DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de la **page 1 sur 5** à la **page 5 sur 5**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de 7 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	13 points
Exercice n° 2	9 points
Exercice n° 3	9 points
Exercice n° 4	18 points
Exercice n° 5	20 points
Exercice n° 6	15 points
Exercice n° 7	16 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

EXERCICE 1 **14 POINTS**

Le tableau ci-dessous a été réalisé à l'aire d'un **tableur**.

Il indique le nombre d'abonnements Internet à haut débit et à très haut débit entre 2014 et 2016, sur réseau fixe, en France. (Sources : Arcep et Statistica).

	A	B	C	D
1		**2014**	**2015**	**2016**
2	Nombre d'abonnements Internet à haut débit (en millions)	22,855	22,63	22,238
3	Nombre d'abonnements Internet à très haut débit (en millions)	3,113	4,237	5,446
4	Total (en millions)	25,968	26,867	27,684

1. Combien d'abonnements Internet à très haut débit, en millions, ont été comptabilisés pour l'année 2016 ?

2. Vérifier qu'en 2016, il y avait 817 000 abonnements Internet à haut débit et à très haut débit de plus qu'en 2015.

3. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B4 avant de la recopier vers la droite, jusqu'à la cellule D4 ?

4. En 2015, seulement 5,6 % des abonnements Internet à très haut débit utilisaient la fibre optique. Quel nombre d'abonnements Internet à très haut débit cela représentait-il ?

EXERCICE 2 **14 POINTS**

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
On donne les informations suivantes :

— Le triangle ADE a pour dimensions : AD = 7 cm, AE = 4,2 cm et DE = 5,6 cm.

— F est le point de [AD] tel que AF = 2,5 cm.

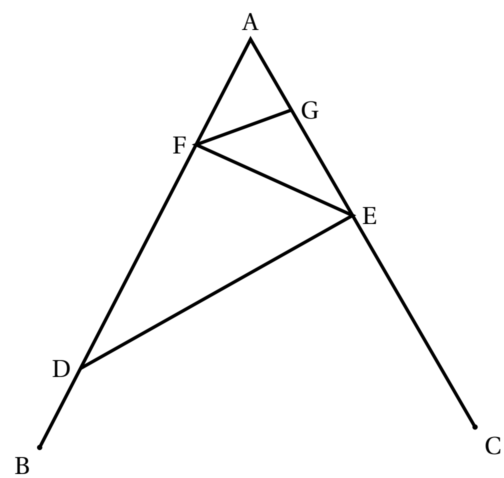
— B est le point de [AD] et C est le point de [AE] tels que : AB = AC = 9 cm.

— La droite (FG) est parallèle à la droite (DE).

1. Réaliser une figure en vraie grandeur.

2. Prouver que ADE est un triangle rectangle en E.

3. Calculer la longueur FG.



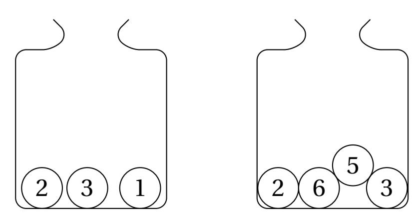
EXERCICE 3 **15 POINTS**

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes.

On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

— le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;

— le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.



Urne D Urne U

Exemple : en tirant la boule 1 de l'urne D et ensuite la boule 5 de l'urne U, on forme le nombre 15.

1. A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

2. **a.** Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.

b. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.

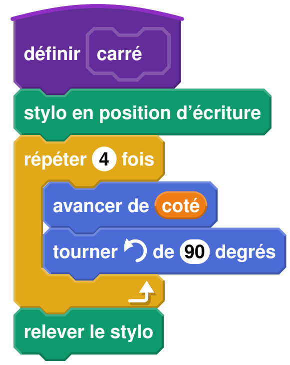
3. Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

EXERCICE 4 **18 POINTS**

Dans cet exercice, aucune justification n'est attendue.
Simon travaille sur un programme. Voici des copies de son écran :

Script principal

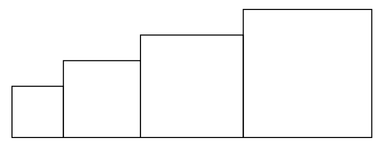
Bloc Carré



Information

L'instruction « s'orienter à 90 » signifie qu'on se dirige vers la droite.

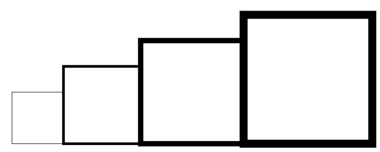
1. Il obtient le dessin ci-contre.



a. D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus petit carré dessiné ?

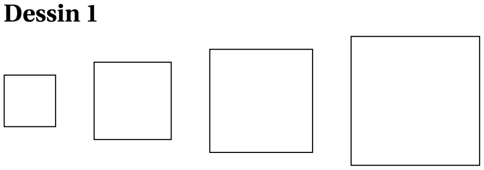
b. D'après le script principal, quelle est la longueur du côté du plus grand carré dessiné ?

2. Dans le script principal, où peut-on insérer l'instruction « ajouter 2 à la taille du stylo » de façon à obtenir le dessin ci-contre ?

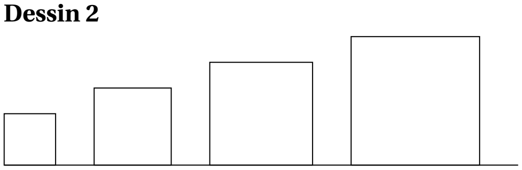


3. On modifie maintenant le script principal pour obtenir celui qui est présenté ci-contre :
Parmi les dessins ci-dessous, lequel obtient-on ?

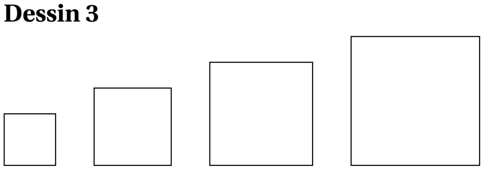
Dessin 1



Dessin 2

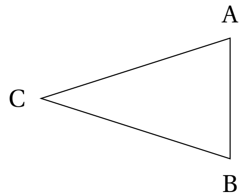
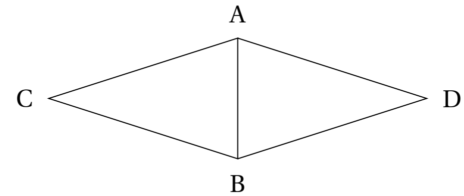


Dessin 3

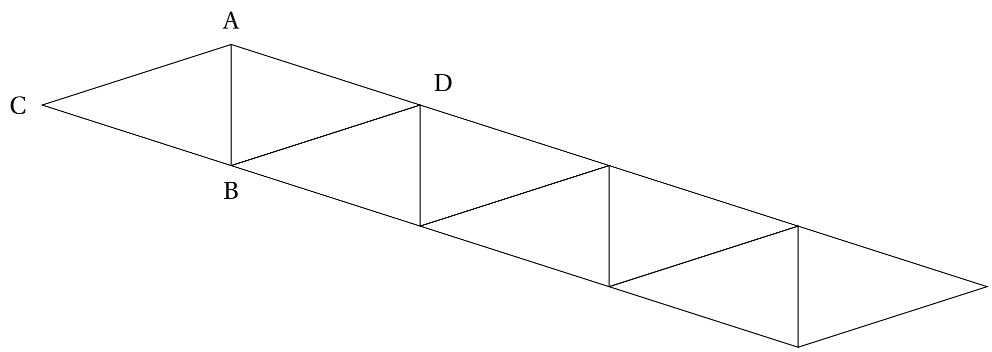


EXERCICE 5 **6 POINTS**

Gaspard travaille avec un logiciel de géométrie dynamique pour construire une frise.
Il a construit un triangle ABC isocèle en C (motif 1) puis il a obtenu le losange ACBD (motif 2).
Voici les captures d'écran de son travail.

Motif 1	**Motif 2**
	

1. Préciser une transformation permettant de compléter le motif 1 pour obtenir le motif 2.
2. Une fois le motif 2 construit, Gaspard a appliqué à plusieurs reprises une translation.
   Il obtient ainsi la frise ci-dessous.
   Préciser de quelle translation il s'agit.



EXERCICE 6 **16 POINTS**

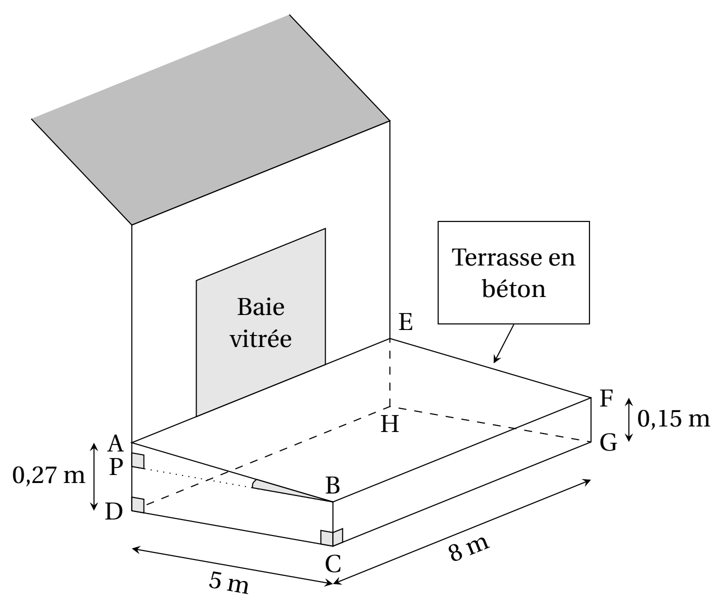
Madame Martin souhaite réaliser une terrasse en béton en face de sa baie vitrée.

Elle réalise le dessin ci-contre.

Pour faciliter l'écoulement des eaux de pluie, le sol de la terrasse doit être incliné.

La terrasse a la forme d'un prisme droit dont la base est le quadrilatère ABCD et la hauteur est le segment [CG].

P est le point du segment [AD] tel que BCDP est un rectangle.



1. L'angle $\widehat{ABP}$ doit mesurer entre 1° et 1,5°.
   Le projet de Madame Martin vérifie-t-il cette condition ?
2. Madame Martin souhaite se faire livrer le béton nécessaire à la réalisation de sa terrasse.
   Elle fait appel à une entreprise spécialisée.

   À l'aide des informations contenues dans le tableau de la page suivante, déterminer le montant de la facture établie par l'entreprise.

On rappelle que toute trace de recherche, même incomplète, pourra être prise en compte dans l'évaluation

Information 1

Distance entre l'entreprise et la maison de Madame Martin : 23 km

Information 2

Formule du volume d'un prisme droit

Volume d'un prisme droit = Aire de la base du prisme × hauteur du prisme

Information 3

Conditions tarifaires de l'entreprise spécialisée

- Prix du m^3 de béton : 95 €.
- Capacité maximale du camion-toupie : 6 m^3.
- Frais de livraison : 5 € par km parcouru par le camion-toupie.
- L'entreprise facture les distances aller et retour (entreprise / lieu de livraison) parcourues par le camion-toupie.

EXERCICE 7 **15 POINTS**

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

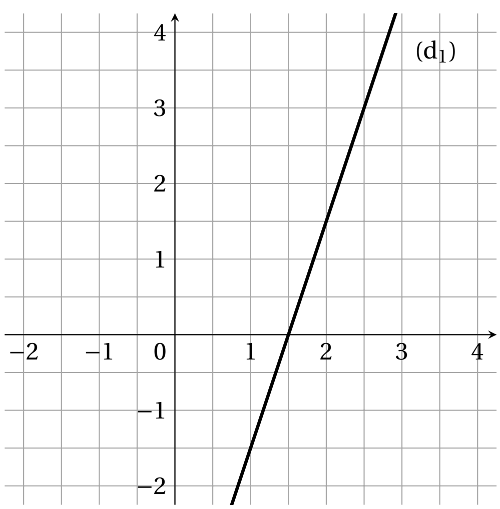
1. $A = 2x(x-1) - 4(x-1)$ Développer et réduire l'expression A.

2. Montrer que le nombre -5 est une solution de l'équation $(2x+1) \times (x-2) = 63$.

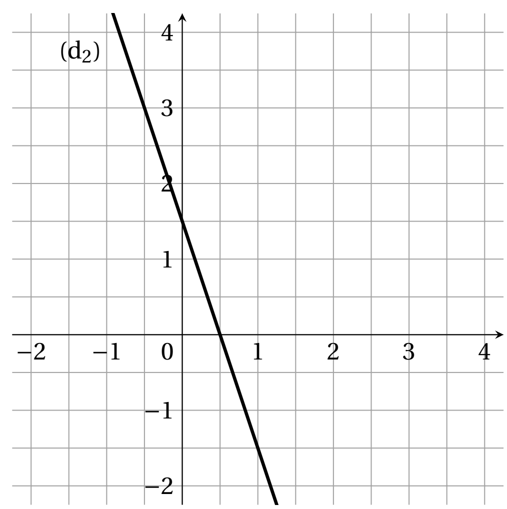
3. On considère la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1,5$.

a. Parmi les deux graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente la fonction f ?

b. Justifiez votre choix.



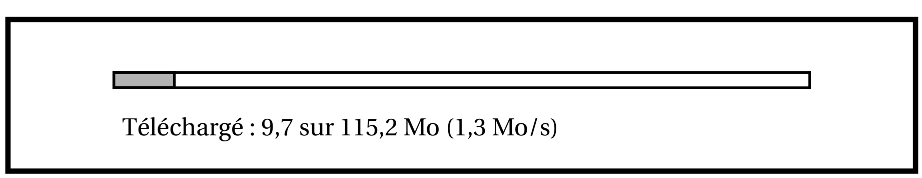
Graphique A



Graphique B

EXERCICE 8 **6 POINTS**

On considère la fenêtre de téléchargement ci-dessous.



Si la vitesse de téléchargement reste constante, faudra-t-il plus d'une minute et vingt-cinq secondes pour que le téléchargement se termine ?

Correction

Amérique du Nord - Juin 2018 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet!

Exercice 1 : les abonnés Internet

Connaissances :

— Lecture de tableau

— Tableur

— Pourcentage

1. $\boxed{\text{Il y en a 5,446 millions soit 5 446 000}}$

2. En 2016 il y a 22,238 millions d'abonnements à haut débit soit 22 238 000 et 5,446 millions, 5 446 000 abonnements à très haut débit. La somme des deux 22 238 000 + 5 446 000 = 27 684 000 abonnements.

En 2015 il y a 22,63 millions d'abonnements à haut débit soit 22 630 000 et 4,237 millions, 4 237 000 abonnements à très haut débit. La somme des deux 22 630 000 + 4 237 000 = 26 867 000 abonnements.

L'écart entre les deux années est 27 684 000 − 26 867 000 = 817 000

$\boxed{\text{L'écart entre les deux années est bien de 817 000 abonnements.}}$

3. $\boxed{\text{=SOMME(B2 :B3) ou =B2+B3}}$

4. En 2015 il y a 4 237 000 abonnements à très haut débit. Il faut en calculer les $5,6$ %.

$4\,237\,000 \times \dfrac{5,6}{100} = 237\,272$

$\boxed{\text{237 272 abonnements à haut débit utilisaient la fibre optique.}}$

Exercice 2 : le zig zag géométrique

Connaissances :

— Tracé de figures géométriques

— Théorème de Pythagore

— Théorème de Thalès

1. Il faut commencer par tracer le triangle ADE dont on connaît les trois mesures des côtés. On utilise pour cela le compas. On place F, B et C conformément aux distances indiquées. Puis on termine par la parallèle à (DE) passant par F. Elle coupe $[AE]$ en G.

2. Comparons $EA^2 + ED^2$ et AD^2

$EA^2 + ED^2 = 4,2^2 + 5,6^2 = 17,64 + 31,36 = 49$

$AD^2 = 7^2 = 49$

Comme $EA^2 + ED^2 = AD^2$ d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle EAD est rectangle en E

$\boxed{EAD \text{ est rectangle en } E}$

3. Dans le triangle ADE, $F \in [AD]$ et $G \in [AE]$, les droites (FG) et (DE) sont parallèles.

D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$$

$$\frac{2,5}{7} = \frac{AG}{4,2} = \frac{FG}{5,6}$$

Ainsi $FG = 5,6 \times 2,5 \div 7 = 2$

$\boxed{FG = 2\ cm}$

Exercice 3 : les boules numérotées dans deux urnes

Connaissances :

— Probabilités

1. Pour obtenir un nombre pair ou impair il suffit d'observer l'urne U. Celle-ci contient 4 boules, deux paires et deux impaires.

$\boxed{\text{Il y a donc autant de chance de tomber sur un nombre pair que sur un nombre impair.}}$

2.a Voici tous les nombres que l'on peut obtenir, il y en a $3 \times 4 = 12$
12, 13, 15, 16, 22, 23, 25 , 26 ,32, 33, 35 et 36.
Parmi ces nombres seuls 13 et 23 sont premiers.

$\boxed{\text{13 et 23}}$

2.b C'est une situation d'équiprobabilité. Il y a 12 nombres possibles dont 2 sont premiers.
La probabilité cherchée est donc $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est bien } \frac{1}{6}}$

3. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$
Il faut donc définir un événement correspondant à 4 nombres sur 12 dans cette expérience.
Voici quelques événements possibles :

— Obtenir un nombre inférieur à 20 ;

— Obtenir un nombre supérieur à 30 ;

— Obtenir un multiple de 4 ;

— ...

Exercice 4 : Scratch

Connaissances :

— Scratch

1.a Au départ la variable côté vaut 40.

$\boxed{\text{Le petit carré mesure 40 pixels.}}$

1.b Dans la boucle répéter 4 fois on ajoute 20 à chaque tour.
Le premier carré mesure 40 pixels, le second $40 + 20 = 60$, le troisième $60 + 20 = 80$ et le dernier $80 + 20 = 100$

$\boxed{\text{Le grand carré mesure 100 pixels.}}$

2. $\boxed{\text{Il faut placer ce bloc juste après la bloc avancer ou le bloc ajouter 20.}}$

3. Dans la fonction carré, on remarque que le stylo est en position d'écriture au départ puis levé à la fin. Donc il ne peut s'agir de la figure 2 où les figures sont liées (merci au relecteur de cette page, car je n'avais pas trouvé moi-même!)

Le dessin 1 montre que le carré suivant est tracé à partir d'une ordonnée plus basse que la précédente, or rien dans le programme ne demande un tracé en changeant l'ordonnée de départ, seul la variable côté est modifié.

$\boxed{\text{Il s'agit de la figure 3!}}$

Exercice 5 : les transformations

Connaissances :

— Symétrie axiale

— Translation

1. $\boxed{\text{La symétrie axiale d'axe } (AB)}$

2. $\boxed{\text{Il s'agit de la translation qui transforme } C \text{ en } B \text{ (ou } A \text{ en } D)}$

Exercice 6 : la terrasse en béton

Encore un exercice de maçonnerie! Les professeurs de maths sont les rois du béton!!

Connaissances :

— Trigonométrie;

— Tâche complexe;

— Volume du prisme.

1. Plaçons nous dans le triangle APB rectangle en P.
$AP = 0,27\ m - 0,15\ m = 0,12\ m$ et $PB = 5\ m$
Pour calculer l'angle $\widehat{ABP}$ calculons $tan\ \widehat{ABP} = \frac{AP}{PB} = \frac{0,12}{5} = 0,024$

À la calculatrice (l'inverse de tangente) on obtient : $\widehat{ABP} \approx 1,37^o$

$\boxed{\text{Oui, l'angle } \widehat{ABP} \text{ est compris entre } 1^o \text{ et } 1,5^o}$

2. Nous allons calculer le volume de béton de la terrasse.

La terrasse est un prisme droit de hauteur 5 m dont la base est un quadrilatère constitué d'un rectangle et d'un triangle rectangle.

L'aire du rectangle $PBCD$ mesure : $5\ m \times 0,15\ m = 0,75\ m^2$
L'aire du triangle rectangle APB mesure : $\frac{0,12\ m \times 5\ m}{2} = 0,3\ m^2$
Donc la base à une aire de : $0,75\ m^2 + 0,3\ m^2 = 1,05\ m^2$

Le volume de béton de la terrasse est donc $1,05\ m^2 \times 8\ m = 8,4\ m^3$

On constate donc qu'un camion toupie de 6 m^3 ne suffira pas. Il faudra faire deux voyages aller-retour.
Il y a 23 km entre l'entreprise et la maison, en comptant l'aller-retour cela fait 46 km. Il faut deux aller-retour soit 92 km

Prix du béton : $8,4 \times 95$ €= 798 €
Prix du trajet : 92×5 €= 460 €.

$\boxed{\text{Le prix total béton et livraison est 798 €+ 460 €=1 258 €.}}$

Exercice 7 : 3 question indépendantes!

Connaissances :

— Développer et distributivité ;
— Équation ;
— Fonction affine.

1. $A = 2x(x-1) - 4(x-1) = 2x^2 - 2x - 4x + 4 = 2x^2 - 6x + 4$

$\boxed{A = 2x^2 - 6x + 4}$

2. On a : $(2 \times -5 + 1)(-5 - 2) = (-10 + 1)(-7) = -9 \times -7 = 63$

$\boxed{-5 \text{ est bien une solution de } (2x+1)(x-2) = 63}$

3.ab $\boxed{\text{Il s'agit du graphique B}}$
Il suffit pour justifier de calculer les coordonnées d'un point.
Le plus simple est le point d'abscisse 0 qui correspond à l'ordonnée à l'origine. Ce point est $(0;1,5)$
Ou alors on remplace x par 1 et on obtient $-3 \times 1 + 1,5 = -3 + 1,5 = -1,5$.
Ce point est $(1;-1,5)$

Exercice 8 : la vitesse de téléchargement

Connaissances :
— Vitesse.

Il y a $115,2\ Mo$ à télécharger en tout, et $9,7\ Mo$ ont été téléchargé. Il reste donc $115,2\ Mo - 9,7\ Mo = 105,5\ Mo$

Le téléchargement se déroule à la vitesse de $1,3\ Mo/s$.
$105,5\ Mo \div 1,3\ Mo \approx 81$

Il reste donc $81\ s$ de téléchargement or $81\ s = 60\ s + 21\ s = 1\ min\ 21\ s$

$\boxed{\text{Il faudra donc moins d'une minute et vingt-cinq secondes pour finir !}}$