

Sujet de mathématiques du brevet des collèges

AMÉRIQUE DU SUD

1^{er} décembre 2016

Durée : 2h00

Calculatrice autorisée

La qualité de la rédaction, l'orthographe et la rédaction comptent pour 4 points.

EXERCICE 1

6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Toute réponse exacte vaut 2 points.

Toute réponse inexacte ou toute absence de réponse n'enlève pas de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte.

1	Le produit $7^6 \times 7^6$ est égal à :	14^6	7^{12}	7^{36}
2	La superficie d'une maison a été augmentée de 40 %. Elle est désormais de 210 m^2 . Sa superficie avant l'augmentation était égale à :	126 m^2	84 m^2	150 m^2
3	La probabilité d'obtenir un diviseur de 6 lors d'un lancer de dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 est égale à :	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

EXERCICE 2

6 points

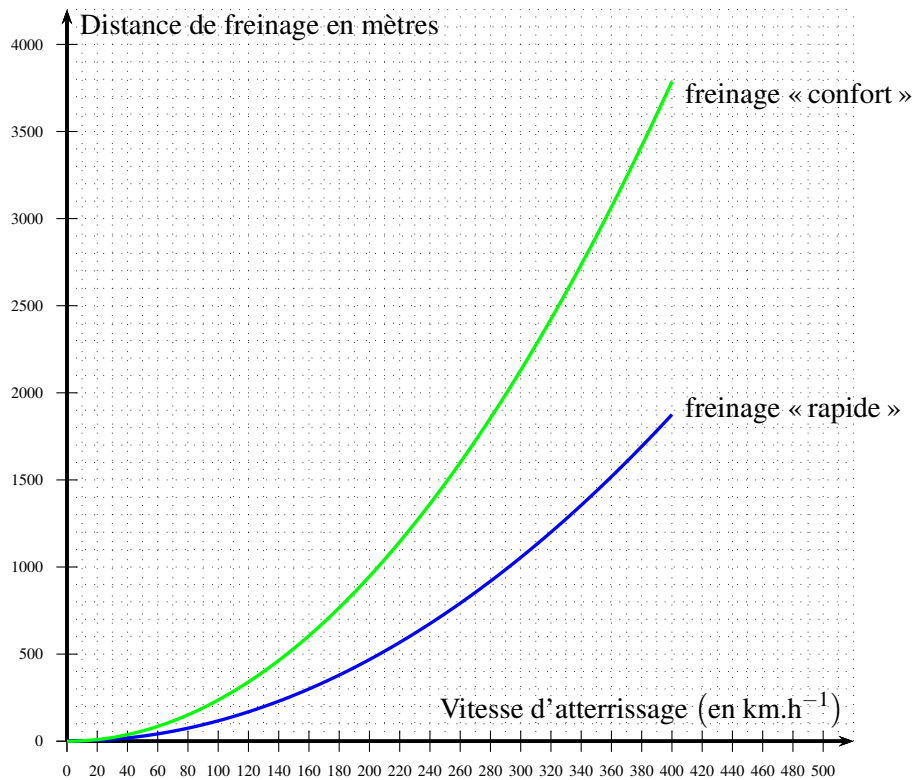
Un avion de ligne transportant des passagers atterrit à l'aéroport international Galeao à Rio de Janeiro.

On étudie la distance de freinage de l'appareil en fonction de sa vitesse au moment de l'atterrissage.

Le pilote peut décider d'un freinage « rapide » s'il souhaite raccourcir la distance de freinage, ou d'un freinage « confort » plus modéré et donc plus confortable pour les passagers.

Les courbes suivantes donnent la distance de freinage d'un avion en fonction de sa vitesse au moment de l'atterrissage selon le mode freinage choisi (confort ou rapide).

Distance de freinage de l'avion en fonction de la vitesse d'atterrissage

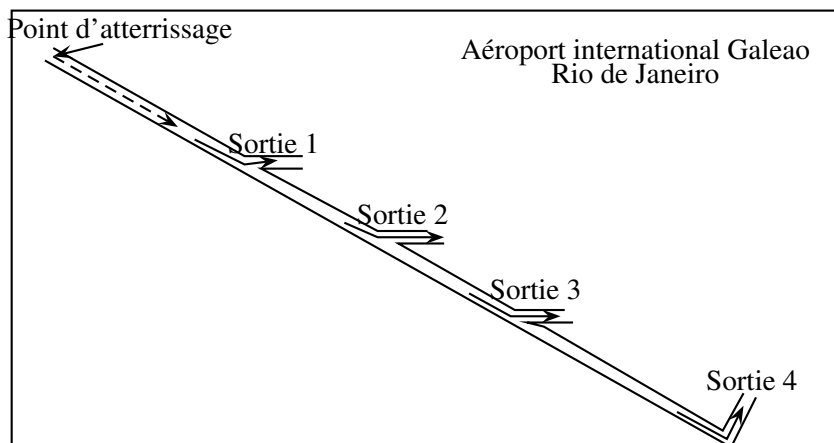


1. Donner par lecture graphique, sans justification :

- Une valeur approchée de la distance de freinage « confort » de l'appareil si l'avion arrive à une vitesse de 320 km.h^{-1} .
 - Une valeur approchée de la vitesse d'atterrissage d'un avion dont la distance de freinage « rapide » est de $1\,500 \text{ m}$.
2. Pour regagner la zone de débarquement des passagers, l'avion doit emprunter une des quatre sorties précisées dans les documents ci-dessous :

Distances des sorties au point d'atterrissage

Numéro de sortie	1	2	3	4
Distance (en mètres)	900	1 450	2 050	2 950



- L'avion atterrit à 260 km.h^{-1} . Le pilote décide un freinage « confort ». Avec la distance de freinage correspondante, quelle est ou quelles sont les sorties qu'il va dépasser ?
- Seule la sortie 1 étant disponible, le pilote envisage un freinage « rapide ». Déterminer avec la précision du graphique, la vitesse maximale avec laquelle il peut atterrir pour pouvoir emprunter cette sortie.

EXERCICE 3

5 points

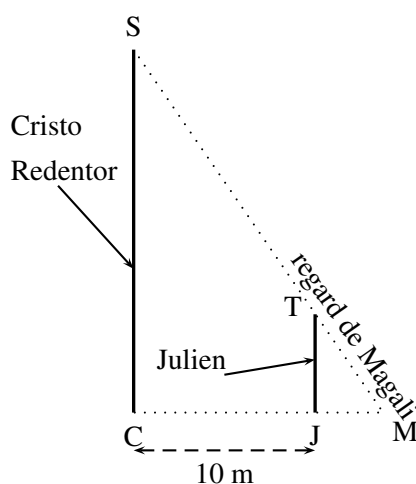
Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur de sa maison. La surface à paver est un rectangle de dimensions 108 cm et 225 cm et doit être entièrement recouverte par des carreaux de faïence carrés de même dimension sans découpe.

1. Carole peut-elle utiliser des carreaux de 3 cm de côté ? De 6 cm de côté ?
2. Quelle est la dimension maximale des carreaux que Carole peut poser ? Combien de carreaux utilisera-t-elle ?

EXERCICE 4

3 points

Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado. Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Magali place le regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voit le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés ; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien. La situation est modélisée ci-dessous par la figure qui n'est pas à l'échelle.



Déterminer la hauteur SC de la statue en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.

EXERCICE 5

6 points

Pour monter au sommet du Corcovado et accéder à la statue depuis le centre de Rio, on peut emprunter un minibus. Le prix d'un billet en Réal brésilien (R\$), monnaie brésilienne, comprend le transport vers le site ainsi que l'accès au monument. On donne les documents suivants.

HORAIRES

Tous les jours de 8 h à 16 h

TARIFS (à partir de 11 ans)

R\$ 51,00 Basse saison *

R\$ 62,00 Haute saison *

* Tarif réduit pour les enfants

de 6 ans à 11 ans.

Gratuit pour les enfants de moins de 6 ans.

Ticket de caisse

PAINEIRAS - CORCOVADO

HAUTE SAISON

Total à payer : 329 R\$

Entrée valable pour le :

09/02/2016

4 adultes

3 enfants de 6 à 11 ans

2 enfants de moins de 6 ans

1. Déterminer le prix de la visite pour un adulte le 09/02/2016.
2. Déterminer le prix de la visite pour un enfant ayant entre 6 ans et 11 ans, le 09/02/2016.

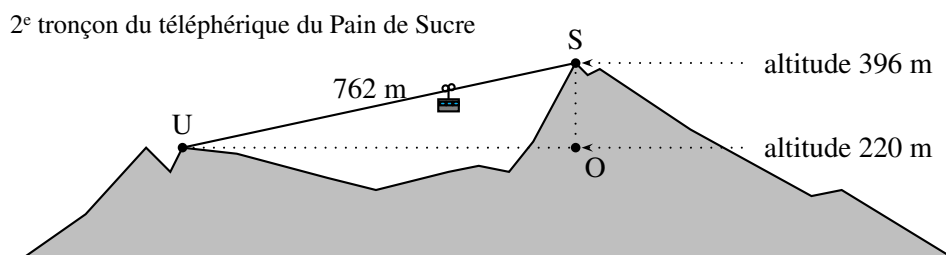
EXERCICE 6**4 points**

Inauguré en 1950, le stade Maracanà est un lieu mythique, place de grands événements sportifs tels que la coupe du monde 2014 ou les jeux olympiques 2016. C'est une structure de forme ovale de dimensions 317 m et 279 m pour une hauteur de 32 m dont la surface au sol est d'environ $69\,500\text{ m}^2$. Sur la célèbre plage de Copacabana, à Rio, on peut admirer de nombreuses sculptures de sable. L'un des sculpteurs souhaite réaliser une reproduction du stade à l'échelle $1/300$.

- Quelles seront les dimensions arrondies au centimètre de cette reproduction.
- (a) Quelle en sera la superficie ? On donnera le résultat en m^2 , arrondi au centième.
(b) Le sculpteur dispose d'un espace de 1 m^2 . Est-il certain de pouvoir réaliser sa reproduction ? On justifiera brièvement la réponse.

EXERCICE 7**7 points**

Le mont du Pain de Sucre est un pic situé à Rio à flanc de mer. Il culmine à 396 mètres d'altitude et est accessible par un téléphérique composé de deux tronçons.



Le dessin ci-dessus n'est pas à l'échelle.

On a représenté ci-dessus le deuxième tronçon du téléphérique qui mène du point U au sommet S du pic.

On donne : Altitude du point S : 396 m

$US = 762\text{ m}$

Altitude du point U : 220 m

Le triangle UOS est rectangle en O.

- Déterminer l'angle OUS que forme le câble du téléphérique avec l'horizontale. On arrondira le résultat au degré.
- Sachant que le temps de trajet entre les stations U et S est de $6\text{ min }30\text{ s}$, calculer la vitesse moyenne du téléphérique entre ces deux stations en mètres par seconde. On arrondira le résultat au mètre par seconde.
- On a relevé la fréquentation du Pain de Sucre sur une journée et saisi ces informations dans une feuille de calcul d'un tableur.

H2	=SOMME(B2 : G2)							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Horaires	8 : 00- 10:00	10:00 12:00	12:00-14:00	14:00-16:00	16:00-18:00	18:00-20:00	
2	Nombre de visiteurs	122	140		63	75	118	615

On a saisi dans la cellule H2 la formule : =SOMME(B2:G2)

3.a Interpréter le nombre calculé avec cette formule.

3.b Quel est le nombre de visiteurs entre $12\text{ h }00$ et $14\text{ h }00$?

3.c Une formule doit être saisie pour calculer le nombre moyen de visiteurs par heure sur cette journée. Parmi les propositions suivantes, recopier sans justification celle qui convient :

MOYENNE(B2:G2)

=MOYENNE(B2:G2)

MOYENNE(B2:G2)/2

=MOYENNE(B2:G2)/2

Correction

AMÉRIQUE DU SUD - Décembre 2016

Exercice 1

1. C'est une question de cours

$$7^6 \times 7^6 = 7^{6+6} = 7^{12}$$

$$1. 7^{12}$$

2. Il y a plusieurs manières de répondre à cette question :

Avec un tableau de proportionnalité

Avant augmentation	100	$\frac{100 \times 210 \text{ m}^2}{140} = 150 \text{ m}^2$
Après augmentation	140	210 m^2

Sinon on se souvient qu'augmenter de 40% revient à multiplier par 1,40

On cherche donc la solution de $1,40x = 210$ soit $\frac{210}{1,40} = 150$

$$2. 150 \text{ m}^2$$

3. C'est une situation d'équiprobabilité avec 6 issues possibles.

Parmi les nombres entiers de 1 à 6 seuls 1, 3 et 6 sont des diviseurs de 6.

Il y a donc 3 issues favorables pour 6 issues possibles.

$$3. \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exercice 2

$$1.a \text{ Environ } 2\,500 \text{ m}$$

$$1.b \text{ Environ } 360 \text{ km/h}$$

2.a À 260 km/h avec un freinage confort la distance de freinage est d'environ 1 600 m

Il va dépasser les sorties 1 et 2.

2.b La sortie 1 est à 900 m. En lisant le graphique on trouve :

$$\text{Sa vitesse doit être environ de } 280 \text{ km/h}$$

Exercice 3

Cela ressemble à un exercice d'arithmétique !

1. Comme $108 = 3 \times 36$ et que $225 = 3 \times 75$

On peut utiliser des carreaux de 3 cm de côté !

$108 = 6 \times 18$ mais $225 = 6 \times 37 + 3$.

On ne peut pas utiliser des carreaux de 6 cm de côté !

2. On cherche le plus grand diviseur commun aux nombres 108 et 225.

Utilisons l'**algorithme d'Euclide** :

$$225 = 2 \times 108 + 9$$

$$108 = 12 \times 9$$

Donc le $PGCD(108; 225) = 9$

Les plus grands carreaux utilisables font 9 cm

Or $108 = 9 \times 12$ et $225 = 9 \times 25$

Ainsi on peut faire 12 lignes et 25 colonnes de carreaux.

$$12 \times 25 = 300$$

Il faudra 300 carreaux de 9 cm

Exercice 4

On reconnaît une situation de Thalès.

Comme Julien et la statue sont perpendiculaires au sol, comme on sait que :

Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Ainsi $(SC) // (TJ)$

Dans le triangle SCM , $J \in [CM]$ et $T \in [MS]$

De plus $(SC) // (TJ)$

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{MJ}{MC} = \frac{MT}{MS} = \frac{JT}{CS}$$
$$\frac{0,50 \text{ m}}{10,50 \text{ m}} = \frac{MT}{MS} = \frac{1,90 \text{ m}}{CS}$$

$$\text{Ainsi } CS = \frac{1,90 \text{ m} \times 10,50 \text{ m}}{0,50 \text{ m}} = 39,90 \text{ m}$$

La statue mesure 39,90 m

Exercice 5

1. D'après le ticket nous sommes en haute saison.

Le prix pour un adulte est donc 62 RS

2. Les deux enfants de moins de 6 ans ne comptent pas : c'est gratuit.

4 adultes à 62 RS cela fait : $4 \times 62 \text{ RS} = 248 \text{ RS}$

Ils ont payé au total 329 RS, comme $329 \text{ RS} - 248 \text{ RS} = 81 \text{ RS}$

Le prix pour 3 enfants est 81 RS, reste à faire $81 \text{ RS} \div 3 = 27 \text{ RS}$

Le prix pour un enfant ce jour là est 27 RS

Exercice 6

1. L'échelle 1/300 signifie que les dimensions ont été divisées par 300
 $317 \text{ m} / \text{div}300 \approx 1,06 \text{ m}$, $279 \text{ m} \div 300 = 0,93 \text{ m}$ et $32 \text{ m} / \text{div}300 \approx 0,11 \text{ m}$

La maquette est ovale de dimension $1,06 \text{ m}$ sur $0,93 \text{ m}$ et d'une hauteur de $0,11 \text{ m}$

2.a Si les longueurs ont été divisées par 300 alors les aires ont été divisées par $300^2 = 90\,000$

$69\,500 \text{ m}^2 \div 90\,000 \approx 0,77 \text{ m}^2$ à $0,01 \text{ m}^2$ près.

La surface au sol de la maquette est d'environ $0,77 \text{ m}^2$

2.b Oui car $0,77 \text{ m}^2 < 1 \text{ m}^2$

Exercice 7

1. Comme le triangle UOS est rectangle en O on peut faire de la trigonométrie.

$$SO = 396 \text{ m} - 220 \text{ m} = 176 \text{ m}$$

SU est l'hypoténuse du triangle, SO est le côté opposé à l'angle \widehat{OUS} .

On peut utiliser le sinus de l'angle.

$$\sin \widehat{OUS} = \frac{SO}{SU} = \frac{176 \text{ m}}{762 \text{ m}}$$

À la calculatrice on trouve $\widehat{OUS} \approx 13^\circ$ à 1° près.

$$\widehat{OUS} \approx 13^\circ$$

2. Le téléphérique parcourt 762 m en $6 \text{ min } 30 \text{ s}$

$$6 \text{ min } 30 \text{ s} = 390 \text{ s}$$

$$762 \text{ m} \div 390 \text{ s} \approx 1,95 \text{ m en } 1 \text{ s}$$

Le téléphérique parcourt environ 2 m par seconde

3.a C'est le nombre total de visiteurs dans la journée !

$$3.b \quad 122 + 140 + 63 + 75 + 118 = 518 \text{ et } 615 - 518 = 97$$

Il y a eu 97 visiteurs entre 12h et 14h.

3.c Une formule doit débiter par =

De plus une case correspond à $2h$ dont il faut diviser le résultat par 2

$$=\text{MOYENNE}(\text{B2}:\text{G2})/2$$