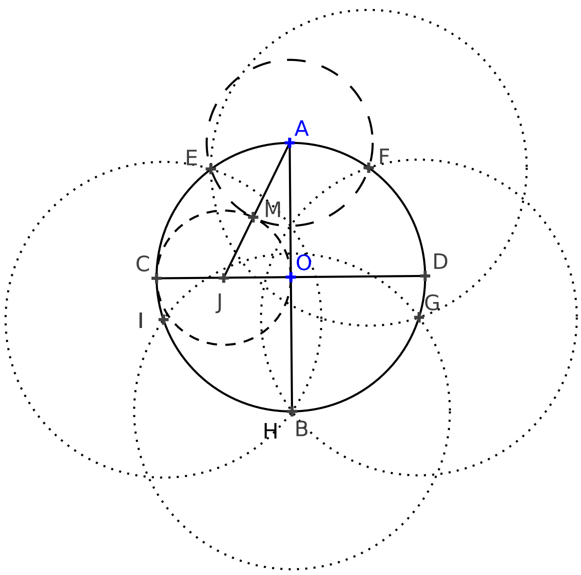
$\boxed{\text{Question 2.c}}$

3. 100 m en 10 s. Donc en $6\times 10\ s=60\ s=1\ min$ il parcoure $6\times 100\ m=600\ m$
En une heure, on multiplie par 60 : $600\ m\times 60=36\ 000\ m=36\ km$

$\boxed{\text{Question 3.b}}$

Exercice 5

1.



2. $\boxed{\text{Tracer le cercle de centre } J \text{ passant par } C}$

3. Les angles $\widehat{EGI}$ et $\widehat{EHI}$ sont deux angles inscrits dans le cercle qui interceptent le même arc de cercle entre E et I.
Or on sait que **dans un cercle deux angles qui interceptent le même arc sont égaux.**

$\boxed{\text{C'est donc bien toujours le cas !}}$

Exercice 6

1. Il faut multiplier le prix à l'unité par la quantité au m^2
$19 \times 1,2$ € $= 22,8$ €

$\boxed{\text{La tâche cache le prix } 22,80 \text{ €}}$

2. DEC est un triangle rectangle en C, on peut utiliser la trigonométrie.
$EC = 2,85\ m$ et $DC = BD - BC = 3,10\ m - 2,10\ m = 1\ m$
$tan\ \widehat{DEC} = \dfrac{1\ m}{2,85\ m}$
À la calculatrice on trouve $\widehat{DEC} \approx 19^o$

$\boxed{\text{Oui la pente est supérieure au minimum pour les deux types de tuiles}}$

3. La surface a couvrir est le rectangle $FGDE$.
$FE = 6,10\ m$, il manque ED.
Dasn le triangle DEC rectange en C, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$CE^2 + CD^2 = ED^2$$
$$2,85^2 + 1^2 = ED^2$$
$$ED^2 = 8,1225 + 1 = 9,1225$$
$$ED = \sqrt{9,1225}$$
$$ED \approx 3,02$$

L'aire du rectangle $FGED$ est donc $Aire(FGED) = 6,10\ m \times 3,02\ m = 18,422\ m^2$
Il faut augmenter cette aire de 5% c'est à dire multiplier par $1,05$
$18,422\ m^2 \times 1,05 \approx 19,343\ m^2$
Il faut 13 tuiles par mètre carrée.
$19,343\ m^2 \times 13 \approx 251,4$

$\boxed{\text{Il faut prévoir 252 tuiles pour recouvrir la véranda !}}$

Exercice 7

1. On peut utiliser plusieurs méthodes. La plus simple consiste à considérer que une pizza carrée et une pizza ronde revient à acheter deux pizzas rondes plus 1 €.
Donc deux pizzas rondes coûtent $13,20$ €.
Ainsi $13,20$ € $\div 2 = 6,60$ €.

$\boxed{\text{Une pizza ronde coûtent } 6,60 \text{ €et une pizza carrée } 7,60 \text{ €.}}$

2. On fait l'hypothèse que le diamètre de la pizza ronde est égale au côté de la pizza carrée.
L'aire totale de la pizza carrée est $34^2\ cm^2 = 1\ 156\ cm^2$ et l'aire d'une part est donc $\dfrac{1\ 156\ cm^2}{9}$.
L'aire totale de la pizza ronde est $\pi \times \left(\dfrac{34\ cm}{2}\right)^2 = \pi \times 17^2\ cm^2 = 289\pi\ cm^2$.
L'aire de d'une part est donc $\dfrac{289\pi\ cm^2}{8}$

Reste à comparer $\dfrac{1\ 156\ cm^2}{9}$ et $\dfrac{289\pi\ cm^2}{8}$
$\dfrac{1\ 156\ cm^2}{9} \approx 128,44\ cm^2$ et $\dfrac{289\pi\ cm^2}{8} \approx 113,49\ cm^2$

$\boxed{\text{La pizza carrée a des parts plus grandes.}}$