Correction

Nouvele–Calédonie - Décembre 2017 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet !

Exercice 1

Connaissances :
- Calcul littéral, aire du carré et du rectangle
- Combinaison d'expressions, recherche par essai/erreur
- Puissances
- Fractions et priorité des calculs
- Théorème de Thalès ou triangles semblables

1. Le rectangle $ABCD$ est constitué d'un carré et d'un rectangle.
L'aire du carré est donnée par l'expression x^2.
L'aire du rectangle est donnée par l'expression $x \times 2$
L'aire de $ABCD$ est donc donnée par : $x^2 + 2x$

$\boxed{\text{Réponse : } x^2 + 2x}$

2.
Attention, les systèmes de deux équations à deux inconnues ne sont plus au programme du cycle 4 au collège. Il faut donc trouver une méthode alternative ! !

Comme Alexandra achète 2 cahiers et 3 crayons on va doubler l'achat de Nathalie. Ainsi en achetant 2 cahiers et 10 crayons, Nathalie aurait payé deux fois plus chers soit 1 300 F.
De cette manière l'écart entre l'achat d'Alexandra et de Nathalie correspond à 7 crayons. Cet écart est de 1 300 $F - 810\ F = 490\ F$
Finalement un crayon coûte : $490\ F \div 7 = 70\ F$
Reprenons l'achat initial de Nathalie, les 5 crayons coûtent donc $5 \times 70\ F = 350\ F$, le cahier coûte donc $650\ F - 350\ F = 300\ F$
Vérifions nos calculs :
$2 \times 300\ F + 3 \times 70\ F = 600\ F + 210\ F = 810\ F$
$1 \times 300\ F + 5 \times 70\ F = 300\ F + 350\ F = 650\ F$

$\boxed{\text{Un cahier coûte } 300\ F \text{ et un crayon coûte } 70\ F}$

On pouvait bien sur procéder par essai/erreur.
$2 \times 250\ F + 3 \times 100\ F = 500\ F + 300\ F = 800\ F$ donc ce n'est pas le premier cas !
$2 \times 250\ F + 3 \times 110\ F = 500\ F + 330\ F = 830\ F$ donc ce n'est pas le second cas !

Le Franc dont il est parlé ici est le Franc Pacifique utilisé en France par la Nouvelle–Calédonie, la Polynésie et Wallis et Futuna. $1\ 000\ F = 8,38$ €*. Ainsi le cahier coûte environ* $2,51$ € *et le crayon* $0,59$ €*.*

3. Il faut multiplier par 2 à chaque fois, il y a 8 cases.
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$

$\boxed{\text{Il faut 256 cailloux sur la dernière case !}}$

4. $\frac{5}{14} + \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{14} + \frac{15}{14} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7}$

$\boxed{\text{La réponse est } \frac{20}{14}}$

5. On peut rédiger la solution en utilisant **le théorème de Thalès** ou la notion de **triangles semblables**

Solution **théorème de Thalès** :
Dans le triangle ABC, les droites (ML) et (BC) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AL}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{LM}{CB}$$

$$\frac{3}{7,5} = \frac{AM}{AB} = \frac{LM}{3}$$

Ainsi $LM = \frac{3\times 3}{7,5} = \frac{9}{7,5} = 1,2$

Solution **triangles semblables** :
Comme les droites (ML) et (BC) sont parallèles, les triangles ACB et ALM ont deux angles égaux : ils sont donc semblables.
ALM est donc une réduction du triangle ACB.
Le coefficient d'agrandissement/réduction est $\frac{7,5}{3} = 2,5$
Le triangle ALM est $2,5$ fois plus petit que le triangle ACB
Ainsi $LM = 3 \div 2,5 = 1,2$

$\boxed{\text{La réponse est } 1,2\ m}$

Exercice 2

Connaissances :
- Calcul littéral
- Programme de calcul
- Fonction, image, antécédent
- Représentation graphique des fonctions affines

1. On part de 4, on ajoute 1, donc 5, on passe au carré $5^2 = 25$
Le carré du nombre de départ est $4^2 = 16$, on soustrait $25 - 16 = 9$

$\boxed{\text{On obtient bien 9 en partant de 4 au départ.}}$

2.a Posons x le nombre de départ.
On obtient successivement $x+1$ puis $(x+1)^2$ et enfin $(x+1)^2 - x^2$

$\boxed{\text{Le résultat du programme en fonction de } x \text{ est } (x+1)^2 - x^2}$

2.b Développons $A = (x+1)^2 - x^2$
Attention les identités remarquables ne sont plus exigibles dans les nouveaux programmes du cycle 4
$A = (x+1)(x+1) - x^2$
$A = x^2 + x + x + 1 - x^2$
$A = 2x + 1$

$\boxed{\text{Ce résultat est bien égal à } 2x+1}$

3.a $f(0) = 2\times 0 + 1 = 1$ donc $\boxed{\text{L'image de 0 par } f \text{ est } 1}$

3.b Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned} f(x) &= 5 \\ 2x+1 &= 5 \\ 2x &= 5-1 \\ 2x &= 4 \\ x &= \frac{4}{2} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$\boxed{2 \text{ est l'antécédent de 5 par } f}$

3.c f est une fonction affine, sa représentation graphique est donc une droite qui passe par le point $(0;1)$
Pour tracer cette droite soit on calcule les coordonnées d'un second point, par exemple en utilisant par exemple la question **3.b**, on trouve le point $(2;5)$
Ou alors à partir du point $(0;1)$ on trace une droite dont le coefficient directeur est 2, donc pour un carreau horizontal on monte de deux carreaux verticaux.

$\boxed{\text{Voir annexe 1}}$

3.d $\boxed{\text{Voir annexe 1}}$

Exercice 3 : Magic The Gathering (le rassemblement magique)

Connaissances :
- Tableur
- Pourcentage
- Pavé droit, modélisation

1. $\boxed{= B2 * D2}$

2. $\boxed{\text{Voir annexe 2}}$

3. *On peut faire les calculs en cm ou en mm cela n'a pas d'importance !*
$37,5 \div 8,7 \approx 4,31$
$24,5 \div 6,2 \approx 3,95$
Donc on peut positionner au maximum $4 \times 3 = 12$ piles.

$\boxed{\text{On peut positionner au maximum 12 piles !}}$

On ne connait pas la hauteur d'une carte, l'information 17 *cm concernant la hauteur de la boite ne sert à rien puisque c'est le nombre de piles qui est demandé et pas le nombre de cartes.*

Exercice 4 : Coup de pêche

Connaissances :
- Vitesse
- Fraction

1. Le bateau navigue à 8 noeuds soit $8 \times 1,852\ km/h = 14,816\ km/h$
Il doit naviguer 5 km
On peut par exemple utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance	$14,816\ km$	$5\ km$
Temps	$1\ h = 60\ min = 3\ 600\ s$	$\frac{3\ 600\ s \times 5\ km}{14,816\ km} \approx 1\ 215\ s$

Or $1\ 215 = 60 \times 60 \times 20 + 15$

$\boxed{\text{Il va mettre environ } 20\ min\ 15\ s}$

On peut aussi utiliser la formule $v = \frac{d}{t}$*, mais j'ai une préférence pour la situation de proportionnalité qui évite de mémoriser une formule supplémentaire.*

2. $12\ L \times \frac{1}{4} = 3\ L$
Arrivé sur le lieu de pêche il reste 9 L d'essence.
Il vont consommer au retour $3\ L + 1\ L = 4\ L$

$\boxed{\text{Il reste donc } 5\ L \text{ d'essence à l'arrivée !}}$

Exercice 5

Connaissances :
- Arithmétique, PGCD
- Diviseurs

Cet exercice se résoud en utilisant le PGCD, notion qui n'est plus au programme du cycle 4. Je vous propose de le résoudre en utilisant la notion de diviseurs communs à deux nombres, sans algorithme.

1. Le nombre de paniers est un diviseur du nombre de poissons et du nombre de coquillage. Dressons la liste des diviseurs de 30 et de 500
Les diviseurs de 30 : $1, 2, 3, 5, 10, 15, 30$
Les diviseurs de 500 : $1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250, 500$

Le plus grand diviseur commun à 30 et 500 est donc 10

$\boxed{\text{Il pourra constituer 10 paniers.}}$

2. $30 \div 10 = 3$ et $500 \div 10 = 50$

$\boxed{\text{Il y aura 3 poissons et 10 coquillages par panier.}}$

Exercice 6

Connaissances :

— Trigonométrie

Dans le triangle PAC rectangle en A
$CA = 2,13\ m - 1\ m = 1,13\ m$

$tan\widehat{APC} = \frac{AC}{AP} = \frac{1,13\ m}{6\ m}$

À la calculatrice on trouve $\widehat{APC} \approx 11^o$

$\boxed{\widehat{APC} \approx 11^o}$

Exercice 7

Connaissances :

— Probabilité : expérience à une épreuve
— Statistiques : médiane, moyenne

1. Comme les jeux sont choisis au hasard, nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.
Aurel a 5 jeux préférés sur 60 possibles.

$\boxed{\text{Il y a } \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \approx 8,3\ \% \text{ de chance que ce soit un jeu préféré d'Aurel.}}$

2. Alexandra et Nathalie ont à elle deux 5 jeux préférés.

$\boxed{\text{La probabilité est la même que pour Aurel.}}$

3.a

$$M = \frac{75+25+48+52+26+55+43+105}{8} = \frac{429}{8} = 53,625$$

$\boxed{\text{La durée moyenne d'une partie est } 53,625\ min}$

Comme $0,625 \times 60 = 37,5$ alors $53,625\ min = 53\ min\ 37,5\ s$

3.b Classons ces 8 nombres dans l'ordre croissant :

$$25; 26; 43; 48; 52; 55; 75; 105$$

La médiane est la moyenne de la quatrième et cinquième durée, 48 min et 52 min
$\frac{48+52}{2} = 50$

$\boxed{\text{La médiane des durées est } 50\ min}$

3.c La médiane est éloignée de la moyenne ce qui montre que les durées sont très hétérogènes. En particulier on constante que les valeurs 105 min et 75 min sont très éloignées des autres valeurs.

Exercice 8 : Fusil sous marin

Connaissances :

— Modélisation
— Égalité de Pythagore

La fond de la remorque peut être considéré comme un rectangle de longueur 1 800 *mm* sur 1 350 *mm*
Pour faire tenir le fusil on peut tenter de le poser en diagonale.
Il faut donc calculer l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont deux côtés de l'angle droit mesurent 1 800 *mm* et 1 350 *mm*
Dans ce triangle rectangle on peut utiliser **l'Égalité de Pythagore**

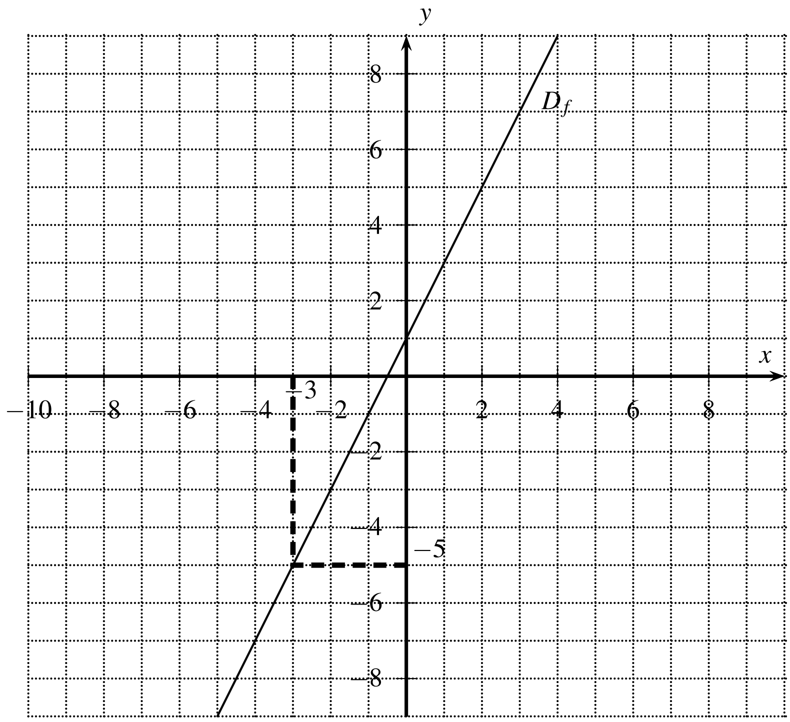
$$1\ 800^2 + 1\ 350^2 = 5\ 062\ 500$$

$$\sqrt{5\ 062\ 500} = 2\ 250$$

L'hypoténuse de ce triangle rectangle et donc la diagonale du rectangle mesure 2 250 *mm*
Comme le fusil mesure 2 100 *mm*

$\boxed{\text{Le fusil peut être posé à plat dans la remorque.}}$

ANNEXE 1 - Exercice 2



ANNEXE 2 - Exercice 3

	A	B	C	D
1	**Nouvelles cartes**	**Quantité**	**Prix unitaire (en F)**	**Prix (en F)**
2	Magic The Gathering 1	2	322	$2 \times 322 = 644$
3	Magic The Gathering 2	3	112	$3 \times 112 = 336$
4	Magic The Gathering 3	4	480	$4 \times 480 = 1\ 920$
5	Montant de la commande :			2 900
6	Frais de transport : + 10 % de la commande			$\frac{10}{100} \times 2\ 900 =$ $0,10 \times 2\ 900 = 290$
7	Montant total :			$2\ 900 + 290 = 3\ 190$