DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 7 pages numérotées de la **page 1 sur 5** à la **page 7 sur 7**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de 6 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	12 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	14 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	12 points
Exercice n° 7	18 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 **12 points**

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier vos réponses.

Affirmation 1

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.
Un élève affirme qu'il a deux chances sur trois d'obtenir un diviseur de 6.
A-t-il raison ?

Affirmation 2

On considère le nombre $a = 3^4 \times 7$.
Un élève affirme que le nombre $b = 2 \times 3^5 \times 7^2$ est un multiple du nombre a.
A-t-il raison ?

Affirmation 3

En 2016, le football féminin comptait en France 98 800 licenciées alors qu'il y en avait 76 000 en 2014.
Un journaliste affirme que le nombre de licenciées a augmenté de 30 % de 2014 à 2016.
A-t-il raison ?

Affirmation 4

Une personne A a acheté un pull et un pantalon de jogging dans un magasin.
Le pantalon de jogging coûtait 54 €. Dans ce magasin, une personne B a acheté le même pull en trois exemplaires ; elle a dépensé plus d'argent que la personne A.
La personne B affirme qu'un pull coûte 25 €.
A-t-elle raison ?

Exercice 2 **14 points**

Un amateur de football, après l'Euro 2016, décide de s'intéresser à l'historique des treize dernières rencontres entre la France et le Portugal, regroupées dans le tableau ci-dessous.
On rappelle la signification des résultats ci-dessous en commentant deux exemples :

- la rencontre du 3 mars 1973, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire du Portugal par 2 buts à 1 ;
- la rencontre du 8 mars 1978, qui s'est déroulée en France, a vu la victoire de la France par 2 buts à 0.

Rencontres de football opposant la France et le Portugal depuis 1973		
3 mars 1973	France - Portugal	1-2
26 avril 1975	France - Portugal	0-2
8 mars 1978	France - Portugal	2-0
16 février 1983	Portugal - France	0-3
23 juin 1984	France - Portugal	3-2
24 janvier 1996	France - Portugal	3-2
22 janvier 1997	Portugal - France	0-2
28 juin 2000	Portugal - France	1-2
25 avril 2001	France - Portugal	4-0
5 juillet 2006	Portugal - France	0-1
11 octobre 2014	France - Portugal	2-1
4 septembre 2015	Portugal - France	0-1
10 juillet 2016	France - Portugal	0-1

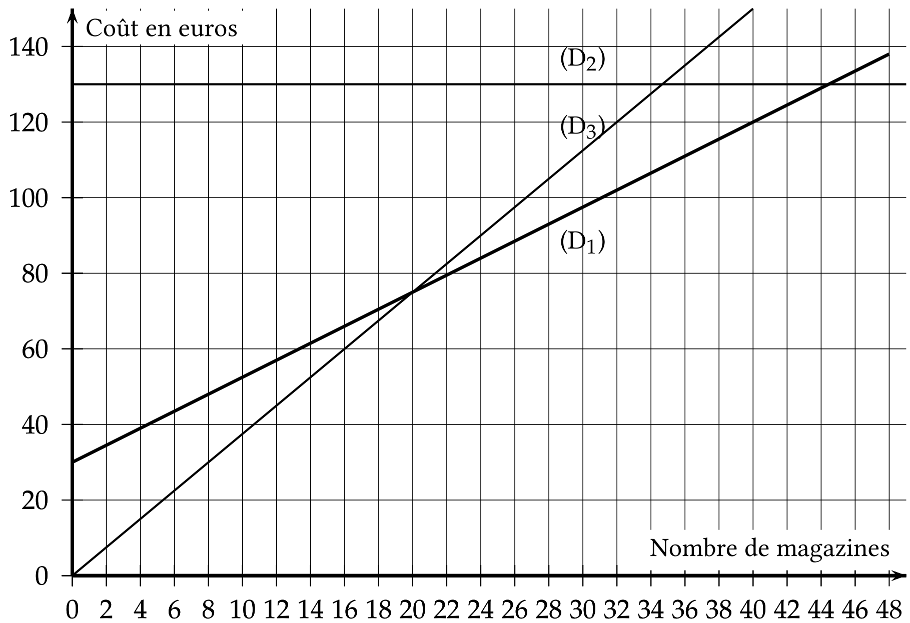
1. Depuis 1973, combien de fois la France a-t-elle gagné contre le Portugal ?
2. Calculer le pourcentage du nombre de victoires de la France contre le Portugal depuis 1973. Arrondir le résultat à l'unité de %.
3. Le 3 mars 1973, 3 buts ont été marqués au cours du match. Calculer le nombre moyen de buts par match sur l'ensemble des rencontres. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 3 **16 points**

Une personne s'intéresse à un magazine sportif qui parait une fois par semaine. Elle étudie plusieurs formules d'achat de ces magazines qui sont détaillées ci-après.

- Formule A - Prix du magazine à l'unité : 3,75 € ;
- Formule B - Abonnement pour l'année : 130 € ;
- Formule C - Forfait de 30 € pour l'année et 2,25 € par magazine.

On donne ci-dessous les représentations graphiques qui correspondent à ces trois formules.



1. Sur votre copie, recopier le contenu du cadre ci-dessous et relier par un trait chaque formule d'achat avec sa représentation graphique.

Formule A ×	×(D1)
Formule B ×	×(D2)
Formule C ×	×(D3)

2. En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes.
Les traits de construction devront apparaitre sur le graphique en ANNEXE qui est à rendre avec la copie.

a. En choisissant la formule A, quelle somme dépense-t-on pour acheter 16 magazines dans l'année ?

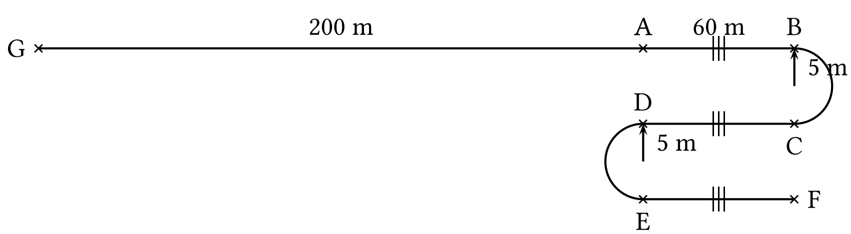
b. Avec 120 €, combien peut-on acheter de magazines au maximum dans une année avec la formule C ?

c. Si on décide de ne pas dépasser un budget de 100 € pour l'année, quelle est alors la formule qui permet d'acheter le plus grand nombre de magazines ?

3. Indiquer la formule la plus avantageuse selon le nombre de magazines achetés dans l'année.

Exercice 4 **14 points**

Un garçon et une fille pratiquent le roller. Ils décident de faire une course en empruntant deux parcours différents.
La fille, qui part du point F et arrive au point A, met 28,5 secondes.
Le garçon, qui part du point G et arrive aussi au point A, met 28 secondes.
Le dessin ci-après, qui n'est pas à l'échelle, représente les deux parcours ; celui de la fille comporte deux demi-cercles de 5 m de rayon.



1. Quel est le parcours le plus long ?

2. Qui se déplace le plus vite, le garçon ou la fille ?

On rappelle que si p est le périmètre d'un cercle de rayon r, alors $p = 2 \times \pi \times r$.

Exercice 5 **14 points**

Un collégien français et son correspondant anglais ont de nombreux centres d'intérêt communs comme le basket qu'ils pratiquent tous les deux.
Le tableau ci-dessous donne quelques informations sur leurs ballons.

Ballon du collégien français	Ballon du correspondant anglais
$A \approx 1\,950$ cm"	$D \approx 9{,}5$ inch
A désigne l'aire de la surface du ballon et r son rayon. On a $A = 4 \times \pi \times r^2$.	D désigne le diamètre du ballon. L'inch est une unité de longueur anglo-saxonne. On a 1 inch $= 2{,}54$ cm.

Pour qu'un ballon soit utilisé dans un match officiel, son diamètre doit être compris entre 23,8 cm et 24,8 cm.

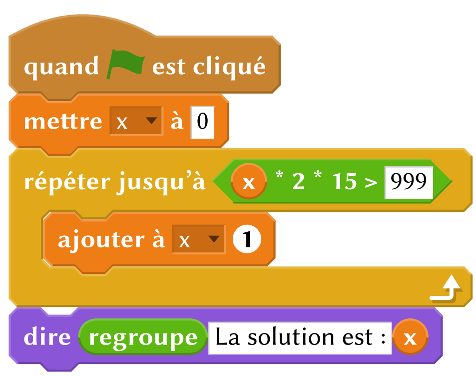
1. Le ballon du collégien français respecte-t-il cette norme ?
2. Le ballon du collégien anglais respecte-t-il cette norme ?

Exercice 6 **12 points**

Une personne pratique le vélo de piscine depuis plusieurs années dans un centre aquatique à raison de deux séances par semaine. Possédant une piscine depuis peu, elle envisage d'acheter un vélo de piscine pour pouvoir l'utiliser exclusivement chez elle et ainsi ne plus se rendre au centre aquatique.

- Prix de la séance au centre aquatique : 15 €.
- Prix d'achat d'un vélo de piscine pour une pratique à la maison : 999 €.

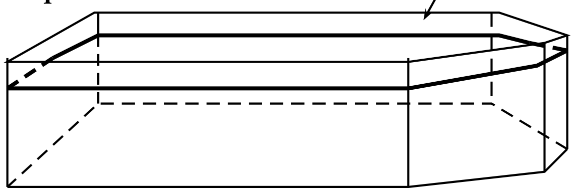
1. Montrer que 10 semaines de séances au centre aquatique lui coûtent 300 €.
2. Que représente la solution affichée par le programme ci-après ?



3. Combien de semaines faudrait-il pour que l'achat du vélo de piscine soit rentabilisé ?

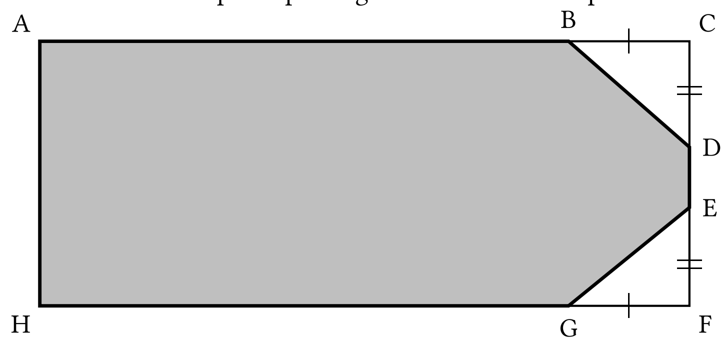
Exercice 7 **18 points**

1re partie



Une personne possède une piscine.
Elle veut coller une frise en carrelage au niveau de la ligne d'eau.

La piscine vue de haut, est représentée à l'échelle par la partie grisée du schéma ci-après.



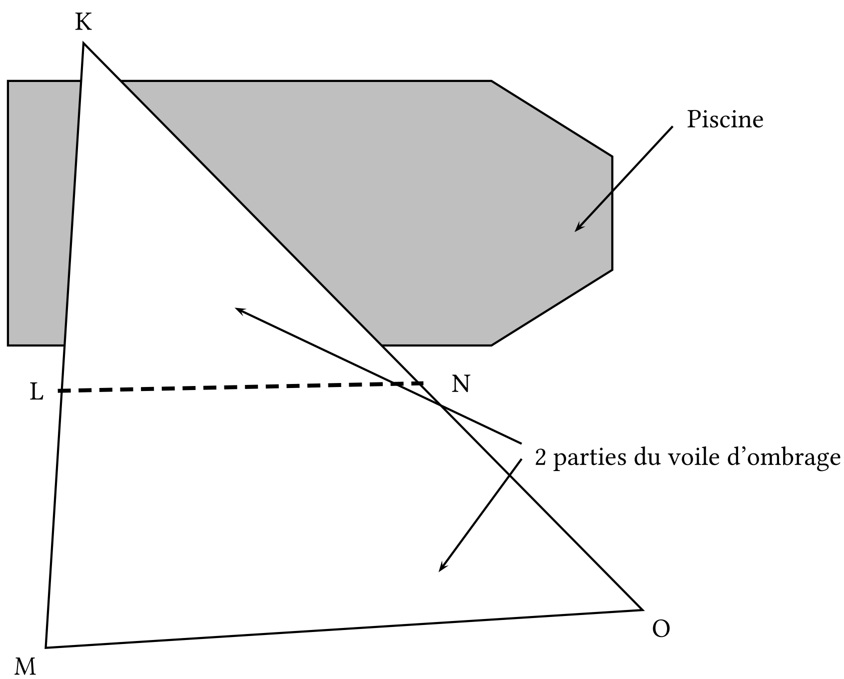
Données :

- le quadrilatère ACFH est un rectangle ;
- le point B est sur le côté [AC] et le point G est sur le côté [FH] ;
- les points D et E sont sur le côté [CF] ;
- AC $= 10$ m ; AH $= 4$ m ; BC = FG $= 2$ m ; CD = EF $= 1{,}5$ m.

Question :
Calculer la longueur de la frise.

2e partie

La personne décide d'installer, au-dessus de la piscine, une grande voile d'ombrage qui se compose de deux parties détachables reliées par une fermeture éclair comme le montre le schéma ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



Données :

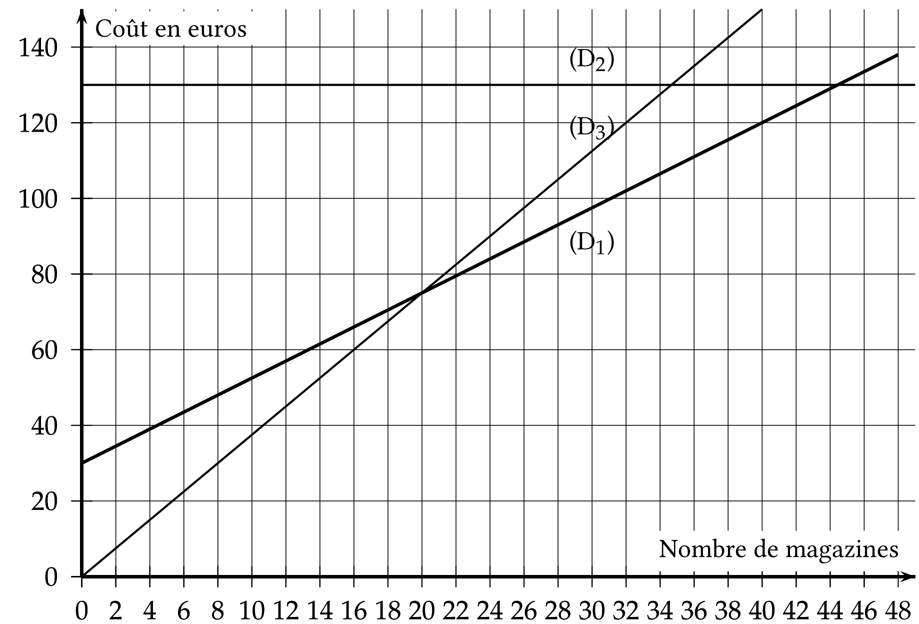
- la première partie couvrant une partie de la piscine est représentée par le triangle KLN ;
- la deuxième partie est représentée par le trapèze LMON de bases [LN] et [MO] ;
- la fermeture éclair est représentée par le segment [LN] ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, L et M, sont alignés ;
- les poteaux, soutenant la voile d'ombrage positionnés sur les points K, N et O, sont alignés ;
- KL $= 5$ m ; LM $= 3{,}5$ m ; NO $= 5{,}25$ m ; MO $= 10{,}2$ m.

Question :
Calculer la longueur de la fermeture éclair.

ANNEXE

À détacher du sujet et à joindre avec la copie

Exercice 3 question 2



Correction

Polynésie - Septembre 2018 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet !

Exercice 1 : quatre affirmations

Connaissances :
- Probabilités
- Puissances
- Arithmétique
- Pourcentage

Affirmation 1 Quand on lance un dé équilibré les issues sont équiprobables. Les diviseurs de 6 parmi les nombres écrits sur les faces du dé sont 1, 2 et 3.
Il y a donc 3 chances sur 6 soit 1 chance sur 2 d'obtenir un diviseur de 6.

$\boxed{\text{Affirmation 1 est fausse.}}$

Affirmation 2 On peut utiliser deux méthodes.
$a = 3^4 \times 7 = 567$ et $b = 2 \times 3^5 \times 7 = 3\,402$
Or $3\,402 \div 567 = 6$ d'où $b = 6 \times a$

Méthode plus experte :
$b = 2 \times 3^5 \times 7 = 2 \times 3^4 \times 3 \times 7 = 2 \times 3 \times 3^4 \times 7 = 6a$

$\boxed{b \text{ est un multiple de } a\text{, l'affirmation 2 est vraie.}}$

Affirmation 3 Une nouvelle fois il y a deux méthodes.
$98\,800 - 76\,000 = 22\,800$ or $76\,000 \times \dfrac{30}{100} = 22\,800$
C'est bien une augmentation de 30 %
On aurait également pu vérifier que $\dfrac{22\,800}{76\,000} = 0{,}30$.

Méthode plus experte :
$\dfrac{98\,800}{76\,000} = 1{,}30 = 1 + 0{,}30 = 1 + \dfrac{30}{100}$

$\boxed{\text{L'affirmation 3 est vraie.}}$

Affirmation 4 L'énoncé est un peu compliqué !
Si ce que dit B est vrai, alors A a dépensé 54 € +25 € = 79 €.
B par contre a dépensé 25 € ×3 = 75 €.

$\boxed{\text{B a donc tord !}}$
Dans cet exercice, il est impossible de déterminer le prix du pull ! !

Exercice 2 : l'Euro 2016

Connaissances :
- Lecture de tableau
- Moyenne

1. La France a gagné le 8 mars 1978, le 23 juin 1984, le 24 janvier 1996, le 25 avril 2001 et le 11 octobre 2014.

La France a gagné 5 fois contre le Portugal.

2. Sur les treize rencontres, la France a gagné 5 fois. $\dfrac{5}{13} \approx 0,384$.

La France a gagné dans 38 % des rencontres.

3. Si on reprend le nombre de but par match dans l'ordre chronologique, on obtient la série statistique suivante :

$$3\ ;\ 2\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 5\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ 1\ ;\ 3\ ;\ 1\ ;\ 1$$

La moyenne du nombre de buts est : $\dfrac{3+2+2+3+5+5+2+3+4+1+3+1+1}{13} = \dfrac{35}{13} \approx 2,69$

La moyenne du nombre de buts par match est 2,7.

Exercice 3 : le magazine sportif

Connaissances :
- Fonctions
- Fonction linéaire
- Fonction affine
- Lecture graphique
- Équation

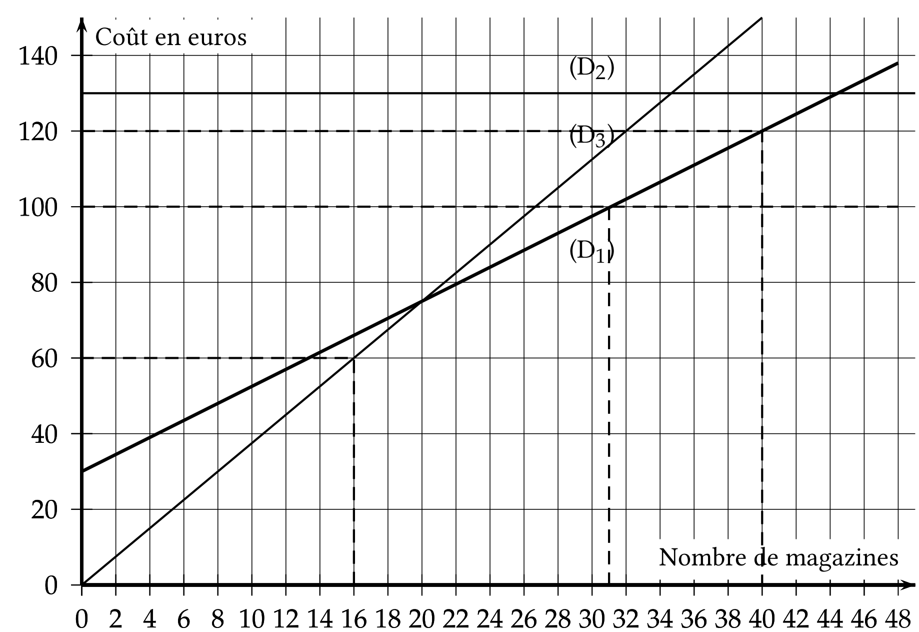
1. La formule A correspond à une fonction du type $f(x) = 3,75x$. C'est une fonction linéaire. Sa représentation est donc une droite qui passe par l'origine. On peut aussi se dire que le prix de l'abonnement est proportionnel au nombres de magazines reçu.
La représentation graphique de la formule A est donc la droite (D_3).

La formule B correspond à une fonction du type $g(x) = 130$. C'est une fonction constante. Sa représentation graphique est donc une droite horizontale qui passe par les points d'ordonnées 130.
La représentation graphique de la formule B est donc la droite (D_2)

La formule C correspond à une fonction du type $h(x) = 2,25x + 30$. C'est une fonction affine. Sa représentation graphique est donc une droite. Pour $x = 0$ $h(x) = 30$. Cette droite doit passer par le point d'abscisse 0 et d'ordonnée 30.
La représentation graphique de la formule C est donc bien la droite restante (D_1).

On pouvait aussi choisir un nombre de magazines et vérifier sur le graphique les valeurs obtenues pour chaque formule. En prenant O magazine, on arrive assez vite au résultat ci-dessus.

2.



2.a $\boxed{\text{Pour 16 magazines avec la formule A on paye 60 €.}}$

2.b $\boxed{\text{Pour 120 €on peut avoir 40 magazines avec la formule C.}}$

2.c $\boxed{\text{Si on ne veut pas dépasser 100 €il faut prendre la formule C qui permet d'avoir 31 magazines.}}$

3. Graphiquement on observe que la formule A est la plus rentable jusqu'à ce qu'elle soit égale à la formule C. Ensuite la formule C est avantageuse jusqu'à ce qu'elle atteigne le prix de 130 €.
Nous allons résoudre les équations qui correspondent aux abscisses des intersections des droites.

(D_1) et (D_3) se rencontrent quand les formules A et C sont égales.

$$\begin{aligned} 3{,}75x &= 2{,}25x + 30 \\ 3{,}75x - 2{,}25x &= 30 \\ 1{,}5x &= 30 \\ x &= \frac{30}{1{,}5} \\ x &= 20 \end{aligned}$$

De plus pour $x = 20$ on a $3{,}75 \times 20 = 75$

(D_3) et (D_2) se rencontrent quand les formules C et B sont égales.

$$\begin{aligned} 2{,}25x + 30 &= 130 \\ 2{,}25x &= 130 - 30 \\ 2{,}25x &= 100 \\ x &= \frac{100}{2{,}25} \\ x &\approx 44{,}44 \end{aligned}$$

Bilan : il faut choisir la formule A entre 0 et 20 magazines. Entre 21 et 44 magazines la formule C est plus rentable. À partir de 45 magazines il faut privilégier la formule B.

Exercice 4 : le roller

Connaissances :
- Longueur
- Périmètre
- Vitesse

1. Le parcours du garçon ne pose aucun problème : il mesure 200 m.
Le parcours de la fille est constitué de deux demi-cercle de rayon 5 m, soit un cercle entier, et de trois portions rectilignes de 60 m.
Le parcours pour les filles mesure donc : $2\pi \times 5\ m + 3 \times 60\ m = (10\pi + 180)\ m \approx 211{,}4\ m$.

$\boxed{\text{Le parcours de la fille est le plus long.}}$

2. On peut calculer la vitesse chacun en mètre par seconde.
Pour le garçon : $200\ m \div 28\ s \approx 7{,}14\ m/s$
Pour la fille : $211{,}4\ m \div 28{,}5\ s \approx 7{,}41 m/s$

$\boxed{\text{La fille est plus rapide que le garçon.}}$

Exercice 5 : les ballons de basket

Connaissances :
- Périmètre
- Théorème de Pythagore

— Théorème de Thalès

1. Pour le ballon français de rayon r on sait que :

$$4\pi r^2 = 1\,950$$
$$r^2 = \frac{1\,950}{4\pi}$$

Comme r 0 on a :

$$r = \sqrt{\frac{1\,950}{4\pi}}$$
$$r \approx 12{,}46$$

Le ballon du collégien français a un diamètre d'environ $2 \times 12{,}46\ cm = 24{,}92\ cm$

Le ballon du collégien français n'est pas conforme.

2. Le ballon anglais a un diamètre $D \approx 9{,}5\ inch$ et $1\ inch = 2{,}54\ cm$.
$D \approx 9{,}5 \times 2{,}54\ cm \approx 24{,}13\ cm$

Le ballon anglais est conforme.

Exercice 6 : Scratch et le vélo de piscine

Connaissances :
- Scratch
- Programme de calcul
- Inéquation

1. Cette personne veut faire deux séances par semaine.
$2 \times 10 \times 15$ € $= 300$ €.

10 semaines coûtent bien 300 €.

2. Ce programme utilise une variable x qui correspond au nombre de semaines. Il commence à 0 semaine et ajoute 1 tant que le prix est inférieur à 999 €. Le programme affiche le dernier x obtenu.

Ce programme donne le nombre de semaines pour que l'achat du vélo soit rentabilisé.

3. Nous allons résoudre le problème résolu par Scratch à la question **2.**. Soit donc à résoudre l'inéquation :

$$2 \times x \times 15 \;\; 999$$
$$30x \;\; 999$$
$$x \;\; \frac{999}{30}$$
$$x \;\; 33{,}3$$

L'achat du vélo est rentabilisé à partir de 34 semaines.

Exercice 7 : Le carrelage et la piscine

Connaissances :
- Scratch
- Programme de calcul
- Inéquation

1er partie
On connaît déjà certaines longueurs : $AB = AC - BC = 10\ m - 2\ m = 8\ m$ de même $HG = 8\ m$.
$AH = 4\ m$. $DE = AH - CD - EF = 4\ m - 1{,}5\ m - 1{,}5\ m = 1\ m$.
Reste à calculer EG et BD.
Les triangles BDC et EGF sont rectangles et superposables. Ainsi $BD = EG$.

Dans le triangle BDC rectangle en C (car ACFH est un rectangle), d'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$CB^2 + CD^2 = BD^2$$
$$2^2 + 1{,}5^2 = BD^2$$
$$4 + 2{,}25 = BD^2$$
$$BD^2 = 6{,}25$$
$$BD = \sqrt{6{,}25}$$
$$BD = 2{,}5$$

Calculons la longueur de la frise : $AB + BD + DE + EG + GH + HA = 8\ m + 2{,}5\ m + 1\ m + 2{,}5\ m + 8\ m + 4\ m = 26\ m$

$\boxed{\text{La frise mesure } 26\ m.}$

2nd partie
$LMON$ est un trapèze, les droites (LN) et (MO) sont donc parallèles.

Dans le triangle KMO, les droites (LN) et (MO) sont parallèles.
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{KL}{KM} = \frac{KN}{KO} = \frac{LN}{MO}$$
$$\frac{5}{5+3{,}5} = \frac{KN}{KN+5{,}25} = \frac{LN}{10{,}2}$$
$$\frac{5}{8{,}5} = \frac{LN}{10{,}2}$$

On en déduit que $LN = \dfrac{5 \times 10{,}2}{8{,}5} = 6$

$\boxed{\text{La fermeture éclair mesure } 6\ m.}$