DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2017

PREMIÈRE ÉPREUVE

1ère partie

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 heures – 50 points

(dont 5 points pour la présentation de la copie et l'utilisation de la langue française)

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Ce sujet comporte 9 pages numérotées de la page 1 sur 9 à la page 9 sur 9.

ATTENTION : l'ANNEXE page 9 sur 9 est à rendre avec la copie.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

L'utilisation du dictionnaire est interdite.

Thématique commune du sujet de Mathématiques, Physique-Chimie et Sciences de la Vie et de la Terre

Habitat

Indications portant sur l'ensemble du sujet.
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : *(6 points)*

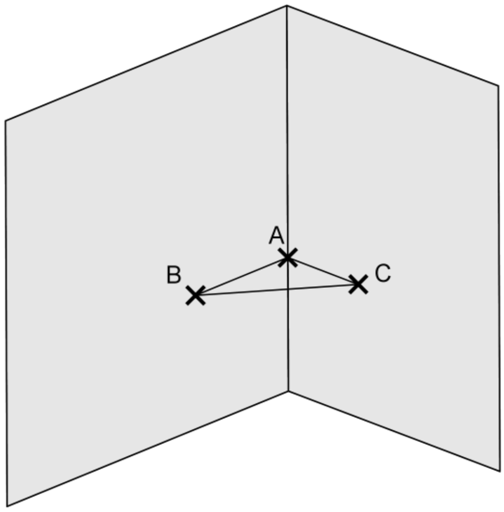
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Chaque réponse doit être justifiée.

Affirmation 1 :

Un menuisier prend les mesures suivantes dans le coin d'un mur à 1 mètre au-dessus du sol pour construire une étagère ABC :

AB = 65 cm ; AC = 72 cm et BC = 97 cm

Il réfléchit quelques minutes et assure que l'étagère a un angle droit.



Affirmation 2 :

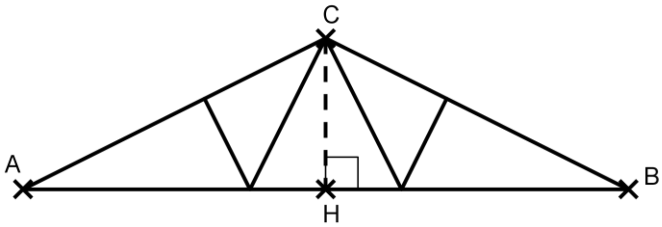
Les normes de construction imposent que la pente d'un toit représentée ici par l'angle $\widehat{CAH}$ doit avoir une mesure comprise entre 30° et 35°.

Une coupe du toit est représentée ci-contre :

AC = 6 m et AH = 5 m.

H est le milieu de [AB].

Le charpentier affirme que sa construction respecte la norme.



Affirmation 3 :

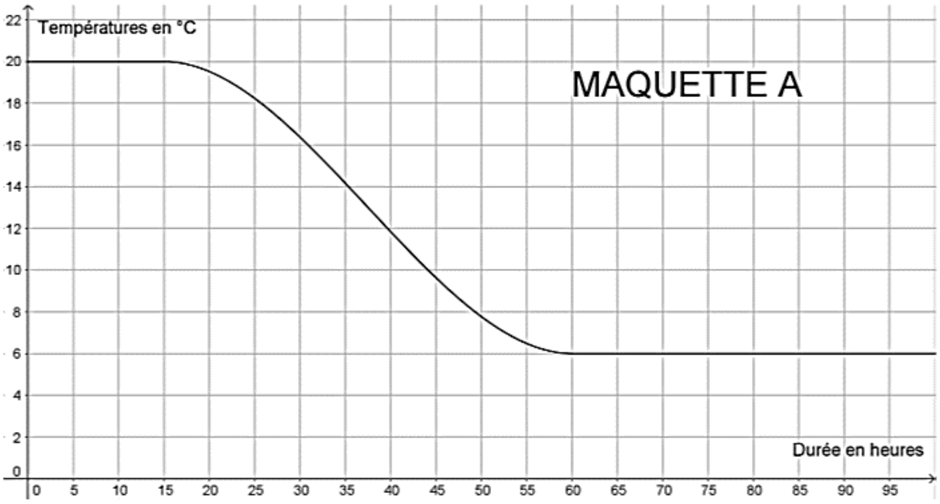
Un peintre souhaite repeindre les volets d'une maison. Il constate qu'il utilise $\frac{1}{6}$ du pot pour mettre une couche de peinture sur l'intérieur et l'extérieur d'un volet. Il doit peindre ses 4 paires de volets et mettre sur chaque volet 3 couches de peinture.

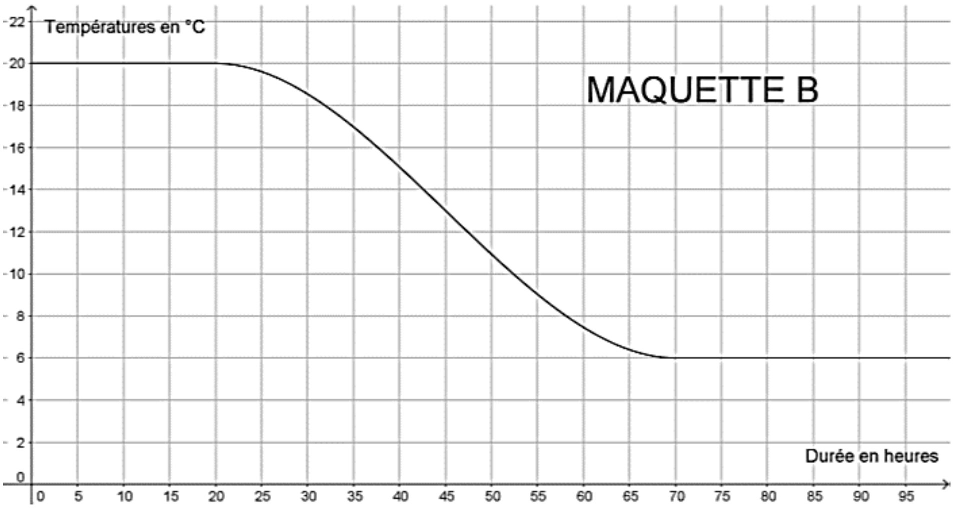
Il affirme qu'il lui faut 2 pots de peinture.

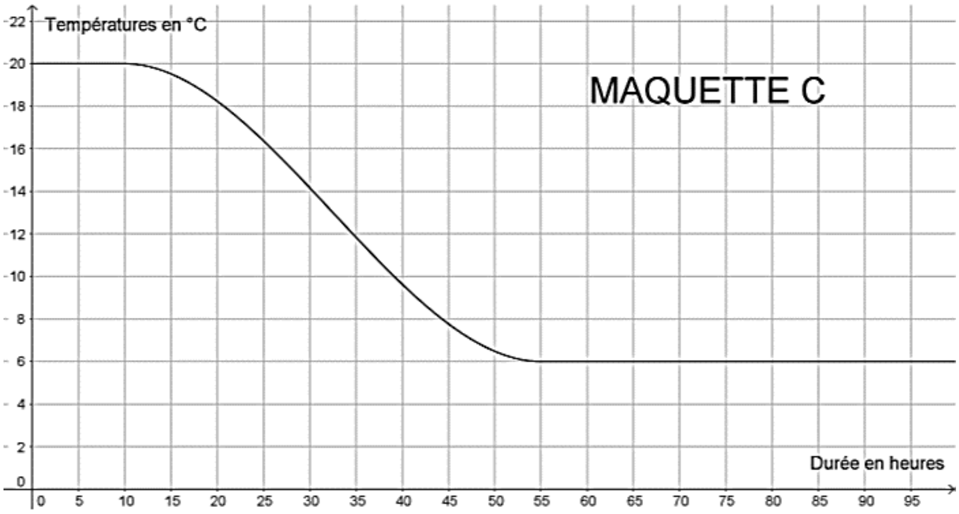
<u>Exercice 2</u> : *(7 points)*

<u>Partie 1</u> :

Pour réaliser une étude sur différents isolants, une société réalise 3 maquettes de maison strictement identiques à l'exception près des isolants qui diffèrent dans chaque maquette. On place ensuite ces 3 maquettes dans une chambre froide réglée à 6°C. On réalise un relevé des températures ce qui permet de construire les 3 graphiques suivants :







1. Quelle était la température des maquettes avant d'être mise dans la chambre froide ?
2. Cette expérience a-t-elle duré plus de 2 jours ? Justifier votre réponse.
3. Quelle est la maquette qui contient l'isolant le plus performant ? Justifier votre réponse.

<u>Partie 2</u> :

Pour respecter la norme RT2012 des maisons BBC (Bâtiments Basse Consommation), il faut que la résistance thermique des murs notée R soit supérieure ou égale à 4. Pour calculer cette résistance thermique, on utilise la relation :

$$R = \frac{e}{c}$$

où e désigne l'épaisseur de l'isolant en mètre et c désigne le coefficient de conductivité thermique de l'isolant. Ce coefficient permet de connaître la performance de l'isolant.

1. Noa a choisi comme isolant la laine de verre dont le coefficient de conductivité thermique est : c = 0,035. Il souhaite mettre 15 cm de laine de verre sur ses murs.

Sa maison respecte-t-elle la norme RT2012 des maisons BBC ?

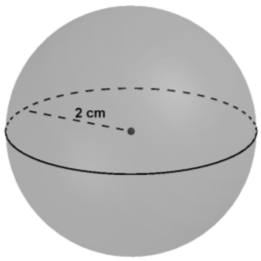
2. Camille souhaite obtenir une résistance thermique de 5 (R = 5). Elle a choisi comme isolant du liège dont le coefficient de conductivité thermique est : c = 0,04.

Quelle épaisseur d'isolant doit-elle mettre sur ses murs ?

<u>Exercice 3</u> : *(6 points)*

Voici les dimensions de quatre solides :

- Une pyramide de 6 cm de hauteur dont la base est un rectangle de 6 cm de longueur et de 3 cm de largeur.
- Un cylindre de 2 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Un cône de 3 cm de rayon et de 3 cm de hauteur.
- Une boule de 2 cm de rayon.



1. a) Représenter approximativement les trois premiers solides comme l'exemple ci-contre.

b) Placer les dimensions données sur les représentations.

2. Classer ces quatre solides dans l'ordre croissant de leur volume.

Quelques formules :	
$\frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$	$\pi \times rayon^2 \times hauteur$
$\frac{1}{3} \times \pi \times rayon^2 \times hauteur$	$\frac{1}{3} \times aire\ de\ la\ base \times hauteur$

Exercice 4 : *(4 points)*

Un fabricant de volets roulants électriques réalise une étude statistique pour connaître leur fiabilité. Il fait donc fonctionner un échantillon de 500 volets sans s'arrêter, jusqu'à une panne éventuelle. Il inscrit les résultats dans le tableur ci-dessous :

H2

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Nombre de montée-descente	Entre 0 et 999	Entre 1000 et 1999	Entre 2000 et 2999	Entre 3000 et 3999	Entre 4000 et 4999	Plus de 5000	TOTAL
2	Nombre de volets roulants tombés en panne	20	54	137	186	84	19	
3								

1. Quelle formule faut-il saisir dans la cellule H2 du tableur pour obtenir le nombre total de volets testés ?

2. Un employé prend au hasard un volet dans cet échantillon. Quelle est la probabilité que ce volet fonctionne plus de 3000 montées descentes ?

3. Le fabricant juge ses volets fiables si plus de 95 % des volets fonctionnent plus de 1000 montées descentes. Ce lot de volets roulants est-il fiable ? Expliquer votre raisonnement.

Exercice 5 : *(6 points)*

Sarah vient de faire construire une piscine dont la forme est un pavé droit de 8 m de longueur, 4 m de largeur et 1,80 m de profondeur. Elle souhaite maintenant remplir sa piscine. Elle y installe donc son tuyau d'arrosage.

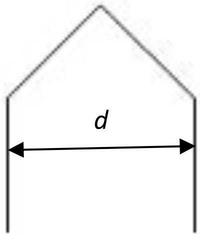
Sarah a remarqué qu'avec son tuyau d'arrosage, elle peut remplir un sceau de 10 litres en 18 secondes.

Pour remplir sa piscine, un espace de 20 cm doit être laissé entre la surface de l’eau et le haut de la piscine.

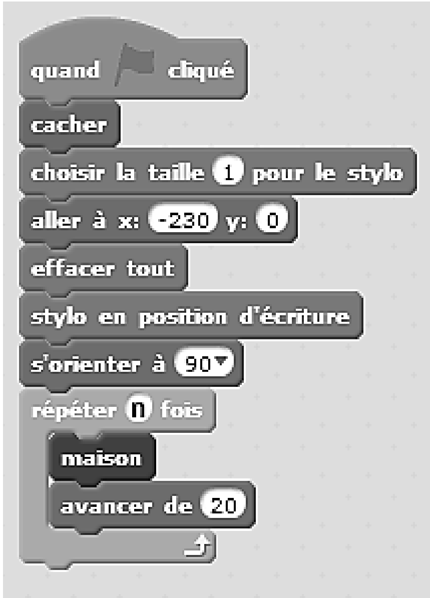
Faut-il plus ou moins d'une journée pour remplir la piscine ? Justifier votre réponse.

Exercice 6 : ***(9 points)***

Pour tracer une « rue », on a défini le tracé d'une « maison ».



tracé de la « maison »

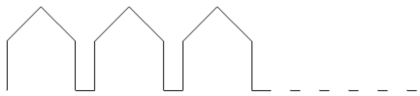


programme principal

1. Vérifier que *d* est environ égal à 71 à l'unité près.

2. Un point dans une fenêtre d'exécution de votre programme a son abscisse qui peut varier de - 240 à 240 et son ordonnée qui peut varier de -180 à 180.

Quel est le plus grand nombre entier n que l'on peut utiliser dans le programme principal pour que le tracé de la « rue » tienne dans la fenêtre de votre ordinateur où s'exécute le programme ?

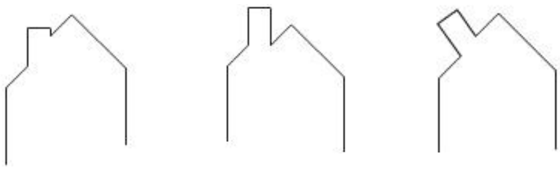


Vous pourrez tracer sur votre copie tous les schémas (à main levée ou non) qui auront permis de répondre à la question précédente et ajouter toutes les informations utiles (valeurs, codages, traits supplémentaires, noms de points...)

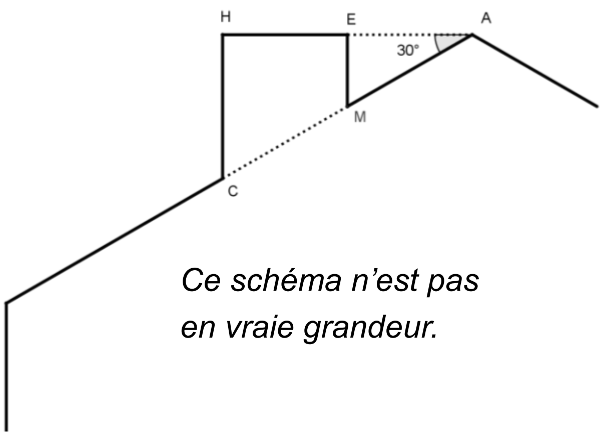
3. *Attention, cette question est indépendante des questions précédentes et la « maison » est légèrement différente.*

Si on désire rajouter une sortie de cheminée au tracé de la maison pour la rendre plus réaliste, il faut faire un minimum de calculs pour ne pas avoir de surprises.

Exemples :



On suppose que :
- les points H, E et A sont alignés ;
- les points C, M et A sont alignés ;
- [CH] et [EM] sont perpendiculaires à [HA] ;
- AM = 16 ;
- MC = 10 ;
- $\widehat{HAC}$= 30°.



Ce schéma n'est pas en vraie grandeur.

Calculer EM, HC et HE afin de pouvoir obtenir une belle sortie de cheminée.

<u>Exercice 7</u> : *(7 points)*

Bob doit refaire le carrelage de sa cuisine dont la forme au sol est un rectangle de 4 m par 5 m.

Il a choisi son carrelage dans un magasin. Le vendeur lui indique qu'il faut commander 5 % de carrelage en plus pour compenser les pertes dues aux découpes.

Le carrelage choisi se vend dans des paquets permettant de recouvrir 1,12 m² et chaque paquet coûte 31 €.

1. Montrer que Bob doit commander au moins 21 m² de carrelage.

2. Combien doit-il acheter de paquets de carrelage ?

3. Quel sera le coût de l'achat du carrelage de sa cuisine ?

4. Bob se rend ensuite dans un autre magasin pour acheter le reste de ses matériaux.
Compléter la facture en ANNEXE page 9 sur 9 et la joindre à la copie.

ANNEXE

À DÉTACHER DU SUJET ET À JOINDRE AVEC LA COPIE.

Exercice 7 question 4 :

Facture à compléter :

Matériaux	**Quantité**	**Montant unitaire Hors Taxe**	**Montant total Hors taxe**
Sceau de colle	3	12€	36€
Sachet de croisillons	…...	7€	…...
Sac de joint pour carrelage	2	…….	45€
		TOTAL HORS TAXE	88€
		TVA (20%)	……..
		TOTAL TOUTES TAXES COMPRISES	……..

Correction

Centres étrangers - Juin 2017 - Mathématiques

Exercice 1

Un QCM sans surprise !

Affirmation 1

C'est une situation classique qui utilise **la réciproque du théorème de Pythagore**.

Comparons BC^2 et $AB^2 + AC^2$:
$BC^2 = 97^2 = 9\,409$
$AB^2 + AC^2 = 65^2 + 72^2 = 4\,225 + 5\,184 = 9\,409$
Ainsi $AB^2 + AC^2 = BC^2$
D'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle ABC est rectangle en A.

$\boxed{\text{L'étagère a un angle droit, l'affirmation est vraie !}}$

Affirmation 2

Dans le triangle CAH rectangle en H.
On connait **l'hypoténuse** AC et **le côté adjacent** à l'angle $\widehat{CAH}$

$$cos\,\widehat{CAH} = \frac{5\ m}{6\ m}$$

À la calculatrice on obtient $\widehat{CAH} \approx 33,6^o$

$\boxed{\text{Comme } 30^o < 33,6^o < 35^o \text{ la construction respecte la norme, l'affirmation est vraie !}}$

Affirmation 3

Il y a 4 paires de volets, soit 8 volets.
Il faut 3 couches de peinture soit $3 \times 8 = 24$ couches de peintures.

Il faut $\dfrac{1}{6}$ d'un pot pour une couche, donc comme $24 \times \dfrac{1}{6} = 24 \div 6 = 4$

$\boxed{\text{L'affirmation est fausse, il faut 4 pots !}}$

Exercice 2

Partie 1 *Première partie assez facile où il suffit de lire graphiquement.*

1. En observant l'intersection des trois courbes avec l'axe des ordonnées, on constate qu'au temps O, le températures est 20^o.

$\boxed{\text{En entrant dans la chambre froide les maquettes sont à } 20^o}$

2. $1\ j = 24\ h$ donc $2\ j = 48\ h$
Cette expérience a duré 95 h.

$\boxed{\text{Cette expérience a duré plus de deux jours !}}$

De plus $95\ h = 3 \times 24\ h + 23\ h$ soit $3\ j$ et $23\ h$

3. En observant quand la température commence à diminuer, on constate que seule la maquette B reste à 20^o au delà de 20 h.

C'est aussi la maquette B qui sera à 6^o le plus tard, au bout de 70 h !

La maquette B est la plus performante en terme d'isolation.

Partie 2

1. *Attention aux unités dans ce genre d'exercice !*

e est exprimé en mètres. Comme $15\ cm = 0,15\ m$, $e = 0,15\ m$
Ainsi $R = \dfrac{0,15\ m}{0,035} \approx 4,29$

$\boxed{\text{Comme } 4,29 > 4 \text{ cette maison respecte la norme RT2012.}}$

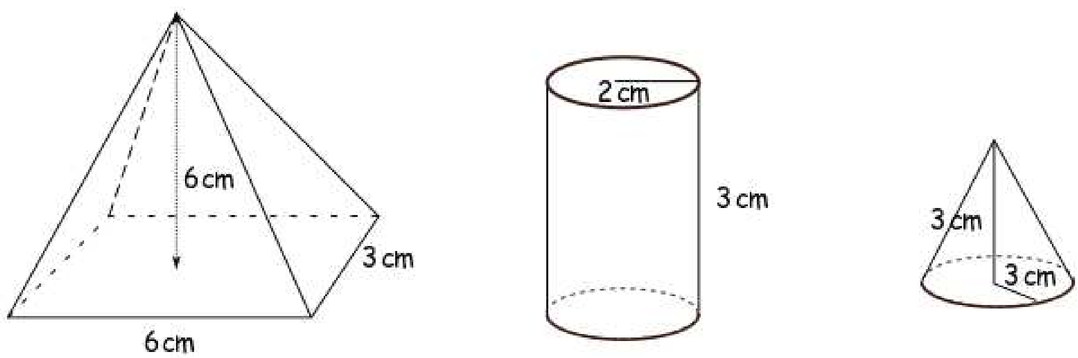
2. Il faut résoudre l'équation $5 = \dfrac{e}{0,04}$
On peut penser à un produit en croix en écrivant $\dfrac{5}{1} = \dfrac{e}{0,04}$
Ainsi en utilisant une règle de trois : $(5 \times 0,04) \div 1) = 0,20$
$e = 0,20\ m = 20\ cm$

$\boxed{\text{Il faut } 20\ cm \text{ d'isolant !}}$

On pouvait aussi faire quelques essais/erreurs en partant des 15 cm de la question précédente.

Exercice 3

Un exercice intéressant pour travailler les visualisations dans l'espace et l'usage des formules sur les volumes.
1.ab



2. Volume(Pyramide)= $\dfrac{6\ cm \times 3\ cm \times 6\ cm}{3} = 36\ cm^3$

Volume(Cylindre)= $\pi \times (2\ cm)^2 \times 3\ cm = 12\pi\ cm^3 \approx 37,7\ cm^3$

Volume(Cône)= $\dfrac{\pi \times (3\ cm)^2 \times 3\ cm}{3} = 9\pi\ cm^3 \approx 28,3\ cm^3$

Volume(Boule)= $\dfrac{4}{3} \times \pi \times (2\ cm)^3 = \dfrac{32\pi}{3}\ cm^3 \approx 35,5\ cm^3$

Finalement
$\boxed{\text{Volume(Cône)} < \text{Volume(Boule)} < \text{Volume(Pyramide)} < \text{Volume(Cylindre)}}$

Exercice 4

1. $\boxed{\text{On peut saisir } = B2+C2+D2+E2+F2+G2 \text{ ou } = SOMME(B2:G2)}$

2. Nous sommes dans une expérience à une épreuve où toutes les issues sont équiprobables.
Il y a 500 volets, donc 500 issues possibles.
Il y a $186+84+19=289$ volets qui resistent plus de 3 000 fois.

$$\boxed{\text{La probabilité cherchée } \frac{289}{500} \approx 0,578 \text{ soit } 57,8\%}$$

3. Il n'y a que 20 volets qui ne resistent pas au delà des 1 000 montées.
Donc 480 volets sur 500 sont conforment.
$\frac{480}{500} = 0,96$ c'est à dire 96%

$\boxed{\text{Ce lot de volets roulants est donc pas fiable !}}$

Exercice 5

Il faut calculer le volume d'eau dans la piscine.
Comme elle ne doit être rempli que jusqu'à 20 cm du bord, on peut considérer que l'eau dans la piscine forme un paralellépipède rectangle de 8 m sur 4 m et de hauteur $1,60$ m.
$Volume(Piscine) = 8\ m \times 4\ m \times 1,60\ m = 51,2\ m^3$

Or on sait que $1\ m^3 = 1\ 000\ L$ donc $Volume(Piscine) = 51\ 200\ L$

Un saut contient 10 L donc il faut $51\ 200\ L \div 10\ L = 5\ 120$ seaux.
18 s par seau donc $5\ 120 \times 18\ s = 92\ 160\ s$

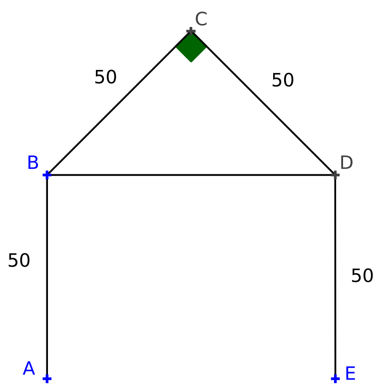
Il reste à convertir 92 160 s en heures et minutes.
La meilleure méthode est d'utiliser la division euclidienne.
$92\ 160\ s = 60 \times 1\ 536$ donc $92\ 160\ s = 1\ 536\ min$
$1\ 536\ min = 60 \times 25 + 36$ donc $1\ 536\ min = 25\ h\ 36\ min$

$\boxed{\text{Il faudra donc } 1\ j\ 1\ h\ 36\ min \text{ donc plus d'une journée !}}$

Exercice 6

Je trouve cet exercice très difficile. Il mélange des notions fondamentales de géométrie avec une figure Scratch. La dernière question permet plusieurs démarches au risque de se perdre !

1. On peut modéliser la situation ainsi :



Le triangle BCD est rectangle et isocèle en C
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2 + CD^2 = BD^2$$
$$50^2 + 50^2 = BD^2$$
$$2\ 500 + 2\ 500 = BD^2$$
$$BD^2 = 5\ 000$$
$$BD = \sqrt{5\ 000}$$
$$BD \approx 70,71$$

$\boxed{\text{La distance } d \text{ vaut approximativement 71 unités}}$

2. On constate en observant la boucle du programme principal, qu'entre chaque maison le stylo va avancer de 20 unités.
Entre -240 et 240 il y a 480 unités.
Un maison mesure 71 unités de large et un espace soit 91 unités.
$480 \div 91 \approx 5,27$

$\boxed{\text{On peut répéter au maximum 5 fois, } n = 5}$

3. C'est une question assez difficile qui peut se traiter d'au moins trois manières différentes :
Calcul de EM
Dans le triangle AEM rectangle en E
$sin\ 30^o = \dfrac{EM}{16}$ donc $EM = 16\ sin\ 30^o = 8$

Calcul de HC
On peut utiliser la trigonométrie :
Dans le triangle AHC rectangle en H
$sin 30^o = \dfrac{HC}{10+16}$ donc $HC = 26\ sin 30^o = 13$

On pouvait aussi utiliser **le théorème de Thalès** :
Comme les deux droites (CH) et (EM) sont perpendiculaires à une même droite (HA), elles sont parallèles entre elles.
Donc $(HC)//(EM)$
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AE}{AH} = \frac{AM}{AC} = \frac{EM}{HC}$$
$$\frac{AE}{AH} = \frac{16}{26} = \frac{8}{HC}$$

Ainsi $HC = \dfrac{8 \times 26}{16} = 13$

Calcul de HE
Cette fois-ci on peut utiliser trois méthodes : le théorème de Thalès, le théorème de Pythagore ou la trigonométrie.
Il faut d'abord calculer EA
Dans le triangle EAM rectangle en E
$cos 30^o = \dfrac{EA}{16}$ donc $EA = 16 \times cos 30^o \approx 13,86$

Ou alors **le théorème de Pythagore** nous donne :

$$EA^2 + EM^2 = AM^2$$
$$EA^2 + 8^2 = 16^2$$
$$EA^2 + 64 = 256$$
$$EA^2 = 256 - 64$$

$$EA^2 = 192$$
$$EA = \sqrt{192}$$
$$EA \approx 13,86$$

La trigonométrie c'est quand même plus simple !

Il faut maintenant calculer HA.
On peut utiliser la trigonométrie à nouveau dans le triangle AHC rectangle en H
$cos\ 30^o = \dfrac{HA}{26}$ donc $HA = 26 \times cos\ 30^o \approx 22,52$

Il est aussi possible d'utiliser **le théorème de Pythagore** dans CHA rectangle en H
Ou encore reprendre l'égalité de **Thalès** précédente.

Finalement $HE = 22,52 - 13,86 = 8,66$

$\boxed{EM = 8,\ HC = 13 \text{ et } HE \approx 8,7}$

Exercice 7

1. La pièce mesure 4 m sur 5 m. Son aire est $4\ m \times 5\ m = 20\ m^2$
Il faut ajouter 5%.
$20\ m \times \dfrac{5}{100} = 1\ m^2$

$\boxed{\text{Il faut donc acheter } 21\ m^2 \text{ de carrelage !}}$

2. Un paquet permet de recouvrir $1,12\ m^2$
$21\ m^2 \div 1,12\ m^2 = 18,75$

$\boxed{\text{Il faut acheter 19 paquets de carrelage.}}$

3. $19 \times 31€ = 598€$

$\boxed{\text{Il faut un budjet 598€}}$

4. Il reste la ligne qui concerne les croisillons.
On commence par chercher le Montant total hors taxe pour les croisillons.
$88€ - (45€ + 36€) = 88€ - 81€ = 7€$
On en déduit qu'il va acheter 1 sachet de croisillons.

Les 2 sacs de joint pour carrelage coûte 45€.
Ainsi 1 sac coûte $45€ \div 2 = 22,5€$.

On calcule la TVA de 20%
$88€ \times \dfrac{20}{100} = 17,20€$

Reste à faire la somme pour le Montant Total toutes taxes
$88€ + 17,20€ = 105,20€$.

Voici le résultat final :

Matériaux	Quantité	Montant unitaire hors taxe	Montant total hors taxe
Sceau de colle	3	12 €	36 €
Sachet de croisillons	1	7 €	7 €
Sac de joint pour carrelage	2	22,50 €	45 €
		Total hors taxe	88 €
		TVA (20%)	17,20 €
		Total toutes taxes	105,20 €