DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de la **page 1 sur 7** à la **page 7 sur 7**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de 7 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n^{o} 1	20 points
Exercice n^{o} 2	11 points
Exercice n^{o} 3	13 points
Exercice n^{o} 4	17 points
Exercice n^{o} 5	15 points
Exercice n^{o} 6	12 points
Exercice n^{o} 7	12 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1 **20 points**

Partie 1

On s'intéresse à une course réalisée au début de l'année 2018. Il y a 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.
Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32. Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.
Il existe donc un dossard n° 1 rouge pour une femme, et un dossard n° 1 vert pour un homme, et ainsi de suite ...

1. Quel est le pourcentage de femmes participant à la course ?

2. Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation.

  a. Soit l'évènement V : « Le dossard est vert ». Quelle est la probabilité de l'évènement V ?

  b. Soit l'évènement M : « Le numéro du dossard est un multiple de 10 ». Quelle est la probabilité de l'évènement M ?

  c. L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. Quelle est alors la probabilité qu'il appartienne à une femme ?

Partie 2

À l'issue de la course, le classement est affiché ci-contre.

On s'intéresse aux années de naissance des 20 premiers coureurs.

	A	B
1	Classement	Année de naissance
2	1	1983
3	2	1972
4	3	1966
5	4	2003
6	5	1986
7	6	1972
8	7	1979
9	8	1997
10	9	1959
11	10	1981
12	11	1970
13	12	1989
14	13	1988
15	14	1959
16	15	1993
17	16	1974
18	17	1960
19	18	1998
20	19	1969
21	20	2002
22		
23	moyenne	1980

1. On a rangé les années de naissance des coureurs dans l'ordre croissant :

1959	1959	1960	1966	1969
1970	1972	1972	1974	1979
1981	1983	1986	1988	1989
1993	1997	1998	2002	2003

Donner la médiane de la série.

2. La moyenne de la série a été calculée dans la cellule B23.

Quelle formule a été saisie dans la cellule B23 ?

3. Astrid remarque que la moyenne et la médiane de cette série sont égales.

Est-ce le cas pour n'importe quelle autre série statistique ?

Expliquer votre réponse.

Exercice 2 **11 points**

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$. Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?

2. **a.** Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.

  b. Quels sont ses diviseurs premiers ?

3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

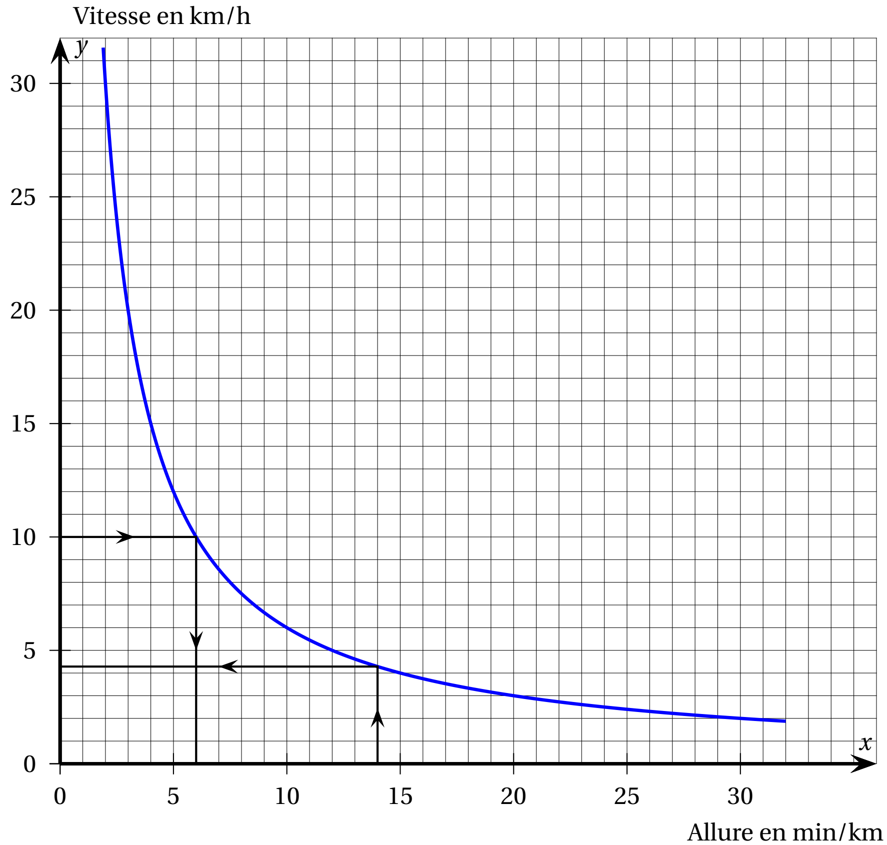
Exercice 3 **13 points**

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraineur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-contre.
L'**allure** moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

Entrainement course à pied		
10,5 km Distance	**1 h 03 min** Durée	**6 min/km** Allure moyenne
851 Calories	**35 m** Gain altitude	

1. Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.
2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \dfrac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.
   Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).
   a. La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.
   b. Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km.
   Calculer l'image de 5 par f. Que représente le résultat obtenu ?
3. Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous :
   a. Donner un antécédent de 10 par la fonction f.
   b. Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



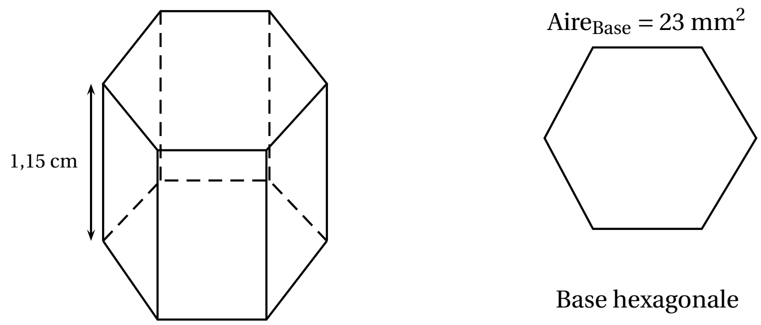
Exercice 4 **17 points**

Les abeilles ouvrières font des allers-retours entre les fleurs et la ruche pour transporter le nectar et le pollen des fleurs qu'elles stockent dans la ruche.

1. Une abeille a une masse moyenne de 100 mg et rapporte en moyenne 80 mg de charge (nectar, pollen) à chaque voyage. Un homme a une masse de 75 kg. S'il se chargeait proportionnellement à sa masse, comme une abeille, quelle masse cet homme transporterait-il ?
2. Quand elles rentrent à la ruche, les abeilles déposent le nectar récolté dans des alvéoles.

   On considère que ces alvéoles ont la forme d'un prisme de $1,15$ cm de hauteur et dont la base est un hexagone d'aire 23 mm^2 environ, voir la figure ci-dessous.

   a. Vérifier que le volume d'une alvéole de ruche est égal à $264,5$ mm^3.

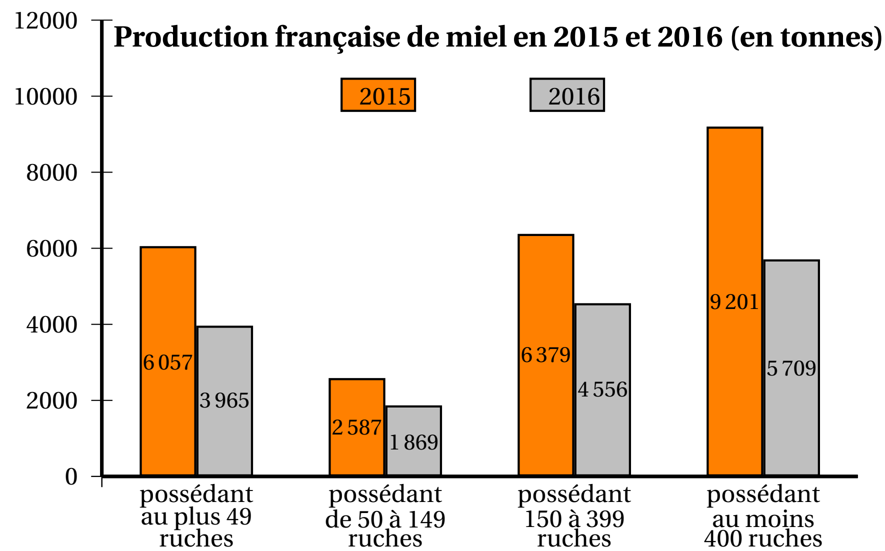


Le volume d'un prisme est donné par la formule : $V_{prisme} = Aire_{Base} \times Hauteur$

   b. L'abeille stocke le nectar dans son jabot. Le jabot est une petite poche sous l'abdomen d'un volume de 6×10^{-5} litre. Combien de sorties au minimum l'abeille doit-elle faire pour remplir une alvéole ?

   (rappel : 1 dm^3 = 1 litre)

3. Le graphique ci-dessous présente la production française de miel en 2015 et 2016.



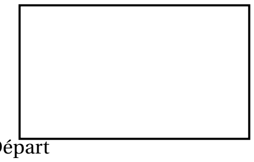
Source : Observatoire de la production de miel et gelée royale FranceAgriMer 2017

   a. Calculer la quantité totale de miel (en tonnes) récoltée en 2016.

   b. Sachant que la quantité totale de miel récoltée en 2015 est de 24 224 tonnes, calculer le pourcentage de baisse de la récolte de miel entre 2015 et 2016.

Exercice 5 **15 points**

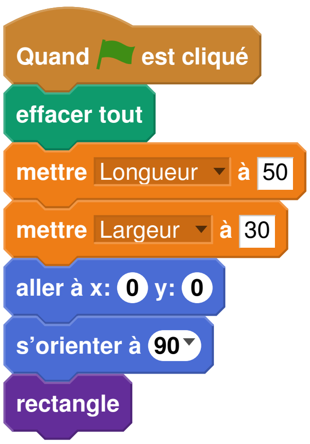
Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre. Ce programme comporte deux variables (Longueur) et (Largeur) qui représentent les dimensions du rectangle.



Départ

On rappelle que l'instruction s'orienter à 90 degrés signifie que l'on s'oriente vers la droite.

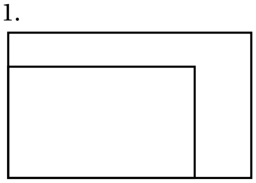
Script



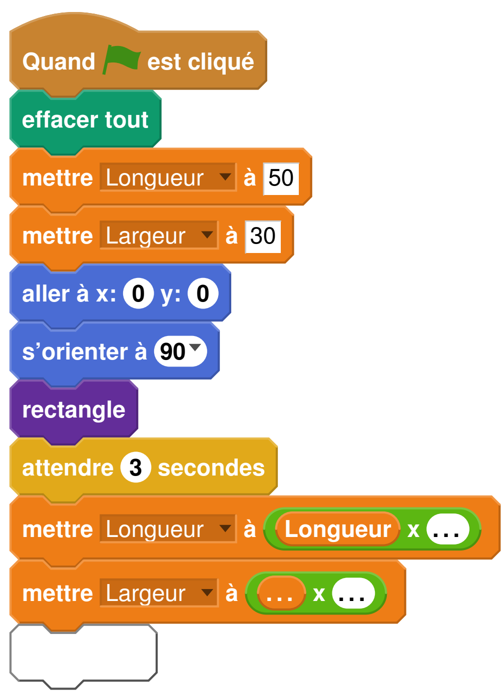
bloc rectangle

1. Compléter le bloc rectangle ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne. On recopiera et on complétera uniquement la boucle répéter sur sa copie.
2. Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté ?
3. Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées (0 ; 0) et de rapport 1,3.

   a. Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complètera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11.

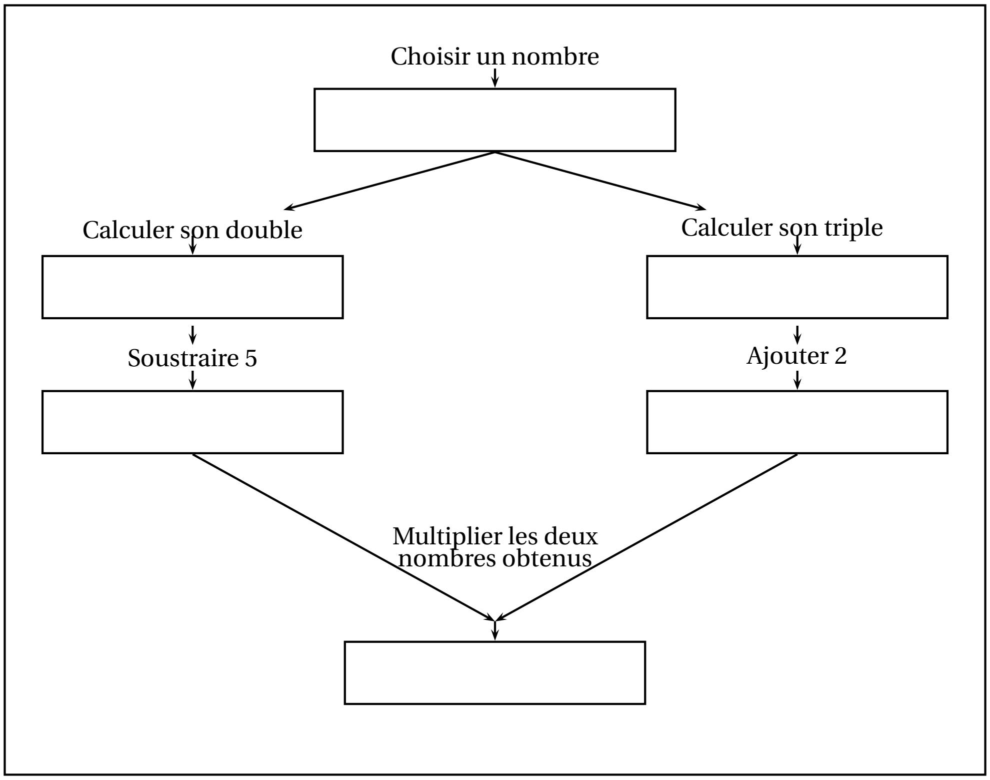
   Départ

   b. Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables Longueur et Largeur à la fin de l'exécution du script ?

Exercice 6 **12 points**

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15.
2. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier. $A = \left(x^2 - 5\right) \times (3x + 2)$ $B = (2x - 5) \times (3x + 2)$
3. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x.

   L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 7 **12 points**

Pour la course à pied en montagne, certains sportifs mesurent leur performance par la **vitesse ascensionnelle**, notée V_a.

V_a est le quotient du dénivelé de la course, exprimé en mètres, par la durée, exprimée en heure.

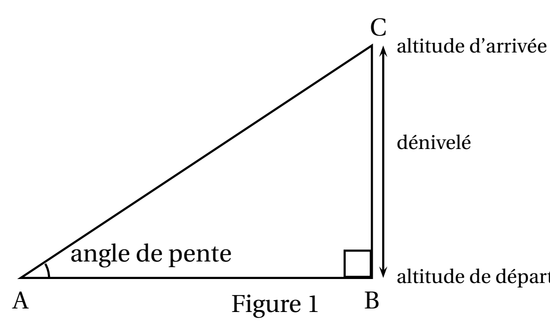


Figure 1

Par exemple : pour un dénivelé de 4 500 m et une durée de parcours de 3 h : $V_a = 1\,500$ m/h.
Rappel : le dénivelé de la course est la différence entre l'altitude à l'arrivée et l'altitude au départ.

Un coureur de haut niveau souhaite atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1 400 m/h lors de sa prochaine course.

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

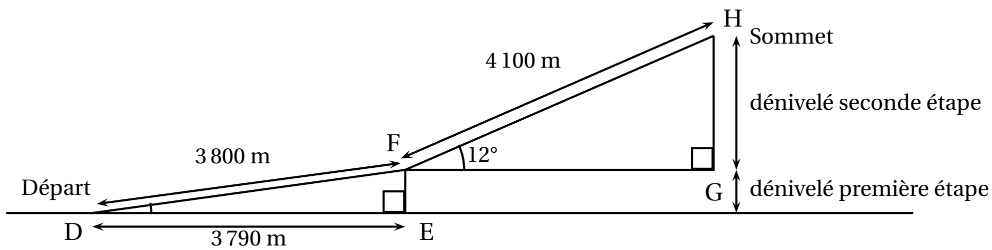


Figure 2

Le parcours se décompose en deux étapes (voir figure 2) :

- Première étape de 3 800 m pour un déplacement horizontal de 3 790 m.
- Seconde étape de 4,1 km avec un angle de pente d'environ 12°.

1. Vérifier que le dénivelé de la première étape est environ 275,5 m.

2. Quel est le dénivelé de la seconde étape ?

3. Depuis le départ, le coureur met 48 minutes pour arriver au sommet. Le coureur atteint-il son objectif ?

Correction

France - Septembre 2018 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet!

Exercice 1 : les dossards rouges et verts

Connaissances :

— Pourcentages
— Probabilités
— Statistiques
— Moyenne, médiane
— Dispersion

Partie 1

1. Il y a 32 femmes sur 80 participants. La fréquence de femmes dans cette course est $\frac{32}{80} = 0,40$ soit 40 %.

$\boxed{\text{40 \% des participants à cette course sont des femmes.}}$

2.a Il y a 48 dossards verts sur les 80. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité, toutes les issues ont la même probabilité.

$\boxed{\text{La probabilité que le dossard soit vert est } \frac{48}{80} = 0}$

2.b Les dossards rouges multiples de 10 sont 10, 20 et 30. Les dossards verts multiples de 10 sont 10, 20, 30 et40.
Il y a donc 7 issues qui réalisent l'événement M sur 80 issues possibles.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement } M \text{ est } \frac{7}{80} = 0,0875 \text{ soit } 8,75 \text{ \%.}}$

2.c Il y a 7 dossards multiples de 10. 3 de ces dossard appartiennent à des femmes.

$\boxed{\text{La probabilité de l'événement considéré est } \frac{3}{7} \approx 0,4286 \text{ soit } 42,86 \text{ \%.}}$

Partie 2

1. Il y a 20 participants dont on examine les années de naissance. La médiane se situe donc entre la dixième et onzième valeurs de cette série.
La dixième valeur est 1979, la onzième est 1981.
Nous sommes dans une situation où l'effectif est pair. Toutes valeurs comprises entre 1979 et 1981 est une médiane de la série. On prend en général la moyenne arithmétique de 1979 et 1981. Le débat entre professeur de mathématiques est de savoir si la médiane est une valeur de la série statistique, ici une année de naissance. Par chance ici la moyenne de 1979 et 1981 est 1980 : une date possible de naissance, mais pas une valeur de la série. Je considère pour ma part que la médiane d'une série discrète est un valeur de la série, il y a donc deux réponses possibles 1979 et 1981. La moyenne arithmétique 1981 est certainement le résultat attendu ici. Mais dans ce cas tout nombre réel de l'intervalle $[1979; 1981]$ *est aussi une médiane.*

$\boxed{\text{La médiane de cette série est 1981.}}$

2. $\boxed{= (B2+B3+B4+B5+B6+B7+B8+B9+B10+B11+B12+B13+B14+B15+B16+B17+B18+B19+B20+B21)/20}$

Les expressions $= SOMME(B2:B21)/20$ *et pourquoi pas* $= MOYENNE(B2:B21)$ *sont acceptées. Mais la connaissance des fonctions sophistiquées du tableur ne sont pas au programme.*

3. $\boxed{\text{En général la moyenne et la médiane d'une série statistique ne sont pas égales.}}$

La médiane montre la dispersion des données de la série statistique.
Il suffit de modifier quelques valeurs de la série pour changer la médiane sans modifier la moyenne.
Par exemple remplaçons 1979, 1981 et 1983 par 1986, 1986 et 1986. La médiane passe alors à 1986. Pour maintenir la même moyenne il suffit d'enleer 15 unités aux autres valeurs sans changer l'ordre. Par exemple en modifiant un des 1959 en 1944. Ainsi la moyenne reste à 1980 et la médiane monte à 1986.

Exercice 2 : arithmétique.

Connaissances :

- Arithmétique
- Décomposition en facteurs premiers

1. $\boxed{\text{Les nombres 2, 3 et 7 sont les diviseurs premiers de 588.}}$

2.a On peut utiliser deux méthodes.

27 000 000	2
13 500 000	2
6 750 000	2
3 375 000	2
1 687 500	2
843 750	2
421 875	3
140 625	3
46 875	3
15 625	5
3 125	5
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

Une méthode plus experte.

$27\,000\,000 = 27 \times 1\,000\,000$
$27\,000\,000 = 3^3 \times 10^6$
$27\,000\,000 = 3^3 \times (2 \times 5)^6$
$27\,000\,000 = 2^6 \times 3^3 \times 5^6$

$\boxed{27\,000\,000 = 2^6 \times 3^6 \times 5^6}$

Ouf!!
Donc $27\,000\,000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$
$27\,000\,000 = 2^6 \times 3^3 \times 5^6$

2.b $\boxed{\text{Les diviseurs premiers de 27 000 000 sont 2, 3 et 5.}}$

3. Voici le début de la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11...
Nous souhaitons que notre nombre soit impair : il ne doit pas être divisible par 2.
Il doit être le plus petit possible et être divisible par des nombres premiers différents.

$\boxed{\text{Le nombre } 3 \times 5 \times 7 = 105 \text{ est le nombre cherché.}}$

Exercice 3 : bilan de l'entraînement.

Connaissances :

- Vitesse
- Fonction, image, antécédent
- Fonction linéaire
- Lecture graphique

1. Son allure est de 6 min/km c'est à dire qu'il parcoure 1 km en 6 min.
Comme 6 $min \times 10 = 60$ min on en déduit que sa vitesse est 1 $km \times 10 = 10$ km en une heure.

Sa vitesse est 10 km/h**.**

Dans le cas général on aurait pu revenir à l'unité, c'est à dire à la distance parcourue en 1 min. 1 $km \div 6$. Puis on multiplie par 60.

2.a $f(x) = \dfrac{60}{x}$

$\boxed{\text{Ce n'est pas une fonction linéaire : elle n'est pas sous la forme } ax.}$

2.b $f(5) = \dfrac{60}{5} = 12$

$\boxed{\text{Une allure de 5 } min \text{ au kilomètre correspond à une vitesse de 12 } km/h.}$

3.a $\boxed{\text{Un antécédent de 10 par } f \text{ est 6.}}$

3.b $\boxed{\text{Sa vitesse est d'environ } 4{,}3\ km/h.}$

On peut vérifier en calculant $f(14) = \dfrac{60}{14} \approx 4{,}28$

Exercice 4 : les abeilles.

Connaissances :

- Proportionnalité
- Unités de volume
- Volume
- Pourcentage

1. Le quotient charge transporté par rapport à la masse de l'abeille est $\dfrac{80\ mg}{100\ mg} = 0{,}80$.
Une abeille peut donc transporter 80 % de sa masse.

$75\ kg \times \dfrac{80}{100} = 60\ kg$

$\boxed{\text{Un homme de 75 } kg \text{ pourrait transporter 60 } kg.}$

On pouvait aussi construire un tableau de proportionnalité :

	Abeille	Homme
Masse	100 mg	75 kg
Masse transportée	80 mg	$75\ kg \times 80\ mg \div 100\ mg = 60\ kg$

2.a $V_prisme = 23\ mm^2 \times 1{,}15\ cm = 23\ mm^2 \times 11{,}5\ mm = 264{,}5\ mm^3$

$\boxed{\text{Le volume d'une alvéole est bien de } 264{,}5\ mm^3.}$

2.b Le jabot contient $6 \times 10^{-5}\ L = 6 \times 10^{-5}\ dm^3$.
On sait que $1\ dm^3 = 1\ 000\ cm^3 = 1\ 000\ 000\ mm^3 = 10^6\ mm^3$.
Ainsi le jabot contient $6 \times 10^{-5} \times 10^6\ mm^3 = 6 \times 10^1\ mm^3 = 60\ mm^3$.

On pouvait aussi faire le calcul en décimal :
$6 \times 10^{-5}\ L = 0,000\ 06\ L$ et $0,000\ 06\ L = 0,000\ 06 \times 1\ 000\ 000\ mm^3 = 60\ mm^3$

Comme une alvéole contient $264,5\ mm^3$. $264,5\ mm^3 \div 60\ mm^3 \approx 4,41$.

L'abeille doit faire au minimum 5 sorties pour remplir une alvéole.

3.a En 2016 la production totale est : $3\ 965\ t + 1\ 869\ t + 4\ 556\ t + 5\ 709\ t = 16\ 099\ t$.

3.b On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

En 2015	$24\ 224\ t$	$100\ \%$
En 2016	$16\ 099\ t$	$\dfrac{16\ 099}{24\ 224} \times 100 \approx 66,46\ \%$

La baisse a donc été de $100\ \% - 66,46\ \% = 33,54\ \%$

On pouvait aussi calculer la fréquence $\dfrac{16\ 099}{24\ 224} \approx 0,6646$.

On pouvait enfin chercher le coefficient de réduction en posant :

$$24\ 224 \times k = 16\ 099$$
$$k = \frac{16\ 099}{24\ 224}$$

La pourcentage de baisse est de $33,54\ \%$.

Exercice 5 : Scratch

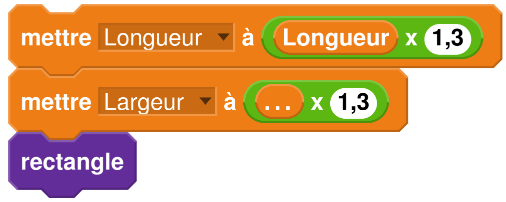
Connaissances :

— Scratch
— Rectangle
— Homothétie

1.

2. Les coordonnées du point d'arrivée sont (0;0) et l'orientation est de 90 °.

3.a



3.b $\boxed{Longueur = 50 \times 1{,}3 = 65 \text{ et } Largeur = 30 \times 1{,}3 = 39}$

Exercice 6 : Organigramme de calcul

Connaissances :

- Programme de calcul
- Calcul littéral

1. Le double de 1 est 2 puis $2-5=-3$.
Le triple de 1 est 3 puis $3+2=5$.
Enfin $-3\times 5=-15$.

$\boxed{\text{En partant de 1 on arrive à } -15.}$

2. En partant de x
Le double de x est $2x$ puis $2x-5$.
Le triple de x est $3x$ puis $3x+2$.
Enfin $(2x-5)(3x+2)$.

$\boxed{\text{C'est l'expression } B=(2x-5)(3x+2).}$

3. Développons et réduisons les deux expressions :

$B=(2x-5)(3x+2)$

$B=6x^2+4x-15x-10$

$B=6x^2-11x-10$

$D=(3x+2)^2-(x+7)(3x+2)$
$D=(3x+2)(3x+2)-(x+7)(3x+2)$
$D=9x^2+6x+6x+4-(3x^2+2x+21x+14)$
$D=9x^2+6x+6x+4-3x^2-2x-21x-14$
$D=6x^2-11x-10$

On pouvait aussi factoriser D
$D=(3x+2)(3x+2)-(x+7)(3x+2)$
$D=(3x+2)\left[(3x+2)-(x+7)\right]$
$D=(3x+2)(3x+2-x-7)$
$D=(3x+2)(2x-4)$

$\boxed{\text{L'affirmation de Lily est vraie.}}$

Exercice 7 : Organigramme de calcul

Connaissances :

- Théorème de Pythagore
- Trigonométrie

1. Dans le triangle FDE rectangle en E, d'après le **théorème de Pythagore** :

$$EF^2+ED^2=FD^2$$

$$EF^2+3\,790^2=3\,800^2$$

$$EF^2=3\,800^2-3\,790^2$$

$$EF^2=14\,440\,000-14\,364\,100$$

$$EF^2=75\,900$$

$$EF = \sqrt{75\ 900}$$

$$EF \approx 275,5$$

$\boxed{\text{Le dénivelé lors de la première étape est d'environ } 275,5\ m.}$

2. Dans le triangle DGH rectangle en G
$\sin 12° = \dfrac{HG}{4\ 100}$
$HG = 4\ 100 \times \sin 12° \approx 852,4$

$\boxed{\text{Le dénivellé lors de la seconde étape est d'environ } 852,4\ m.}$

3. Le dénivellé total sur le parcours est de $275,5\ m + 852,4\ m = 1\ 127,9\ m$

Il parcoure $1\ 127\ m$ de dénivellé en $48\ min$.
On peut revenir à l'unité : $1\ 127\ m \div 48 \approx 23,48\ m$
Puis $(1\ 127\ m \div 48) \times 60 = 1408,75\ m$

$\boxed{\text{Sa vitesse ascentionnelle est de } 1408,75\ m/h \text{ : il a atteint son obtectif!}}$