

Diplôme National du Brevet

Session 2019

Sujet Asie

Lundi 23 juin 2019

Mathématiques

Série Générale

Durée de l'épreuve : 2 heures - 100 points

Début de l'épreuve : 13h15

Fin de l'épreuve : 15h15

Aucune sortie ne sera autorisée avant la fin de l'épreuve.

Aucun prêt de matériel n'est autorisé.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circ. 99-186 du 16 novembre 1999*)

Le sujet est constitué de huit exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	14 points
Exercice n° 2	11 points
Exercice n° 3	17 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	12 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	16 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1

14 points

Nina et Claire ont chacune un programme de calcul.

Programme de Nina	Programme de Claire
Choisir un nombre de départ	Choisir un nombre de départ
Soustraire 1.	Multiplier ce nombre par $-\frac{1}{2}$
Multiplier le résultat par -2	Ajouter 1 au résultat
Ajouter 2.	

1. Montrer que si les deux filles choisissent 1 comme nombre de départ, Nina obtiendra un résultat final 4 fois plus grand que celui de Claire.

2. Quel nombre de départ Nina doit-elle choisir pour obtenir 0 à la fin ?

3. Nina dit à Claire : « Si on choisit le même nombre de départ, mon résultat sera toujours quatre fois plus grand que le tien ».

A-t-elle raison ?

Exercice 2

11 points

Le tableau ci-dessous présente les émissions de gaz à effet de serre pour la France et l'Union Européenne, en millions de tonnes équivalent CO₂, en 1990 et 2013.

	1990 (en millions de tonnes équivalent CO ₂)	2013 (en millions de tonnes équivalent CO ₂)
France	549,4	490,2
Union Européenne	5 680,9	

Source : Agence européenne pour l'environnement, 2015

1. Entre 1990 et 2013, les émissions de gaz à effet de serre dans l'Union Européenne ont diminué de 21 %.

Quelle est la quantité de gaz à effet de serre émise en 2013 par l'Union Européenne ?

Donner une réponse à 0,1 million de tonnes équivalent CO₂ près.

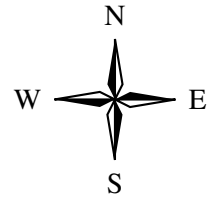
2. La France s'est engagée d'ici 2030 à diminuer de $\frac{2}{5}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990.

Justifier que cela correspond pour la France à diminuer d'environ $\frac{1}{3}$ ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 2013.

Exercice 3

17 points

Un programme permet à un robot de se déplacer sur les cases d'un quadrillage. Chaque case atteinte est colorée en gris. Au début d'un programme, toutes les cases sont blanches, le robot se positionne sur une case de départ indiquée par un « d » et la colore aussitôt en gris.



Voici des exemples de programmes et leurs effets :

<ul style="list-style-type: none"> • 1W 	<p>Le robot avance de 1 case vers l'ouest.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • 2E 1W 2N 	<p>Le robot avance de 2 cases vers l'est, puis de 1 case vers l'ouest, puis de 2 cases vers le nord.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • 3 (1S 2E) <p>Le robot répète 3 fois le déplacement suivant : « avancer de 1 case vers le sud puis de 2 cases vers l'est », Soit 3 fois :</p>		

1. Voici un programme :

Programme : 1W 2N 2E 4S 2W

On souhaite dessiner le motif obtenu avec ce programme.

Sur votre copie, réaliser ce motif en utilisant des carreaux, comme dans les exemples précédents. On marquera un « d » sur la case de départ.

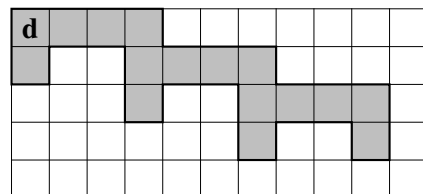
2. Voici deux programmes :

Programme n° 1 : 1S 3(1N 3E 2S)

Programme n° 2 : 3(1S 1N 3E 1S)

a. Lequel des deux programmes permet d'obtenir le motif ci-contre ?

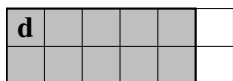
b. Expliquer pourquoi l'autre programme ne permet pas d'obtenir le motif ci-contre.



3. Voici un autre programme :

Programme n° 3 : 4(1S 1E 1N)

Il permet d'obtenir le résultat suivant :



Réécrire ce programme n° 3 en ne modifiant qu'une seule instruction afin d'obtenir ceci :

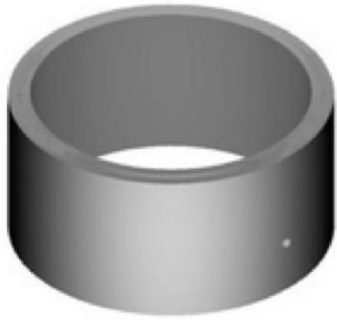


Exercice 4

16 points

Pour fabriquer un puits dans son jardin, M^{me} Martin a besoin d'acheter 5 cylindres en béton comme celui décrit ci-dessous. Dans sa remorque, elle a la place pour mettre les 5 cylindres mais elle ne peut transporter que 500 kg au maximum.

À l'aide des caractéristiques du cylindre, déterminer le nombre minimum d'allers-retours nécessaires à M^{me} Martin pour rapporter ses 5 cylindres avec sa remorque.



Caractéristiques d'un cylindre :

- diamètre intérieur : 90 cm
- diamètre extérieur : 101 cm
- hauteur : 50 cm
- masse volumique du béton : 2 400 kg/m³

Rappel : volume d'un cylindre $V = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon} \times \text{hauteur}$

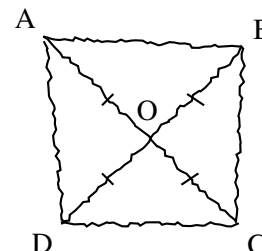
Exercice 5

12 points

La figure ci-contre est codée et réalisée à main levée.

Elle représente un quadrilatère ABCD dont les diagonales se croisent en un point O.

On donne : $OA = 3,5$ cm et $AB = 5$ cm.



On s'intéresse à la nature du quadrilatère ABCD qui a été représenté.

1. Peut-on affirmer que ABCD est un rectangle ?

2. Peut-on affirmer que ABCD est un carré ?

Exercice 6

14 points

Voici un tableau (document 1) concernant les voitures particulières « diesel ou essence » en circulation en France en 2014.

Document 1

	Nombre de voitures en circulation (en milliers)	Parcours moyen annuel (en km/véhicule)
Diesel	19 741	15 430
Essence	11 984	8 344

Source : INSEE

1. Vérifier qu'il y avait 31 725 000 voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014.
2. Quelle est la proportion de voitures *essence* parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France en 2014 ?
Exprimer cette proportion sous forme de pourcentage.
On arrondira le résultat à l'unité.
3. Fin décembre 2014, au cours d'un jeu télévisé, on a tiré au sort une voiture parmi les voitures « *diesel ou essence* » en circulation en France. On a proposé alors au propriétaire de la voiture tirée au sort de l'échanger contre un véhicule électrique neuf.
Le présentateur a téléphoné à Hugo, l'heureux propriétaire de la voiture tirée au sort.
Voici un extrait du dialogue (**document 2**) entre le présentateur et Hugo :

Document 2

Le présentateur : « Bonjour Hugo, quel âge a votre voiture ? »,
Hugo : « Là, elle a 7 ans ! ».
Le présentateur : « Et combien a-t-elle de kilomètres au compteur ? »,
Hugo : « Un peu plus de 100 000 km. Attendez, j'ai une facture du garage qui date d'hier ... elle a exactement 103 824 km »,
Le présentateur : « Ah ! Vous avez donc un véhicule diesel je pense ! »

À l'aide des données contenues dans le **document 1** et dans le **document 2** :

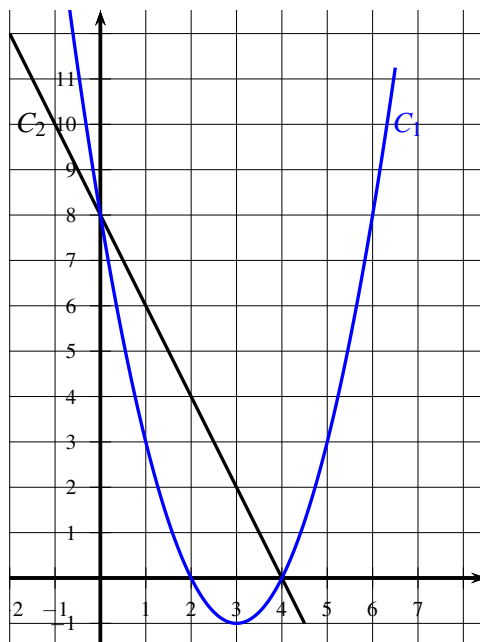
- 3.a Expliquer pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule *diesel*.
- 3.b Expliquer s'il est possible que la voiture de Hugo soit un véhicule *essence*.

Exercice 7

16 points

Les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions sont données dans le repère ci-dessous.

Une de ces deux fonctions est la fonction f définie par $f(x) = -2x + 8$.



1. Laquelle de ces deux représentations est celle de la fonction f ?
2. Que vaut $f(3)$?
3. Calculer le nombre qui a pour image 6 par la fonction f .
4. La feuille de calcul ci-dessous permet de calculer des images par la fonction f .

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$						

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite jusqu'à la cellule G2?

Brevet 2019 - Asie

Correction

Exercice 1

1. En partant du nombre de départ 1, Nina obtient successivement :
1 puis $1 - 1 = 0$ et $0 \times (-2) = 0$ enfin $0 + 2 = 2$

En partant du nombre de départ 1, Claire obtient successivement :

1 puis $-\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{1}{2}$ enfin $-\frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$. Or $4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

En prenant 1 au départ, Nina obtient bien un nombre quatre fois plus grand que celui de Claire.

2. *On peut utiliser deux méthodes : résolution d'équation ou remontée du programme à l'envers!*

Méthode de la remontée :

Le nombre final est 0. Comme en dernière étape Nina a ajouté 2, on enlève 2.

Donc $0 - 2 = -2$. Elle avait multiplié par -2 , nous allons diviser par -2 : $-2 \div (-2) = 1$.

Elle a commencé par soustraire 1, ajoutons 1 : $1 + 1 = 2$

Vérifions : on part de 2 puis $2 - 1 = 1$ et $1 \times (-2) = -2$ enfin $-2 + 2 = 0$. C'est bon !!

Méthode de l'équation :

Posons x le nombre de départ qui permet d'obtenir 0 à la fin.

On obtient successivement : x puis $x - 1$ et $(x - 1) \times (-2)$ enfin $-2(x - 1) + 2$. Il faut résoudre :

$$-2(x - 1) + 2 = 0$$

$$-2x + 2 + 2 = 0$$

$$-2x + 4 = 0$$

$$-2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-2}$$

$$x = 2$$

En prenant 2 comme nombre de départ Nina obtient 0 à la fin.

3. *Il faut cette fois-ci modéliser les programmes de Nina et Claire à l'aide d'une expression littérale.*

Posons x le nombre de départ pour les deux programmes.

Nous avons vu que Nina obtient $-2(x - 1) + 2 = -2x + 2 + 2 = -2x + 4$ à la fin.

Claire obtient successivement : x puis $-\frac{1}{2}x$ et $-\frac{1}{2}x + 1$

Testons la conjecture : $4 \left(-\frac{1}{2}x + 1 \right) = -\frac{4}{2}x + 4 = -2x + 4$. Nina a raison.

Exercice 2

Dans une lecture de tableau il est essentiel de prendre le temps de lire les unités d'expression des résultats.

1. En 1990 l'Union Européenne émettait 5 680,9 millions de tonnes de CO₂.

Il faut diminuer ce nombre de 21 %.

Méthode 1 :

$$5\,680,9 \times \frac{21}{100} = 1\,192,989 \text{ puis } 5\,680,9 - 1\,192,989 = 4\,487,911 \approx 4\,487,9$$

Méthode 2 :

On sait que diminuer une grandeur de 21 % revient à multiplier cette grandeur par $1 - \frac{21}{100} = 1 - 0,21 = 0,79$.
Or $5680,9 \times 0,79 = 4487,911 \approx 4487,9$

En 2013, l'Union Européenne émettait environ 4487,9 millions de tonnes de CO₂.

2. $\frac{2}{5} \times 549,4 = 219,76$. Donc diminuer de $\frac{2}{5}$ les émissions de 1990 revient à les ramener à $549,4 - 219,76 = 329,64$ en 2030.

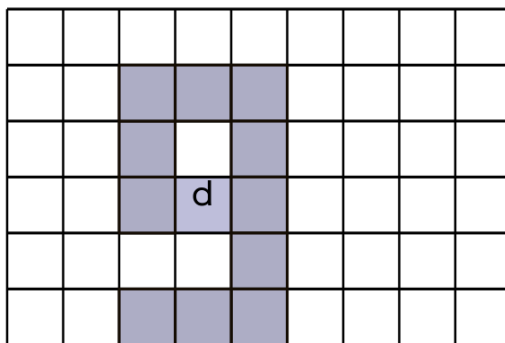
$\frac{1}{3} \times 490,2 = 163,4$. Donc diminuer de $\frac{1}{3}$ les émissions de 2013 revient à les ramener à $490,2 - 163,4 = 326,8$ en 2030.

Diminuer de deux cinquièmes les émissions de CO₂ de 1990 revient bien au tiers de celles de 2013!

Exercice 3

Depuis le temps que nous attendions un exercice d'algorithmique qui n'utilise pas Scratch... le voici. Nous sommes sur un langage assez proche du langage naturel et donc de la tortue (voir geotortue)

1.



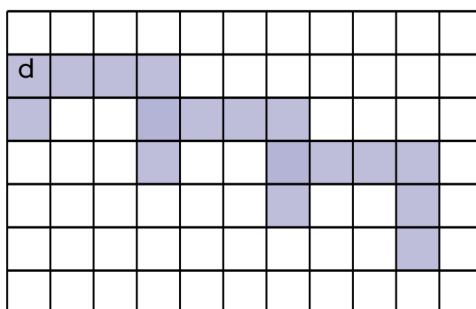
2.a Il s'agit du programme 2 : 3(1S 1N 3E 1S)

2.b Pour comprendre la différence entre les deux programmes on peut développer les programmes et ne les écrire qu'avec les prémisses *E W N* et *S*.

Programme 1 : *S N E E E S S N E E E S S N E E E S S* = 1S 3(1N 3E 2S)

Programme 2 : *S N E E E S S N E E E S S N E E E S* = 3(1S 1N 3E 1S)

On constate que la seule différence est le dernier *S* dans le programme 1 ce qui produit la figure suivante :



3. En partant de *d* il faut faire 1S puis 1E et une nouvelle fois 1E avant de remonter en 1N et on répète 4 fois !

Le nouveau programme est 4(1S 2E 1N) : on modifie 1E en 2E !

Exercice 4

Pour utiliser la notion de masse volumique, masse par unité de volume, il faut d'abord calculer le volume ! Attention à ce calcul, il faut penser utiliser le volume de deux cylindres. Attention aussi à passer du diamètre au rayon.

Ce cylindre creux en béton peut-être considéré comme un cylindre plein de 101 cm de diamètre soit 50,5 cm de rayon, auquel on a retiré un cylindre de 90 cm de diamètre soit 45 cm de rayon.

$$V_{\text{cylindre plein}} = \pi \times (50,5 \text{ cm})^2 \times 50 \text{ cm} = 127512,5\pi \text{ cm}^3 \approx 400592 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cylindre vide}} = \pi \times (45 \text{ cm})^2 \times 50 \text{ cm} = 101250\pi \text{ cm}^3 \approx 318086 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{beton}} = V_{\text{cylindre plein}} - V_{\text{cylindre vide}} = 127512,5\pi \text{ cm}^3 - 101250\pi \text{ cm}^3 = 26262,5\pi \text{ cm}^3 \approx 82506 \text{ cm}^3$$

La masse volumique du béton est de 2400 kg/m³ ce qui signifie que un volume de 1 m³ de béton a une masse de 2400 kg.

On sait que 1 m³ = 1000 dm³ = 1000000 cm³.

$$\text{Ainsi } V_{\text{beton}} \approx 82506 \text{ cm}^3 \approx 82,506 \text{ dm}^3 \approx 0,082506 \text{ m}^3$$

En faisant les calculs en utilisant le mètre pour unité dès le début, on s'évite bien des difficultés de conversion ! Il suffit de prendre respectivement à 0,505 m et 0,45 m pour les rayons des cylindres.

$$0,082506 \times 2400 \text{ kg} \approx 198 \text{ kg}$$

Un cylindre en béton a une masse de 198 kg. Sa remorque ne peut transporter que 500 kg à la fois. Or 500 = 2 × 198 + 104. Il ne peut donc transporter que 2 cylindres à la fois. Comme 5 = 2 × 2 + 1

Il devra faire 3 allers-retours !

Exercice 5

Cet exercice demande de caractériser correctement les carrés et rectangles.

1. D'après le codage, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu. Or on sait que :

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.

On constate par le codage que AC = 2 × 3,5 cm = 7 cm et que BD = 2 × 3,5 cm = 7 cm donc que AC = BD. Or on sait que :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

ABCD est un rectangle !

2. On sait qu'un carré est un rectangle puisqu'il possède quatre angles droits ! Un carré est également un losange puisqu'il a ses quatre côtés égaux ! Nous savons également que :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.

Vérifions si les diagonales de ABCD sont perpendiculaires. Dans le triangle ABO calculons et comparons OA² + OB² et AB²

$$OA^2 + OB^2 = 3,5^2 + 3,5^2$$

$$AB^2 = 5^2$$

$$OA^2 + OB^2 = 12,25 + 12,25$$

$$AB^2 = 25$$

$$OA^2 + OB^2 = 24,5$$

Ainsi OA² + OB² ≠ AB² d'après le **théorème contraposé de Pythagore** le triangle OAB n'est pas rectangle. Les diagonales du rectangle ABCD ne sont pas perpendiculaires.

ABCD n'est pas un carré.

Exercice 6

Attention encore à bien lire les unités des valeurs exprimées dans le tableau.

1. Il suffit de faire la somme : $19\,741 + 11\,784 = 31\,725$. Il y a donc 31 725 milliers de véhicules circulant en France en 2014 soit 31 725 000

Il y a bien 31 725 000 véhicules circulant en France en 2014.

2. On peut raisonner en milliers de véhicules sans changer la proportion. $\frac{11\,984}{31\,725} \approx 0,38$

Il y a environ 38 % de véhicules essence dans le parc en circulation en 2014.

3.a Calculons la distance annuelle parcourue en moyenne par Hugo avec son véhicule.

$\frac{103\,824 \text{ km}}{7} = 14\,832 \text{ km}$. D'après le document 1 cela correspond plus à la moyenne pour un véhicule diesel.

C'est pourquoi le présentateur pense que Hugo a un véhicule diesel.

3.b Si on considère l'expérience aléatoire qui consiste à choisir un véhicule au hasard de manière équiprobable parmi 31 725 000 de véhicules.

Dans ce cas la probabilité de choisir un véhicule essence est la proportion de la question 1.

Il y a donc environ 38 % de chance de choisir un véhicule essence et 62 % de chance de choisir un véhicule diesel.

Même si la probabilité de choisir un véhicule diesel est supérieure à celle de choisir un véhicule essence et même si le kilométrage annuel semble encore confirmer cette hypothèse, il est tout à fait possible que le véhicule d'Hugo soit un véhicule essence.

Le véhicule d'Hugo est peut-être un véhicule essence.

Un raisonnement bayésien à base de probabilités conditionnelles permettrait d'affiner ces calculs... mais cela dépasse largement le cadre d'un sujet de brevet!

Par exemple si on fait l'hypothèse qu'une voiture qui parcourt 14 823 km par an est dans 80 % des cas un véhicule diesel et dans 20 % des cas une voiture essence alors la probabilité qu'Hugo ait une voiture diesel connaissant son kilométrage est environ 87 %... tout cela n'empêche pas Hugo d'avoir un véhicule essence!

Exercice 7

1. La fonction $f(x) = -2x + 8$ est une fonction affine de coefficient directeur -2 et d'ordonnée à l'origine 8 .

Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par le point de coordonnées $(0; 8)$.

Cette droite « descend » car $-2 < 0$.

Inutile de donner tous ces arguments! Il suffit de dire de la représentation graphique d'une fonction affine est une droite pour conclure!

C_2 est bien la représentation graphique de f .

2. $f(3) = -2 \times 3 + 8 = -6 + 8 = 2$

C'est confirmé par le graphique où on constate que le point $(3; 2)$ appartient bien à la représentation graphique de f .

$f(3) = 2$

3. D'après le graphique c'est un nombre proche de 1. Démontrons cette conjecture. Il suffit de résoudre :

$$f(x) = 6$$

$$-2x + 8 = 6$$

$$-2x = 6 - 8$$

$$-2x = -2$$

$$x = 1$$

$f(1) = 6$

4. Il suffit d'écrire l'expression $-2x + 8$ en utilisant la case $B1$ à la place de x et en respectant la syntaxe tableur.

$= -2 * B1 + 8$ est à écrire dans la cellule $B2$ puis à recopier jusque $G2$.