Diplôme National du Brevet
Session 2019

Sujet Antilles Guyane

Jeudi 27 juin 2019

Mathématiques

Série Générale

Durée de l'épreuve : 2 heures - 100 points

Début de l'épreuve : 13h15 **Fin de l'épreuve : 15h15**

Aucune sortie ne sera autorisée avant la fin de l'épreuve.

Aucun prêt de matériel n'est autorisé.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circ. 99-186 du 16 novembre 1999*)
Le sujet est constitué de huit exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	14 points
Exercice n° 2	11 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	12 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	16 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *14 points*

Damien a fabriqué trois dés à six faces parfaitement équilibrés mais un peu particuliers.
Sur les faces du premier dé sont écrits les six plus petits nombres pairs strictement positifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12.
Sur les faces du deuxième dé sont écrits les six plus petits nombres impairs positifs.
Sur les faces du troisième dé sont écrits les six plus petits nombres premiers.
Après avoir lancé un dé, on note le nombre obtenu sur la face du dessus.

1. Quels sont les six nombres figurant sur le deuxième dé ?
Quels sont les six nombres figurant sur le troisième dé ?

2. Zoé choisit le troisième dé et le lance. Elle met au carré le nombre obtenu.
Léo choisit le premier dé et le lance. Il met au carré le nombre obtenu.

2.a Zoé a obtenu un carré égal à 25. Quel était le nombre lu sur le dé qu'elle a lancé ?

2.b Quelle est la probabilité que Léo obtienne un carré supérieur à celui obtenu par Zoé ?

3. Mohamed choisit un des trois dés et le lance quatre fois de suite. Il multiplie les quatre nombres obtenus et obtient 525.

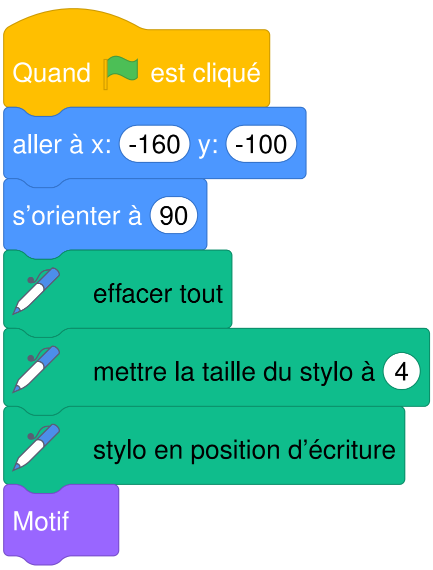
3.a Peut-on déterminer les nombres obtenus lors des quatre lancers ? Justifier.

3.b Peut-on déterminer quel est le dé choisi par Mohamed ? Justifier.

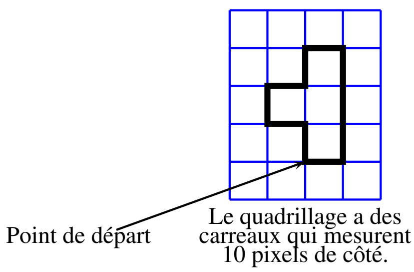
Exercice 2 *11 points*

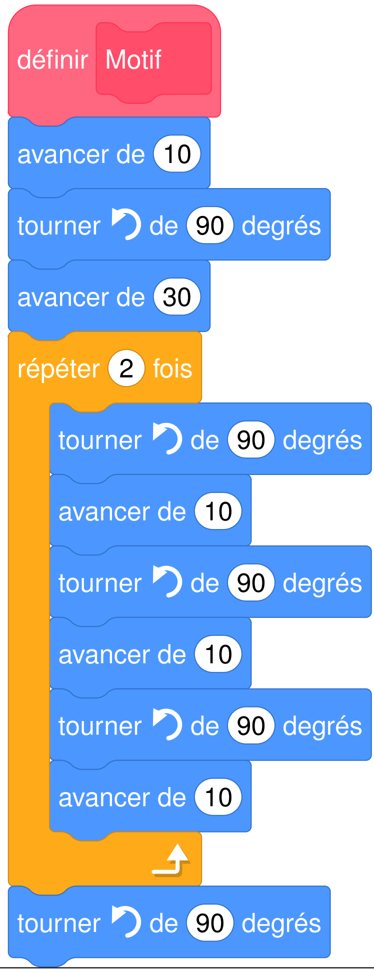
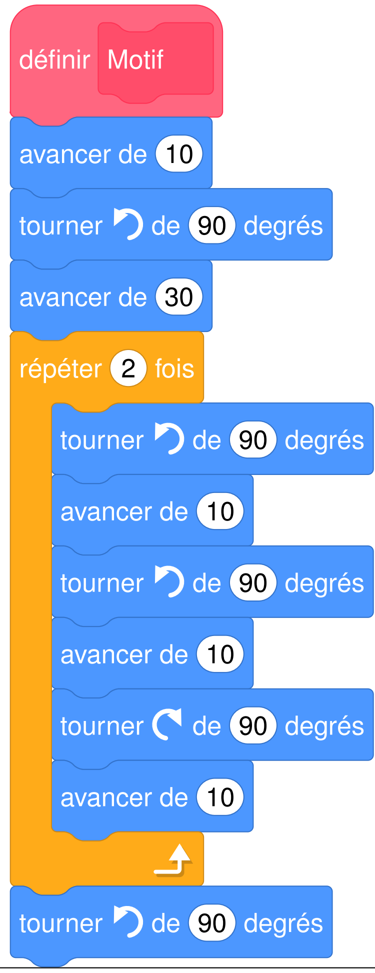
« S'orienter à 90 » signifie que l'on se tourne vers la droite.
Mathieu, Pierre et Elise souhaitent tracer le motif ci-dessous à l'aide de leur ordinateur. Ils commencent tous par le **script commun** ci-dessous, mais écrivent un script **Motif** différent.

Script commun aux trois élèves



Motif

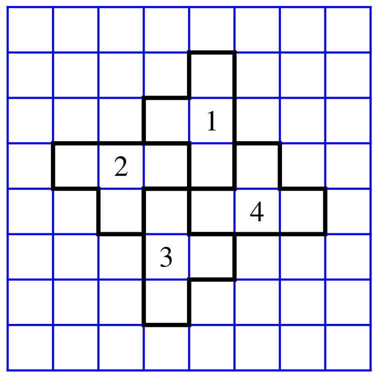


Motif de Mathieu	Motif de Pierre	Motif d'Elise
		

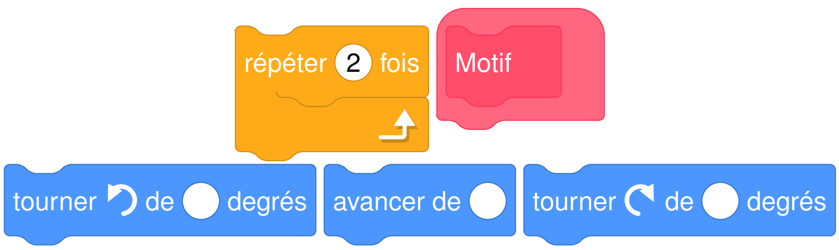
1. Tracer le motif de Mathieu en prenant comme échelle : 1 cm pour 10 pixels.

2. Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ? On ne demande pas de justifier.

3.a. On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre.
Quelle transformation du plan permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ?



3.b. Modifier le **script commun** à partir de la ligne 7 incluse pour obtenir la figure voulue. On écrira sur la copie uniquement la partie modifiée.
Vous pourrez utiliser certaines ou toutes les instructions suivantes :



4. Un élève trace les deux figures A et B que vous trouverez en **ANNEXE 1.1**
Placer sur cette annexe, **qui est à rendre avec la copie**, le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en figure B.

Exercice 3 *17 points*

Le premier juillet 2018, la vitesse maximale autorisée sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, a été abaissée de 90 km/h à 80 km/h.

En 2016, 1 911 personnes ont été tuées sur les routes à double sens de circulation, sans séparateur central, ce qui représente environ 55 % des décès sur l'ensemble des routes en France.
Source : www.securite-routiere.gouv.fr

1.a Montrer qu'en 2016, il y a eu environ 3475 décès sur l'ensemble des routes en France.

1.b Des experts ont estimé que la baisse de la vitesse à 80 km/h aurait permis de sauver 400 vies en 2016.
De quel pourcentage le nombre de morts sur l'ensemble des routes de France aurait-il baissé ? Donner une valeur approchée à $0,1$ % près.

2. En septembre 2018, des gendarmes ont effectué une série de contrôles sur une route dont la vitesse maximale autorisée est 80 km/h. Les résultats ont été entrés dans un tableur dans l'ordre croissant des vitesses. Malheureusement, les données de la colonne B ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	vitesse relevée (km/h)		72	77	79	82	86	90	91	97	TOTAL
2	nombre d'automobilistes		2	10	6	1	7	4	3	6	

2.a. Calculer la moyenne des vitesses des automobilistes contrôlés qui ont dépassé la vitesse maximale autorisée. Donner une valeur approchée à $0,1$ km/h près.

2.b Sachant que l'étendue des vitesses relevées est égale à 27 km/h et que la médiane est égale à 82 km/h, quelles sont les données manquantes dans la colonne B ?

2.c Quelle formule doit-on saisir dans la cellule K2 pour obtenir le nombre total d'automobilistes contrôlés ?

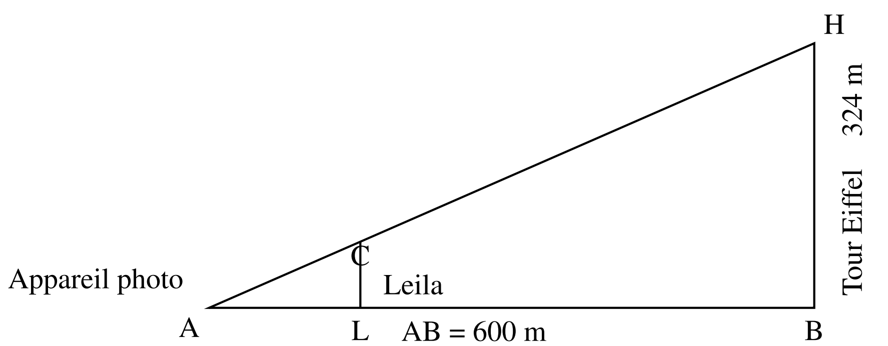
Exercice 4 *16 points*

Leila est en visite à Paris. Aujourd'hui, elle est au Champ de Mars où l'on peut voir la tour Eiffel dont la hauteur totale BH est 324 m.
Elle pose son appareil photo au sol à une distance AB = 600 m du monument et le programme pour prendre une photo (voir le dessin ci-dessous).

1. Quelle est la mesure, au degré près, de l'angle $\widehat{HAB}$?

2. Sachant que Leila mesure $1,70$ m, à quelle distance AL de son appareil doit-elle se placer pour paraître aussi grande que la tour Eiffel sur sa photo ?

Donner une valeur approchée du résultat au centimètre près.



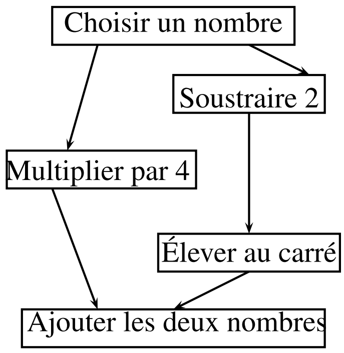
Le dessin n'est pas à l'échelle

Exercice 5

12 points

Voici deux programmes de calcul :

PROGRAMME A



PROGRAMME B

- Choisir un nombre
- Calculer son carré
- Ajouter 6 au résultat.

1.a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.

1.b Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?

1.c Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire x^2+4.

2. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ?

3. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

Affirmation n° 1 : « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$, le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »

Affirmation n° 2 : « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »

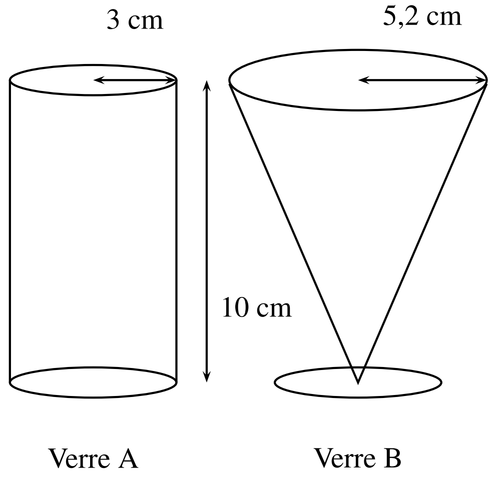
Affirmation n° 3 : « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »

Affirmation n° 4 : « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont ou bien tous les deux des entiers pairs, ou bien tous les deux des entiers impairs. »

Exercice 6

14 points

Pour servir ses jus de fruits, un restaurateur a le choix entre deux types de verres : un verre cylindrique A de hauteur 10 cm et de rayon 3 cm et un verre conique B de hauteur 10 cm et de rayon $5,2$ cm.



Rappels :

- Volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h :

$$\pi \times r^2 \times h$$

- Volume d'un cône de rayon r et de hauteur h :

$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

- $1L = 1dm^3$

Le graphique situé en **ANNEXE 1.2** représente le volume de jus de fruits dans chacun des verres en fonction de la hauteur de jus de fruits qu'ils contiennent.

1. Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique en **ANNEXE 1.2** :

1.a. Pour quel verre le volume et la hauteur de jus de fruits sont-ils proportionnels ? Justifier.

1.b Pour le verre A, quel est le volume de jus de fruits si la hauteur est de 5 cm ?

1.c Quelle est la hauteur de jus de fruits si on en verse 50 cm^3 dans le verre B ?

2. Montrer, par le calcul, que les deux verres ont le même volume total à 1 cm^3 près.

3. Calculer la hauteur du jus de fruits servi dans le verre A pour que le volume de jus soit égal à 200 cm^3. Donner une valeur approchée au centimètre près.

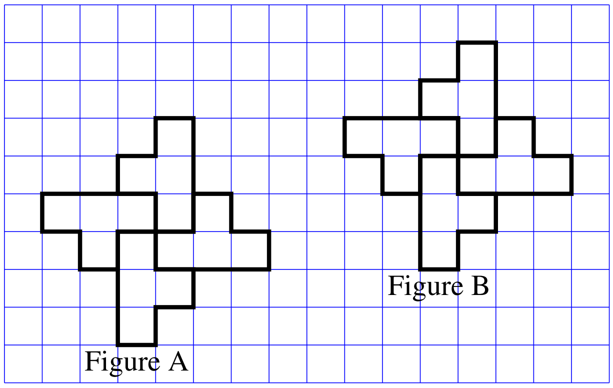
4. Un restaurateur sert ses verres de telle sorte que la hauteur du jus de fruits dans le verre soit égale à 8 cm.

4.a. Par lecture graphique, déterminer quel type de verre le restaurateur doit choisir pour servir le plus grand nombre possible de verres avec 1 L de jus de fruits.

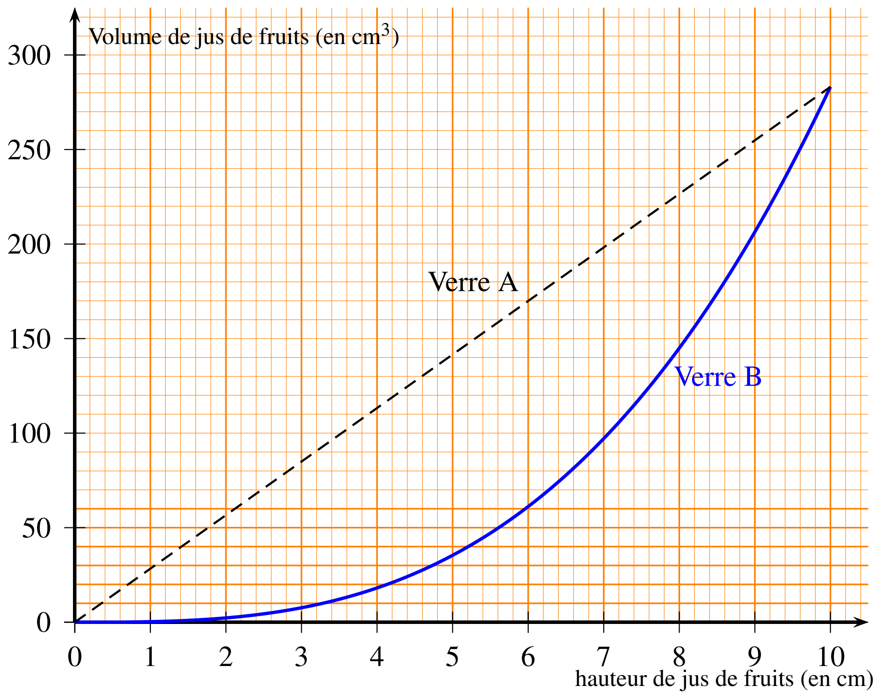
4.b. Par le calcul, déterminer le nombre maximum de verres A qu'il pourra servir avec 1 L de jus de fruits.

ANNEXE 1 - A rendre avec la copie

ANNEXE 1.1



ANNEXE 1.2



Brevet 2019 - Antilles Guyane
Correction

Exercice 1

1. Sur le premier dé sont écrits les 6 premiers nombres entiers pairs posiifs : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 et 12.

Sur le second sont écrits les 6 premiers nombres entiers impairs positifs : $\boxed{1\,;3\,;5\,;7\,;9\,;11.}$

Sur le troisième dé sont écrits les 6 premiers nombres entiers premiers : $\boxed{2\,;3\,;5\,;7\,;11\,;13.}$

2.a Le nombre 25 est le carré de 5 et de -5. Or sur les dés il n'y a que des nombres positifs.

$\boxed{\text{Zoé a lu 5 sur le dé qu'elle a lancé.}}$

2.b *Je comprends supérieur comme strictement supérieur...*

Léo est donc tombé sur un nombre supérieur à 5 sur le premier dé : 6 ; 8 ; 10 ; 12.
Dans l'expérience aléatoire qui consiste à lancer le premier dé il y a 6 issues équiprobables dont 4 qui donnent un nombre supérieur à 5.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est donc } \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ soit environ } 67\ \%.}$

3.a *Question difficile : il faut penser à la décomposition en facteurs premiers et chercher tous les diviseurs pour répondre en toute rigueur à cette exercice !*

Décomposons 525 en produit de facteurs premiers :
$525 = 3 \times 175$; $175 = 5 \times 35$; $35 = 5 \times 7$; donc $525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3 \times 5^2 \times 7$

On peut ainsi en déduire tous les diviseurs de 525 : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; $3 \times 5 = 15$; $3 \times 7 = 21$; $5 \times 5 = 25$; $5 \times 7 = 35$; $3 \times 5 \times 5 = 75$; $3 \times 5 \times 7 = 105$; $5 \times 5 \times 7 = 175$ et 525

On constate que parmi tous ces diviseurs seuls les nombres 1 ; 3 ; 5 et 7 sont écrits sur l'un des dès.
Le produit 525 a donc été obtenu en effectuant : $3 \times 5 \times 5 \times 7 = 525$.

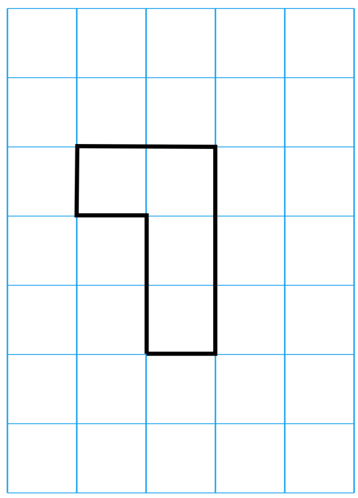
$\boxed{\text{Les quatre lancer ont donné : 3 ; 5 ; 5 et 7.}}$

3.b Les nombres 3 ; 5 et 7 sont à la fois impairs et premiers.

$\boxed{\text{On ne peut pas savoir lequel des dés deux ou trois a été lancé !}}$

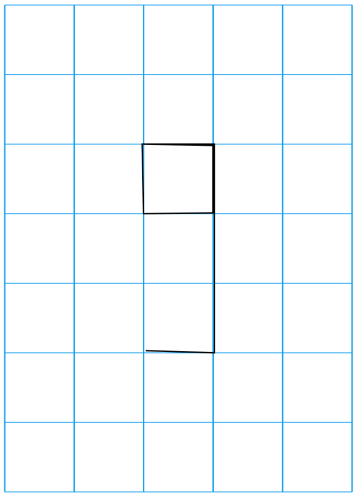
Exercice 2

1.



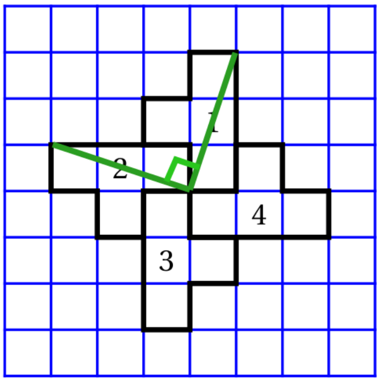
2. $\boxed{\text{Il s'agit du motif d'Elise}}$

En effet voici ce que donne le motif de Pierre :



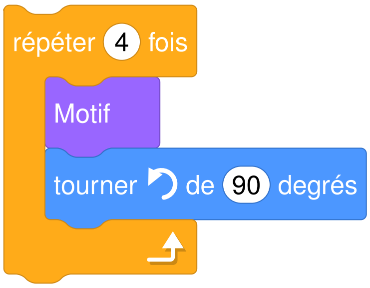
On remarque que dans le Motif de Pierre on tourne toujours dans le même sens.
Ainsi quand il répéte deux fois le tracé de 10 unités, cela produit deux tours d'un carré !

3.a. On remarque qu'il s'agit d'une rotation reste à trouver l'angle et le centre.

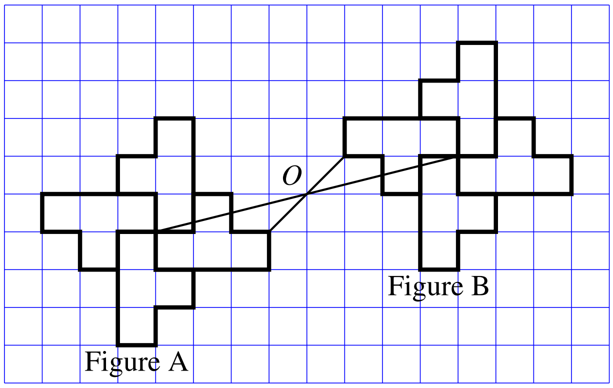


C'est une rotation de centre l'intersection des quatre figure et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

3.b Il faut répéter le Motif quatre fois en tournant à chaque fois d'un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
Voici ce qu'il faut écrire à la place de la ligne 7 :



4.



Exercice 3

1. 1 911 personnes décédées correspon à 55 % des décés.
Le plus simple est d'utiliser un tableau de proportionnalité :

	Sur les doubles voies	Total
Nombre de décés	1 911	$100 \times 1911 \div 55 \approx 3475$
Pourcentage	55	100

$\boxed{\text{Il y a bien eu 3 465 décés sur les routes de France en 2016.}}$

1.b 400 vies sauvées en 2016 représente $\dfrac{400}{3475} \approx 0,12$ soit 12 %.

$\boxed{\text{Le nombre de morts aurait baissé de 12 \%.}}$

2.a Calculons la moyenne pondérée : $\dfrac{82 \times 1 + 86 \times 7 + 90 \times 4 + 91 \times 3 + 97 \times 6}{1+7+4+3+6} = \dfrac{1899}{21} \approx 90,4$.

$\boxed{\text{La vitesse moyenne des véhicules dépassant la limite autorisée est d'environ } 90,4\ km/h.}$

2.b Comme dans ce tableau les vitesses sont classées dans l'ordre croissant, on sait que la vitesse maximale est 97 km/h.
L'étendue est l'écart entre la valeur maximale et minimale donc $97\ km/h - 27\ km/h = 70\ km/h$.

On veut que 82 km/h soit la valeur centrale du tableau. À droite de cette vitesse il y a $7+4+3+6 = 20$ valeurs supérieures à 82 km/h.
Pour l'instant il y a $2+10+6 = 18$ vitesses inférieures à 82 km/h. En ajoutant 2 vitesses à 70 km/h on place bien 82 km/h en position médiane.

$\boxed{\text{Il faut écrire 70 en } B1 \text{ et 2 en } B2.}$

2.c $\boxed{= B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2+I2+J2 \text{ ou } = SOMME(B2:J2).}$

Exercice 4

1. Dans le triangle HAB rectangle en B on connaît la mesure de $[AB]$ le côté adjacent à l'ange $\widehat{HAB}$ et la mesure de $[BH]$ le côté opposé à l'angle $\widehat{HAB}$.

$\tan \widehat{HAB} = \dfrac{324\ m}{600\ m}$.

$\boxed{\text{À la calculatrice on trouve } \widehat{HAB} \approx 28°.}$

2. *On reconnaît une configuration de Thalès.*

Dans le triangle ABH, on fait l'hypothèse que Leila se tient verticalement comme la Tour Eiffel et que par conséquent les droites formées par Leila et La Tour Eiffel sont paralléles.
On a donc :

$$\frac{AL}{AB} = \frac{AT}{AH} = \frac{LT}{BH}$$
$$\frac{AL}{600\ m} = \frac{AT}{AH} = \frac{1,70\ m}{324\ m}$$
$$\frac{AL}{600\ m} = \frac{1,70\ m}{324\ m}$$

On peut utiliser la règle de trois pour obtenir : $AL = \dfrac{600\ m \times 1,70\ m}{324\ m} \approx 3,15\ m$

$\boxed{\text{Leila doit se placer à environ } 3,15\ m \text{ de l'appareil photo.}}$

Exercice 5

1.a. On part du nombre 5 avec le programme A.
On obtient d'une part $4\times 5 = 20$ et d'autre part $5-2=3$ puis $3^2 = 3\times 3 = 9$.
Finalement la somme finale est $20+9 = 180$.

$\boxed{\text{On obtient bien 29 en partant de 5 au départ avec le programme } A.}$

1.b. On part du nombre 5 avec le programme B.
On obtient successivement : 5 puis $5^2 = 5\times 5 = 25$ et enfin $25+6 = 31$

$\boxed{\text{On obtient 31 en partant de 5 avec le programme } B.}$

1.c. Partons d'un nombre quelconque x avec le programme A.
On obtient d'une part $4\times x = 4x$ et d'autre part $x-2$ puis $(x-2)^2 = (x-2)(x-2) = x^2-2x-2x+4 = x^2-4x+4$
Finalement la somme finale est $4x+x^2-4x+4 = x^2+4$

$\boxed{\text{Pour tous nombres } x \text{ le programme } A \text{ peut s'écrire } x^2+4.}$

2. Partons d'un nombre quelconque x avec le programme B.
On obtient successivement : x puis x^2 et x^2+6.

$\boxed{\text{Pour tous nombres } x \text{ le programme } B \text{ peut s'écrire } x^2+6.}$

3. Affirmation 1 : Il faut calculer x^2+6 pour $x = \dfrac{2}{3}$.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 6 = \frac{4}{9} + 6 = \frac{4}{9} + \frac{54}{9} = \frac{58}{9}$$

En effet $6 = \dfrac{6}{1} = \dfrac{6\times 9}{1\times 9} = \dfrac{54}{9}$

$\boxed{\textbf{Affirmation 1 : } \text{vraie !}}$

Affirmation 2 : On pose x un nombre entier alors x^2+6 est-il forcément impair ?

Pour x pair, par exemple $x=2$ alors $2^2+6 = 4+6 = 10$, le résultat est pair !

$\boxed{\textbf{Affirmation 2 : } \text{fausse !}}$

Affirmation 3 : Pour tous nombres x on sait que x^2 est un nombre positif. Donc si on ajoute 6 à un nombre positif on obtient toujours nombre positif !

$\boxed{\textbf{Affirmation 3 : } \text{vraie ! !}}$

Affirmation 4 : On peut constater que pour $x=3$ le programme A donne $3^2+4 = 9+4 = 13$ et le programme B donne $3^2+6 = 9+6 = 15$
On peut encore constater que pour $x=6$ le programme A donne $6^2+4 = 36+4 = 40$ et le programme B donne $6^2+6 = 36+6 = 42$
Cela semble vrai ! On remarque même que l'écart entre les deux programmes est de 2 !

En effet pour tous nombres x, $x^2+4+2 = x^2+6$
Il y a donc un écart de 2 entre le programme A et le programme B.
Or si on ajoute 2 à un nombre entier pair on obtient un autre entier pair.
Si on ajoute 2 à un nombre entier impair on obtient un autre entier impair.

$\boxed{\textbf{Affirmation 4 : } \text{Vraie !}}$

La démonstration rigoureuse des deux assertions précédents repose sur l'idée suivante :
Un nombre entier pair est tel que le reste dans la division par 2 est nul : il s'écrit $2n$ où n est un entier.
Un nombre entier impair est tel que le reste dans la division par 2 est égal à 1 : il s'écrit $2n+1$ où n est un entier.
Or pour un nombre pair $2n$, $2n+2=2(n+1)$ est pair.
Pour un nombre impair $2n+1$, $2n+1+2=2n+3=2n+2+1=2(n+1)+1$ est aussi impair ! !
Je n'imagine pas que l'on attendait ce genre de démonstration...

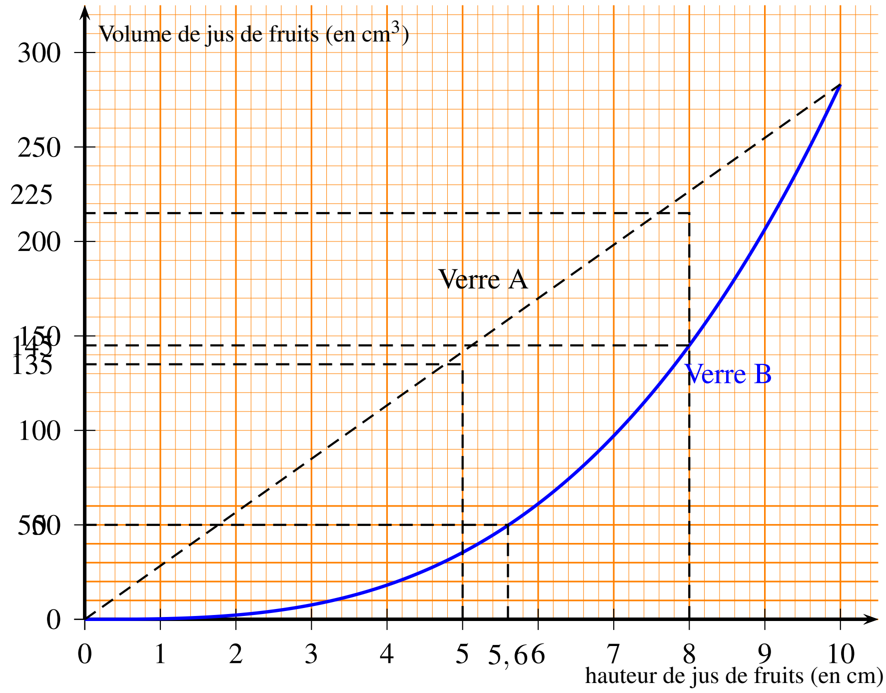
Exercice 6

1.a. La représentation graphique de deux grandeurs proportionnelles est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour le verre A la hauteur et le volume sont proportionnels.

1.b. Pour une hauteur de 5 cm le volume dans le verre A est environ 135 cm^3.

1.c. Pour une hauteur d'environ $5,6$ cm le volume dans le verre B est de 50 cm^3.



2. Calculons le volume des deux verres :

Le verre A : $V_1=\pi\times(3\ cm)^2\times 10\ cm=90\pi\ cm^3\approx 283\ cm^3$

Le verre B : $V_2=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(5,2\ cm)^3\times 10\ cm\approx 283\ cm^3$

On constate que les deux verres ont le même volume arrondi à 1 cm^3.

3. Posons h la hauteur cherchée.
Il faut résoudre l'équation :

$$\pi\times 3^2\times h=200$$
$$9\pi h=200$$
$$h=\frac{200}{9\pi}$$
$$h\approx 7$$

Pour une hauteur d'environ 7 cm le volume dans le verre A est 200 cm^3 ?

4.a. Lisons graphiquement les volumes de chaque verre pour une hauteur de liquide de 8 cm.
Dans le verre A on a 225 cm^3 de liquide et 145 cm^3 dans le verre B par lecture graphique.

Comme il y a moins de liquide dans le verre B, il faut choisir le verre B pour servir dans un maximum de verres.

4.b. Un verre A avec 8 cm de liquide contient $V = \pi \times (3\ cm)^3 \times 8\ cm = 72\pi\ cm^3 \approx 226\ cm^3$

Or on sait que $1\ L = 1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$.

$1\,000\ cm^3 \div 226\ cm^3 \approx 4,42$

Il peut au maximum remplir 4 verre A.

1