

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2018

MATHÉMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2h00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 7 pages numérotées de la **page 1 sur 7** à la **page 7 sur 7**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de 6 exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	16 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	18 points
Exercice n° 5	16 points
Exercice n° 6	14 points

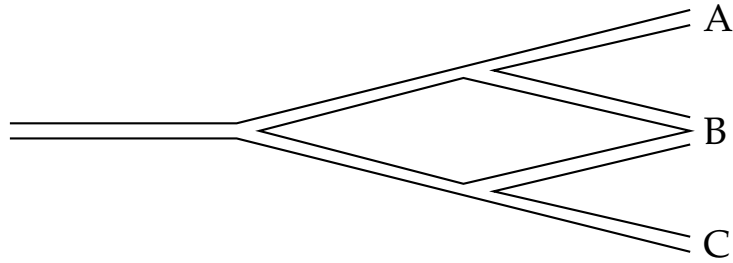
L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Exercice 1

20 points

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse **en justifiant soigneusement la réponse**.

- Scratch souhaite rejoindre un ami, mais il a oublié la fin du trajet. Il décide de finir son trajet en prenant, aux intersections, à droite ou à gauche au hasard.



Affirmation 1 : La probabilité qu'il arrive en A, en B ou en C est la même.

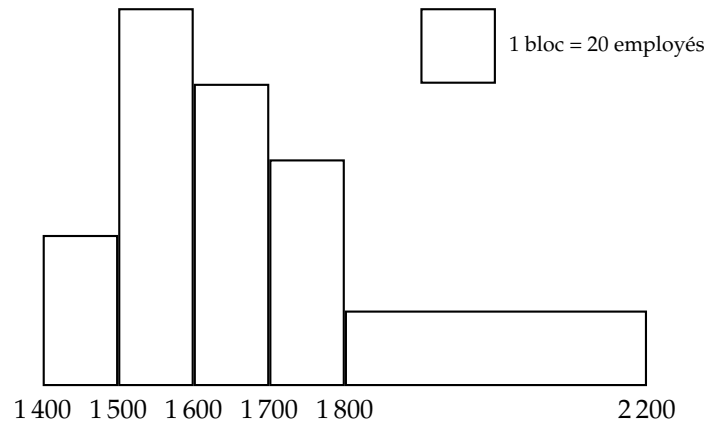
- On suppose qu'une éolienne produit 5 GWh d'électricité par an et qu'une personne a besoin de 7 000 kWh d'électricité par an. (Wh : Watt-heure)

Affirmation 2 : Une éolienne ne couvre pas les besoins en électricité de 1 000 personnes pour un an.

- Voici quatre nombres : 45% ; $\frac{305}{612}$; 0,5 ; 730×10^{-3} .

Affirmation 3 : Ces quatre nombres sont rangés dans l'ordre croissant.

- L'histogramme ci-dessous représente la répartition des salaires dans une entreprise :



source : eduscol.education.fr/ressources-2016

Affirmation 4 : Plus de 40 % des employés ont un salaire au moins égal à 1 700 €.

Exercice 2

16 points

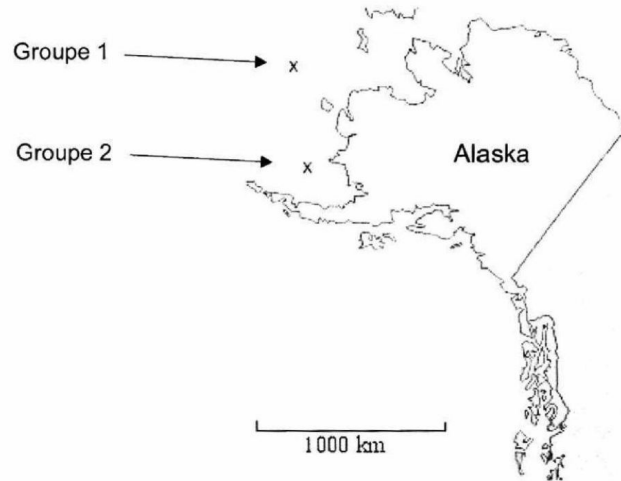
Les baleines émettent des sons, de fréquences comprises entre 10 Hz et 10 kHz, qui se propagent dans l'eau à une vitesse d'environ 1 500 m/s.

L'étude des chants des baleines a pour but d'élucider leur possible signification ; sélection du partenaire sexuel et communication sociale sont des hypothèses envisagées.

1. Convertir la vitesse de propagation de ces sons en km/h.
2. Deux groupes de baleines situées au large de l'Alaska communiquent entre eux.

(a) Calculer la distance séparant les deux groupes de baleines.

Vous donnerez le résultat arrondi à 50 km près.



(b) Combien de temps met une onde sonore émise par une baleine du groupe 1 pour parvenir aux baleines du groupe 2 ?

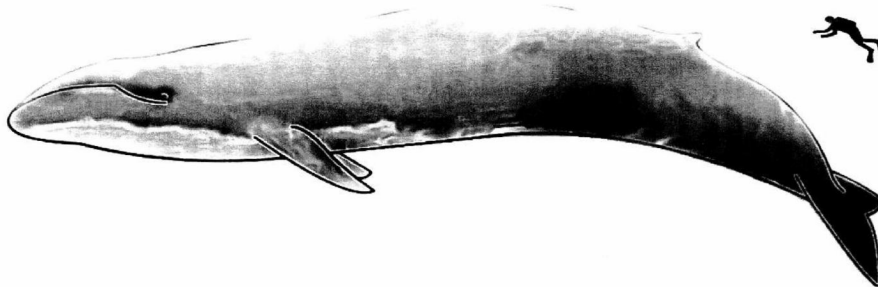
Vous donnerez le résultat arrondi à la minute.

3. Le dessin ci-dessous donne une idée de la taille d'une baleine bleue par rapport à celle d'un homme.

En considérant que le plongeur sur l'image a une taille égale à 1,75 m, calculer la taille approximative de la baleine représentée ci-dessous.

Vous donnerez le résultat arrondi au mètre près.

La démarche et les traces de recherche seront valorisées et prises en compte dans la notation.



Exercice 3**16 points**

On demande à quinze élèves d'une classe A et à dix élèves d'une classe B de compter le nombre de SMS qu'ils envoient pendant un week-end. Le lundi on récupère les résultats dans un tableau.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Classe	Nombre de SMS envoyés par élève dans le week-end															Moy.	Méd.
2	A	0	0	0	0	0	5	7	12	15	15	16	18	21	34	67		
3	B	0	1	1	2	11	17	18	18	20	32						12	14

- Calculer le nombre moyen et le nombre médian de SMS envoyés pendant le week-end par ces élèves de la classe A.
- Quelles formules ont pu être écrites dans les cellules Q3 et R3 du tableau ?
- Calculer le nombre moyen de SMS envoyés pendant le week-end par ces 25 élèves des classes A et B.
- Calculer le nombre médian de SMS envoyés pendant le week-end par ces 25 élèves des classes A et B.

Exercice 4**18 points**

- Le responsable du plus grand club omnisport de la région a constaté qu'entre le 1^{er} janvier 2010 et le 31 décembre 2012 le nombre total de ses adhérents a augmenté de 10 % puis celui-ci a de nouveau augmenté de 5 % entre le 1^{er} janvier 2013 et le 31 décembre 2015.

Le nombre total d'adhérents en 2010 était de 1 000.

- Calculer, en justifiant, le nombre total d'adhérents au 31 décembre 2012.
 - Calculer, en justifiant, le nombre total d'adhérents au 31 décembre 2015.
 - Martine pense qu'au 31 décembre 2015, il devrait y avoir 1 150 adhérents car elle affirme : « *une augmentation de 10 % puis une autre de 5 %, cela fait une augmentation de 15 %* ». Qu'en pensez-vous ? Expliquez votre réponse.
- Au 1^{er} janvier 2017, les effectifs étaient de 1 260 adhérents.

Voici le tableau de répartition des adhérents en 2017 en fonction de leur sport de prédilection.

	Effectif en 2017	Angle en degrés correspondant (pour construire le diagramme circulaire)	Fréquence en %
Planche à voile	392		
Beach volley	224		
Surf	644		
Total	1 260	360°	100 %

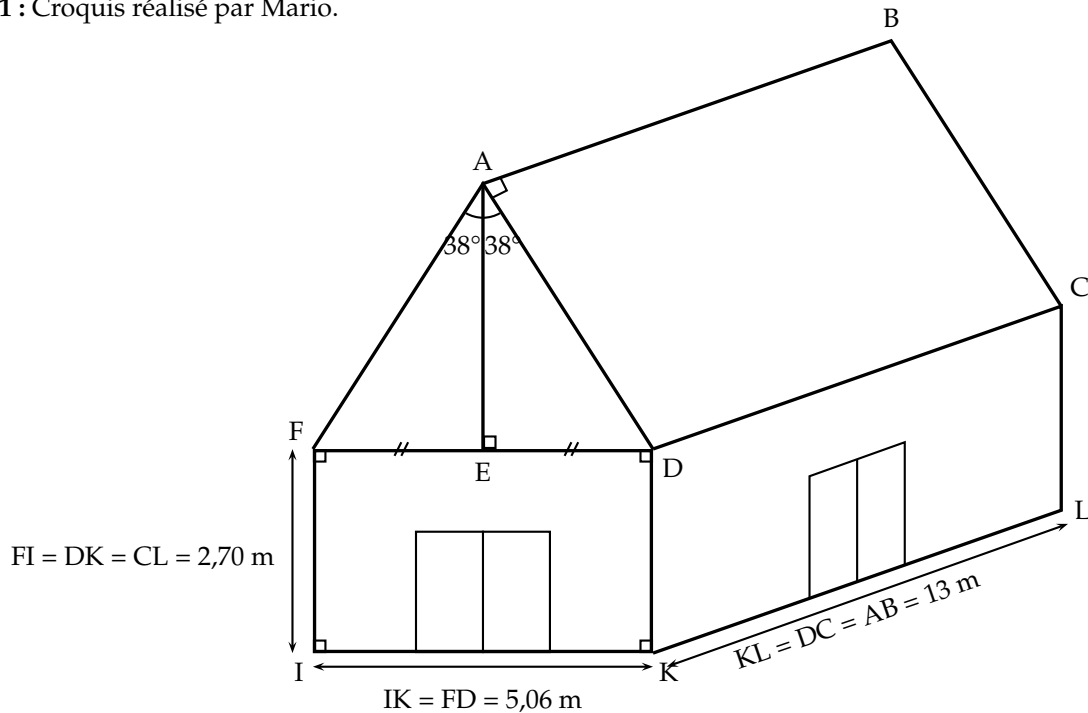
- Compléter sur l'annexe, à la fin, la colonne intitulée « Angle en degrés correspondant ». (Pour expliquer votre démarche, vous ferez figurer sur votre copie les calculs correspondants.)
- Pour représenter la situation, construire un diagramme circulaire de rayon 4 cm.
- Compléter sur l'annexe la colonne « Fréquence en % ». (Pour expliquer votre démarche, vous ferez figurer sur votre copie les calculs correspondants. Vous donnerez le résultat arrondi au centième près.)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Mario, qui dirige un centre de plongée sous-marin en pleine expansion, décide de construire un bâtiment pour accueillir ses clients lors de la pause déjeuner. Celui-ci sera constitué d'un rez-de-chaussée climatisé servant de réfectoire et d'un étage non climatisé qui pourra être utilisé pour le stockage du matériel de plongée.

Pour finir d'établir son budget, il ne lui reste plus qu'à choisir un modèle de climatisation adapté et à calculer la quantité nécessaire de tuiles pour couvrir le toit de sa construction qu'il a schématisé ci-dessous.

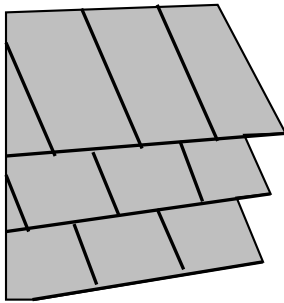
Document 1 : Croquis réalisé par Mario.



Le croquis n'est pas réalisé à l'échelle.

Les deux pentes (ou versants) de la toiture forment un angle \widehat{FAD} de mesure 76° qui est partagé en deux parties égales de 38° .

Document 2 : Tuiles plates choisies par Mario pour recouvrir son toit.



Prévoir 26 tuiles par m^2

Prix : 0,65 euro l'unité.

1. PARTIE 1 : Calcul du budget correspondant aux tuiles.

- Calculer AD . Vous donnerez le résultat arrondi au centimètre près.
- Calculer AE . Vous donnerez le résultat arrondi au centimètre près.
- En déduire le prix des tuiles nécessaires à la couverture des deux pentes du toit.

2. PARTIE 2 : Choix d'un climatiseur adapté.

À l'aide des documents, faire un choix de climatiseur raisonné, adapté et le moins cher possible pour climatiser le rez-de-chaussée du bâtiment, c'est-à-dire le réfectoire.

Document 3 : Comment choisir un climatiseur ?

Étape 1 : Connaître la puissance frigorifique nécessaire.

Celle-ci dépend du volume des pièces à refroidir.

La puissance de froid s'exprime en BTU qui est une unité de mesure frigorifique.

Le tableau ci-dessous fait la correspondance entre le volume du bâtiment à refroidir et la puissance en BTU nécessaire.

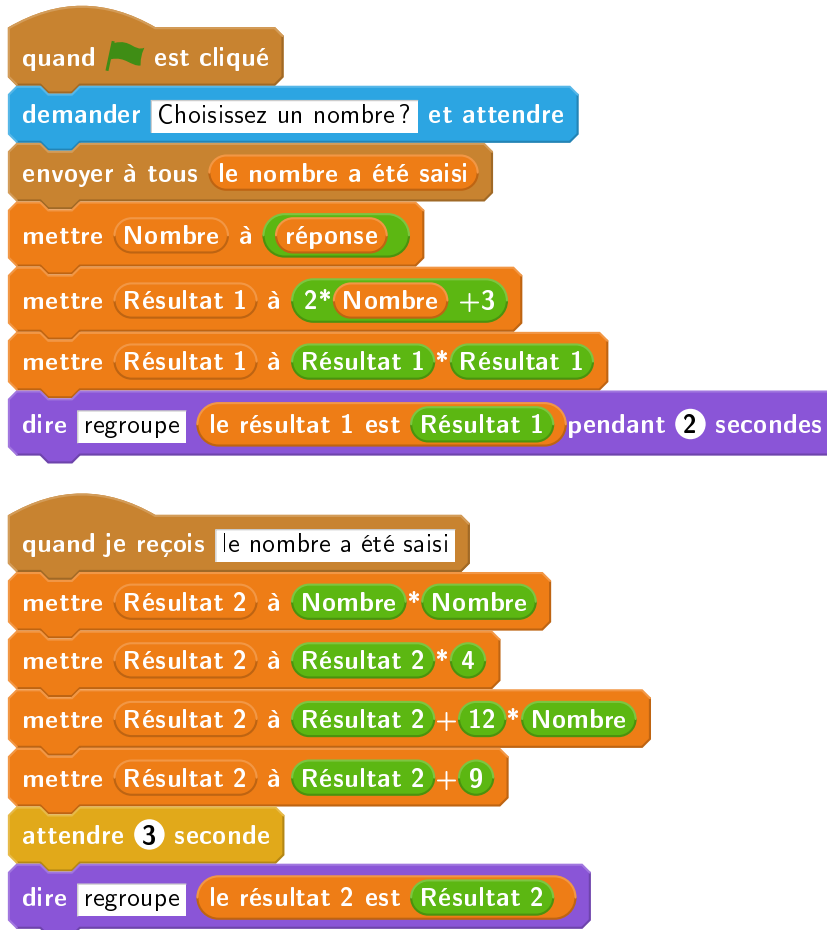
Volume	Puissance frigorifique
100 m ³	12 000 BTU
150 m ³	18 000 BTU
250 m ³	25 000 BTU
300 m ³	33 000 BTU
350 m ³	41 000 BTU
400 m ³	49 000 BTU
450 m ³	56 000 BTU
500 m ³	62 000 BTU

BTU : British Thermal Unit

Étape 2 : Choisir le climatiseur le plus adapté.

Modèle de différentes marques	Type	Puissance frigorifique	Prix T.T.C. en Euros
Freez 4000	monobloc	15 000 BTU	880
Freez 8000	monobloc	22 000 BTU	1 050
Air 10 pingouin	Bi-split	27 000 BTU	990
Air 100 phoque	Bi-split	39 000 BTU	1 390
Pôle Nord 500	Quadri-split	48 000 BTU	1 180
Laponglace	Quadri-split	50 000 BTU	2 300
Maxi Everest +	Quadri-split	53 000 BTU	1 990
Froid Extrême 2000	Inverter	55 000 BTU	2 650

Voici un script saisi par Alice dans un logiciel d'algorithmique.



1. Alice a choisi 3 comme nombre, calculer les valeurs de Résultat 1 et de Résultat 2 ?

Justifier en faisant apparaître les calculs réalisés.

2. Généralisation

- En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la première partie de l'algorithme correspondant à Résultat 1.
- En appelant x le nombre choisi dans l'algorithme, donner une expression littérale traduisant la deuxième partie de l'algorithme correspondant à Résultat 2.
- Trouver le ou les nombres choisis par Alice qui correspondent au résultat affiché ci-dessous.

Résultat 2 **9**

ANNEXE

À DÉTACHER DU SUJET ET À JOINDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4 question 2 :

	Effectif en 2017	Angle en degrés correspondant	Fréquence en %
Planche à voile	392		
Beach volley	224		
Surf	644		
Total	1 260	360°	100 %

Correction

Polynésie - Juin 2018 - Mathématiques

Ce document est une correction commentée du sujet de brevet. Les commentaires ne font pas partie de la rédaction demandée lors de l'épreuve. Pour certains exercices plusieurs solutions sont proposées. Au brevet une seule solution est demandée et parfois même sans justification quand c'est précisé dans le sujet !

Exercice 1 : Quatre affirmations

Connaissances :

- Probabilités
- Préfixes
- Pourcentage
- Fractions
- Puissances

Affirmation 1 Il y a 4 chemins possibles : 1 qui conduit à A, 2 qui conduisent à B, 1 qui conduit à C. La probabilité de se rendre vers B est donc égale à $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ alors qu'elle est de $\frac{1}{4}$ pour chacun des deux autres.

Affirmation 1 est fausse.

Affirmation 2 G signifie giga soit un milliard. k signifie kilo, mille et M méga soit un million.

$$5 \text{ GWh} = 5\,000\,000\,000 \text{ Wh} = 5\,000\,000 \text{ kWh}$$

$$1000 \times 7 \text{ kWh} = 7\,000 \text{ kWh} = 7 \text{ MWh}$$

Affirmation 2 est fausse, une éolienne couvre largement les besoins de 1000 personnes.

Affirmation 3 $45\% = \frac{45}{100} = 0,45$

$$\frac{305}{612} \approx 0,498$$

$$730 \times 10^{-3} = 0,730$$

Ainsi $45\% \frac{305}{612} > 0,5 > 730 \times 10^{-3}$

L'affirmation 3 est vraie.

Affirmation 4 Il faut compter les blocs de 20 employés!

Il y en a 18 au total soit $18 \times 20 = 360$ employés.

Il y a 7 blocs soit 140 employés qui gagnent 1 700 € au moins.

$$\frac{140}{360} \approx 0,389$$

Affirmation 4 fausse : moins de 40 % des employés gagnent au moins 1 700 €

Exercice 2 : Les baleines

Connaissances :

- Vitesse
- Échelle

1. Le son se propage dans l'eau à la vitesse de $1\,500 \text{ m/s}$ soit $1\,500 \text{ m}$ en 1 s .

Il y a 60 s dans une minute et 60 min dans une heure soit $1 \text{ h} = 60 \times 60 \text{ s} = 3\,600 \text{ s}$.

$$3\,600 \times 1\,500 \text{ m} = 5\,400\,000 \text{ m} = 5\,400 \text{ km}$$

Le son se propage à $5\,400 \text{ km/h}$

2.a Il faut mesurer la distance entre les deux groupes sur la carte et mesurer le segment qui fournit l'échelle. Attention, l'impression ou la lecture sur écran de ce sujet ne donnera pas forcément la même longueur pour l'échelle et l'écartement des points. Cependant cela n'a pas d'importance puisque c'est le rapport entre la longueur mesurée et l'échelle qui nous intéresse.

En ce qui me concerne, en mesurant sur l'écran de l'ordinateur sur lequel je compose cette correction, voici ce que j'obtiens en unité arbitraire :

55 u pour la distance entre les deux groupes et 10 u pour l'échelle soit un rapport de $\frac{55}{10} = 0,55$

Or $0,55 \times 1\,000\text{ km} = 550\text{ km}$

Les deux groupes sont distants de 550 km .

2.b $550\text{ km} = 550\,000\text{ m}$.

La vitesse de propagation du son est de 1 500 m par seconde.

$550\,000\text{ m} \div 1\,500\text{ m} \approx 367$.

Le son met environ 367 s à se propager. Or $367\text{ s} = 6 \times 60\text{ s} + 7\text{ s}$

Le son se propage en environ 6 min .

3. Là encore les mesures prises sur l'écran sont sans importance, seul compte le quotient.

De la tête au pied, le plongeur mesure environ 2 u sur mon écran.

En ajoutant la longueur de deux segments pour représenter la courbure de la baleine, je mesure : $26\text{ }u + 8\text{ }u = 34\text{ }u$

La baleine est donc $\frac{34\text{ }u}{2\text{ }u} = 17$ fois plus grande que le plongeur.

$17 \times 1,75\text{ m} = 29,75\text{ m}$

Cette baleine mesure environ 30 m .

D'après Wikipédia une baleine bleue peut en effet mesurer 30 m pour une masse de 180 tonnes !

Exercice 3 : Les SMS

Connaissances :

- Statistiques
- Médiane
- Moyenne
- Tableur

1. Pour calculer la moyenne des envois de la classe A il faut effectuer :

$$\frac{0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 7 + 12 + 15 + 15 + 16 + 18 + 21 + 34 + 67}{15} = \frac{210}{15} = 14$$

La classe A a envoyé 14 SMS en moyenne ce week-end.

Les résultats sont classés par ordre croissant. La médiane de cette série de 15 résultats est la huitième valeur.

La médiane de cette série est 12.

2. Dans les programmes officiels la connaissance des fonctions du tableur n'est pas explicitée. On peut dans le cas de cet exercice utiliser la fonction = SOMME(A1 : A10) qui ajoute les termes de A1 à A10, on peut utiliser la fonction = MOYENNE(A1 : A10) qui calcule la moyenne de cette série ou encore = MEDIANE(A1 : A10) qui calcule la médiane. Je fais le choix de n'utiliser aucune des ces fonctions ce qui suppose pour la médiane que l'on sait que la valeur cherchée est la huitième.

Dans Q3 on écrit = (B2 + C2 + D2 + E2 + F2 + G2 + H2 + I2 + J2 + K2 + L2 + M2 + N2 + P2)/15.

Dans R3 on écrit = I2.

3. Il faut calculer :

$$\frac{210 + 0 + 1 + 1 + 2 + 11 + 17 + 18 + 18 + 20 + 32}{25} = \frac{210 + 120}{25} = \frac{330}{25} = 13,2$$

On pouvait calculer la somme de la classe B en multipliant la moyenne 12 par 10 l'effectif!

La moyenne sur les deux classes est de 13,2 SMS ce week-end.

4. L'effectif est maintenant de 25 personnes, la valeur médiane est donc la treizième.
Voici le classement : 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 2; 5; 7; 11; 12; 15; 15...

La médiane de cette série est 15.

Attention la médiane des deux séries n'est pas la moyenne des médianes!

Exercice 4 : Le club omnisport

Connaissances :

- Pourcentage
- Proportionnalité
- Tracé d'un diagramme circulaire

1.a Il y avait 1 000 adhérents en 2010 et ce nombre a augmenté de 10 %.

On peut de manière simple calculer 10 % de 1 000 soit $1\,000 \times \frac{10}{100} = 1\,000 \times 0,10 = 100$.

On ajoute ensuite $1\,000 + 100 = 1\,100$.

Une méthode plus experte consiste à utiliser le coefficient multiplicatif qui correspond à une augmentation de 10 %.

Ce coefficient est $1 + \frac{10}{100} = 1 + 0,10 = 1,10$. $1\,000 \times 1,10 = 1\,100$

Il y avait 1 100 adhérents en 2012.

1.b On applique directement le coefficient multiplicatif qui correspond à une augmentation de 5 % soit 1,05.

$1\,100 \times 1,05 = 1\,155$

Il y avait 1 155 adhérents en 2015.

1.c On ne peut pas ajouter les pourcentages car ils ne s'appliquent pas aux mêmes nombres.

En reprenant les coefficients multiplicateurs, on constate que l'on a multiplié par 1,10 puis par 1,05.

$1\,000 \times 1,10 = 1\,100$ puis $1\,100 \times 1,05 = 1\,155$

On a donc effectué : $1\,000 \times 1,10 \times 1,05 = 1\,000 \times 1,155$ et non pas $1\,000 \times 1,15$.

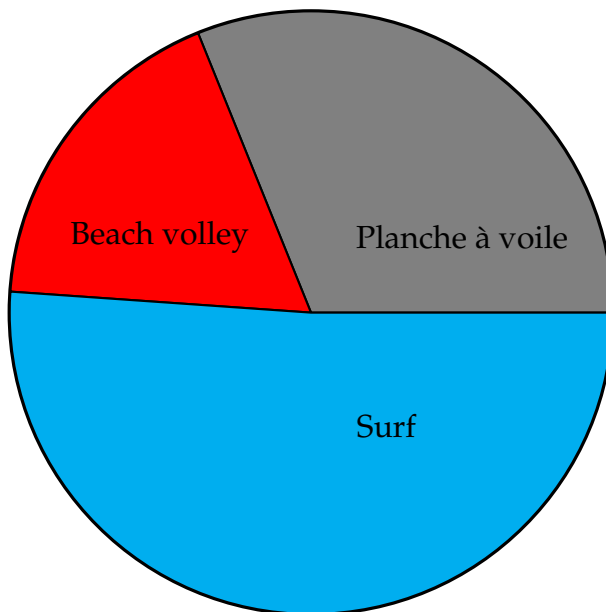
D'ailleurs $1,155 = 1 + \frac{15,5}{100}$

C'est faux, cela fait une augmentation de 15,5 %.

2.ac On complète le tableau en utilisant des produits en croix. Les fréquences en pourcentages et les angles sont en effet proportionnels aux effectifs. On peut calculer les fréquences en pourcentages en divisant les effectifs par l'effectif total. On peut aussi obtenir la colonne des angles en multipliant les fréquences en pourcentages par 360° .

	Effectif en 2017	Angle en degrés correspondant	Fréquence en %
Planche à voile	392	$\frac{392}{1\,260} \times 360^\circ = 112^\circ$	$\frac{392}{1\,260} \times 100 \approx 31,11 \%$
Beach volley	224	$\frac{224}{1\,260} \times 360^\circ = 64^\circ$	$\frac{224}{1\,260} \times 100 \approx 17,78 \%$
Surf	644	$\frac{644}{1\,260} \times 360^\circ = 184^\circ$	$\frac{644}{1\,260} \times 100 \approx 51,11 \%$
Total	1 260	360°	100 %

2.b



Exercice 5 : Le toit et le climatiseur

Connaissances :

- Trigonométrie
- Aire
- Volume d'un pavé

1.a Dans le triangle ADE rectangle en E

On a $ED = 5,06m \div 2 = 2,53 m$ car E est le milieu de $[FD]$.

$$\sin \widehat{EAD} = \frac{ED}{DA} \text{ donc } \sin 38^\circ = \frac{2,53}{DA} \text{ donc } AD = \frac{2,53}{\sin 38^\circ} \approx 4,11$$

$$AD \approx 4,11 m$$

1.b Dans le triangle ADE rectangle en E

On a $ED = 5,06m \div 2 = 2,53 m$ car E est le milieu de $[FD]$.

$$\tan \widehat{EAD} = \frac{ED}{EA} \text{ donc } \tan 38^\circ = \frac{2,53}{EA} \text{ donc } EA = \frac{2,53}{\tan 38^\circ} \approx 3,23$$

$$EA \approx 3,23 m$$

1.c Le toit est constitué de deux rectangles mesurant $3,23 m$ de large sur $4,11 m$ de long.

La surface du toit est donc : $2 \times 4,11 m \times 3,23 m = 26,5506 m^2$

Il faut prévoir 26 tuiles par m^2 . Or $26 \times 26,5506 = 690,3156$

Nous allons donc acheter 691 tuiles (j'en aurai bien pris au moins 700!).

$691 \times 0,65 \text{ €} = 449,15 \text{ €}$ (455 € pour 700 tuiles).

Il faut prévoir environ 450 € pour l'achat des tuiles.

2. D'après l'énoncé, que je ne trouve pas très précis, il faut climatiser le rez-de-chaussée, je comprends qu'il s'agit de la partie en forme de pavé droit. On pourrait faire le calcul en ajoutant la partie sous le toit, il faut alors considérer un prisme droit dont la base est un triangle isocèle.

Calculons le volume du pavé droit : $V = 13 m \times 5,06 m \times 2,70 m = 177,606 m^3$

Nous allons donc nous diriger vers une climatisation pour environ 150 m^3 soit une puissance calorifique de $18\,000 \text{ BTU}$.

Le Freez 8000 correspond à la demande, il coûte $1\,050 \text{ €}$.

Exercice 6 : Scratch

Connaissances :

- Scratch
- Programme de calcul;
- Équation produit

1. Dans la première partie du programme, en partant du nombre 3 au départ, on trouve successivement :

Résultat1 reçoit $2 \times 3 + 3 = 6 + 3 = 9$.

Puis Résultat1 reçoit $9 \times 9 = 81$.

Le programme affiche ainsi le résultat1 est 81.

Résultat2 reçoit $3 \times 3 = 9$, puis Résultat2 reçoit $9 \times 4 = 36$.

Ensuite Résultat2 reçoit $36 + 12 \times 3 = 36 + 36 = 72$ et enfin Résultat2 reçoit $72 + 9 = 81$

Le programme affiche le résultat2 est 81

Résultat1 et Résultat2 sont égaux à 81.

2.a Posons x le nombre de départ.

Résultat1 reçoit $2 \times x + 3 = 2x + 3$ puis Résultat1 reçoit $(2x + 3)(2x + 3)$

2.b Posons x le nombre de départ.

Résultat2 reçoit $x \times x = x^2$ puis Résultat2 reçoit ensuite $x^2 \times 4 = 4x^2$.

Ensuite Résultat2 reçoit $4x^2 + 12 \times x = 4x^2 + 12x$ et enfin Résultat2 reçoit $4x^2 + 12x + 9$.

2.c Il faut résoudre l'équation :

$$4x^2 + 12x + 9 = 9$$

$$4x^2 + 12x = 0$$

Il faut penser à factoriser pour poursuivre :

$$4x(x + 3) = 0$$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$4x = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -3$$

Il y a deux nombres de départ qui donnent 9 à la fin : 0 et -3 .

Il est surprenant qu'on ne nous ait pas demandé pourquoi le Résultat1 et le Résultat2 étaient identiques dans tous les cas.

On a en effet :

$$(2x + 3)(2x + 3) = 4x^2 + 6x + 6x + 9 = 4x^2 + 12x + 9$$