Diplôme National du Brevet

Session 2019

Sujet Centres étrangers

Lundi 16 juin 2019

Mathématiques

Série Générale

Durée de l'épreuve : 2 heures - 100 points

Début de l'épreuve : 13h15 **Fin de l'épreuve : 15h15**

Aucune sortie ne sera autorisée avant la fin de l'épreuve.

Aucun prêt de matériel n'est autorisé.

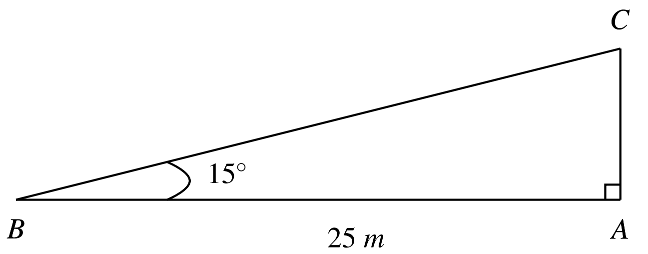
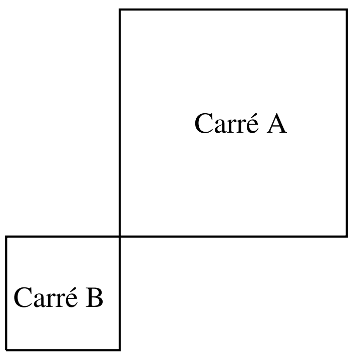
Ce sujet comporte 6 pages numérotées de la page 1/6 à la page 6/6.
Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
L'utilisation de la calculatrice est autorisée (*circ. 99-186 du 16 novembre 1999*)
Le sujet est constitué de huit exercices indépendants.
Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n° 1	15 points
Exercice n° 2	14 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	13 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	14 points
Exercice n° 7	14 points

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 *15 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie. Une bonne réponse rapporte 3 points ; aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 28 ?	4×7	2×14	$2^2 \times 7$
2. Un pantalon coûte 58 €. Quel est son prix en € après une réduction de 20 % ?	38	46,40	57,80
3. Quel est la longueur en *m* du côté $[AC]$, arrondie au dixième près. 	6,5	6,7	24,1
4. Quelle est la médiane de la série statistique suivante : 2, 5, 3, 12, 8, 6	5,5	6	10
5. Quel est le rapport de l'homothétie qui transforme le carré *A* en carré *B* ? 	−0,5	0,5	2

Exercice 2 *14 points*

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Ajouter le triple du nombre de départ
- Ajouter 2.

1. Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ, programme donne 6 comme résultat.

2. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ ?

3. On appelle x le nombre de départ, exprimer le résultat du programme en fonction de x.

4. Montrer que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+2)(x+1)$ pour toutes les valeurs de x.

5. La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme du calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	(x+2)(x+1)	6	2	0	0	2	6	12	20	30
3										

a. Quelle formule a été écrite dans la cellule $B2$ avant de l'étendre jusqu'à la cellule $J2$?

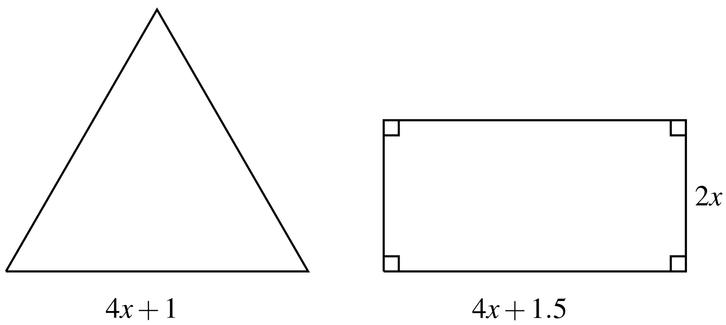
b. Trouver les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

Exercice 3 *16 points*

Partie 1

Dans cette partie toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère les deux figures ci-contre, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.



1. Construire le triangle équilatéral pour $x = 2$.

2.a Démontrer que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x+3$.

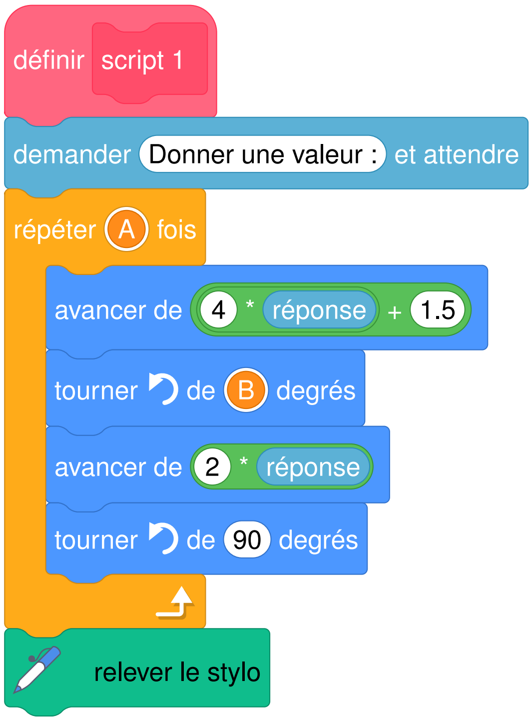
2.b Pour quelle valeur de x le périmètre du rectangle est égal à 18 cm ?

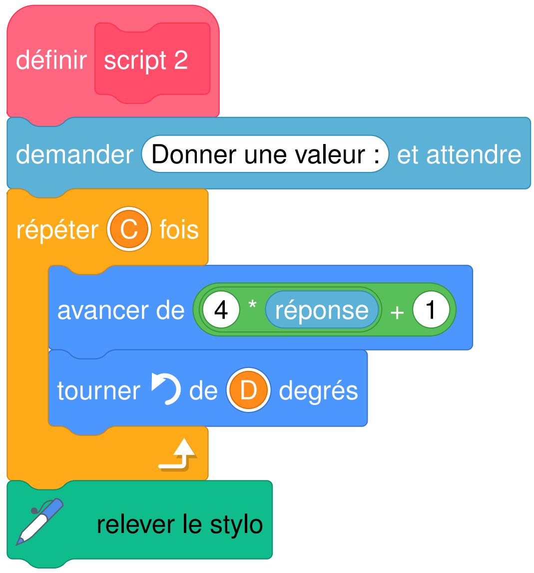
3. Est-il vrai que les deux figures ont le même périmètre pour toutes les valeurs de x ?
Justifier.

Partie 2

On crée les scripts (ci-contre) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la **Partie 1**.

Dans ces deux scripts, les lettres A, B,C et D remplacent des nombres.





Donner des valeurs de A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire mes figures de la **Partie 1** et préciser alors la figure associée à chacun des scripts.

Exercice 4

13 points

Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noire, blanche ou marron.

1. Compléter le tableau suivant sur **l'annexe 1** :

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

2. On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.

2.a Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?
2.b Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?
2.c Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?

3. Dans la vitrine du magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures dont 30 de couleur noire.
On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis on fait de même dans la vitrine du magasin B.

Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ?
Justifier.

Exercice 5 *14 points*

Dans l'exercice suivant, les figures ne sont pas à l'échelle.

Un décorateur a dessiné une vue de côté d'un meuble de rangement composé d'une structure métallique et de plateaux en bois d'épaisseur 2 *cm*, illustré par la figure 1.

Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l'un d'entre eux.

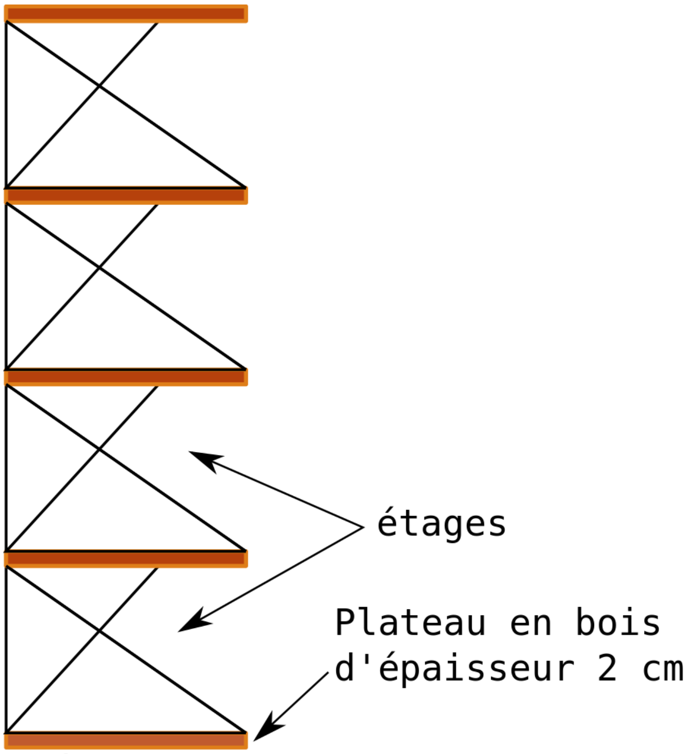


Figure 1

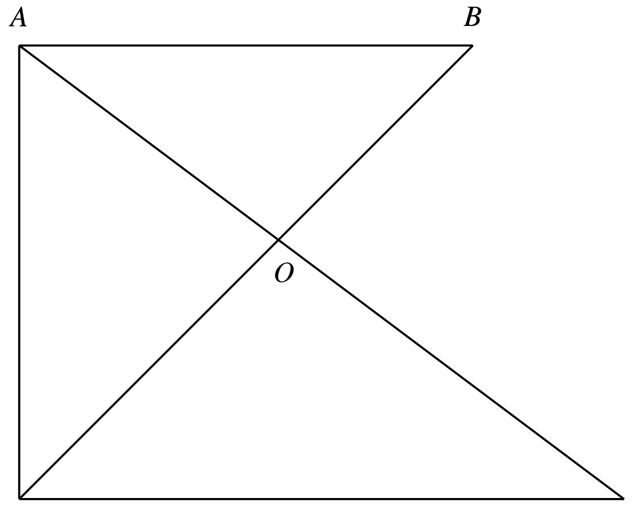


Figure 2

On donne :

- $0C = 48\ cm$; $OD = 64\ cm$; $OB = 27\ cm$; $OA = 36\ cm$ et $CD = 80\ cm$;
- les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

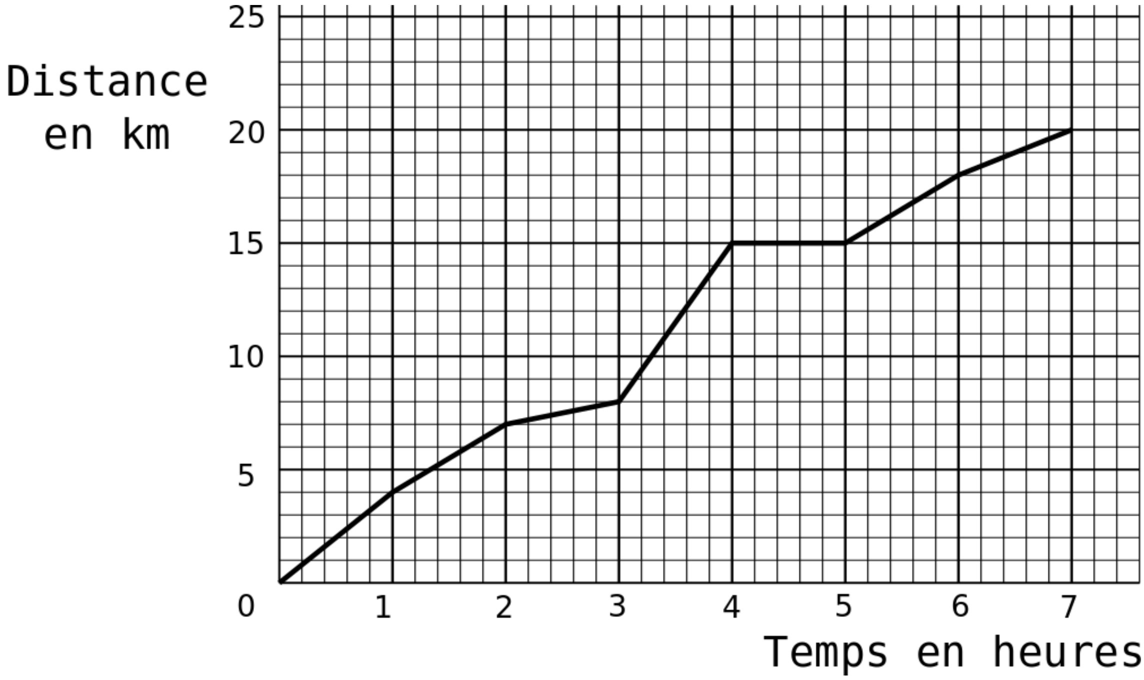
1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2. Montrer par le calcul que $AB = 45\ cm$.

3. Calculer la hauteur totale du meuble de rangement.

Exercice 6 *14 points*

Une famille a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en *km* en fonction du temps en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? Justifier la réponse.

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

2.a Quelle est la durée totale de cette randonnée ?

2.b Quelle distance cette famille a-t-elle parcourue au total ?

2.c Quelle est la distance parcourue au bout de 6 *h* de marche ?

2.d Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers km ?

2.e Que s'est-il passé entre la 4^eet la 5^eheure de randonnée ?

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée.
Cette famille est-elle expérimentée ? Justifier la réponse.

Exercice 7

14 points

Une famille désire acheter, pour les enfants, une piscine cylindrique hors sol équipée d'une pompe électrique. Elle compte l'utiliser cet été du mois de juin au mois de septembre inclus. Elle dispose d'un budget de 200 €.

À l'aide ds documents suivants, dire si le budget de cette famille est suffisant pour l'achet de cette piscine et les frais de fonctionnement.

Laisser toute trace de recherche, même si elle n'est pas aboutie.

Document 1

Caractéristiques techniques :

- Hauteur de l'eau : 65 cm
- Consommation électrique moyenne de la pompe : $3,42$ kWh par jour.
- Prix (piscine et pompe) : 80 €

Document 2

Prix d'un kWh : $0,15$ €.
Le kWh (kilowatt-heure) est l'unité de mesure de l'énergie électrique.

Document 3

Prix d'un m^3 d'eau : $2,03$ €.

Document 4

Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

où r est le rayon du cylindre et h sa hauteur.

Annexe

À rendre avec la copie.

Exercice 4

Modèle	**Pour la ville**	**Pour le sport**	**Total**
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

Brevet 2019 - Centres étrangers
Correction

Exercice 1

1. *$28 = 4 \times 7 = 2 \times 14$ mais ni 4 ni 14 ne sont des nombres premiers !*

$\boxed{\text{Question 1 : réponse C}}$

2. Méthode 1 :
$58 € \times \frac{20}{100} = 58 € \times 0,20 = 11,60 €$.
La réduction est donc de $11,60 €$.
$58 € - 11,60 € = 46,40 €$.

On peut aussi utiliser un tableau de proprotionnalité.

Méthode 2 : en appliquant le cours sur augmentation et diminution en pourcentage
Diminuer de 20 % une grandeur revient à la multiplier par le coefficient $1 - \frac{20}{100} = 1 - 0,20 = 0,80$

$58 € \times 0,80 = 46,40 €$.

$\boxed{\text{Question 2 : réponse B}}$

3. *C'est un exercice de trigonométrie !*
Le côté $[BC]$ est l'hypoténuse du triangle rectangle, le côté $[AB]$ est le côté adjacent à l'angle à $15°$ et le côté $[AC]$ est le côté opposé à cet angle. Comme on connaît la mesure du côté adjacent et que l'on souhaite la mesure du côté opposé, nous allons utiliser la tangente de l'angle à $15°$.

Dans le triangle ABC rectangle en A
$\tan 15° = \frac{AC}{25\ m}$ donc $AC = 25\ m \times \tan 15° \approx 6,7$

4. *Il faut classer le caractère étudié dans l'ordre croissant.*

Il y a 6 valeurs du caractère, une médiane est une valeur comprise entre la troisième et la quatrième.

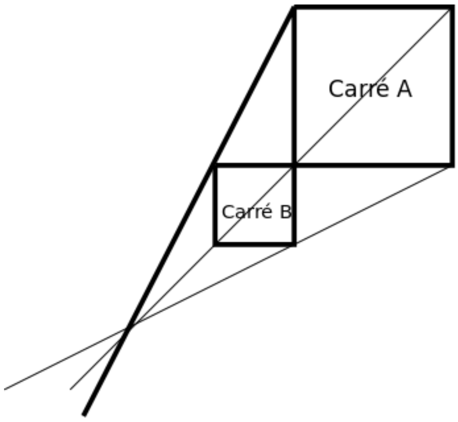
Le classement dans l'ordre croissant donne : 2, 3, 5, 6, 8, 12.
Il faut choisir une valeur entre 5 et 6. La moyenne des deux est une médiane : il s'agit de $\frac{5+6}{2} = 5,5$

Il est rare au brevet d'avoir un effectif pair ! Faire la moyenne des deux valeurs est un usage habituel, mais il y a d'autres interprétations...
$\boxed{\text{Question 4 : réponse A}}$

5. *Une homothétie de rapport négatif... que les enseignants ne devait traiter qu'en la montrant dans un logiciel de géométrie dynamique...*

Les deux carrés ont un sommet en commun. Il s'agit d'un point qui ne bouge pas dans cette transformation. D'après les propriétés de l'homothétie, ce point est le centre de l'homothétie. Ainsi les deux carrés sont de part et d'autre du centre de l'homothétie. Il s'agit donc d'une homothétie de rapport négatif.

$\boxed{\text{Question 5 : réponse A}}$
Mais on peut aussi imaginer une homothétie de rapport positif. Il suffit d'observer la figure suivante :



$\boxed{\text{Question 5 : réponse B}}$ .... et oui... deux réponses possibles !

Exercice 2

1. En prenant 1 au départ on obtient successivement : $1^2 = 1$ puis $1 + 3 \times 1 = 4$ et enfin $4 + 2 = 6$.

$\boxed{\text{En prenant 1 au départ on obtient bien 6 à la fin.}}$

2. En prenant -5 au départ on obtient successivement : $(-5)^2 = 25$ puis $25 + 3 \times (-5) = 25 - 15 = 10$ et enfin $10 + 2 = 12$.

$\boxed{\text{En prenant } -5 \text{ au départ on obtient 12 à la fin.}}$

3. Notons x le nombre de départ, on obtient : x^2 puis $x^2 + 3x$ et enfin $\boxed{x^2 + 3x + 2}$.

4. Développons : $A = (x+2)(x+1)$
$A = x^2 + 2x + x + 2$
$A = x^2 + 3x + 2$

$\boxed{\text{Pour toutes les valeurs de } x \text{ on a bien } x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)}$

5.a Il faut utiliser la syntaxe du tableur et la case $B1$ pour x.

$\boxed{\text{Il faut écrire } = (B1+2) * (B1+1) \text{ ou } = B1 * B1 + 3 * B1 + 2.}$

5.b Dans le tableau on constate qu'il y a déjà deux valeurs de x qui donnent 0 dans le programme.
Il s'agit de la valeur $x = -2$ et la valeur $x = -1$.

Pour les trouver toutes il faut cependant résoudre l'équation : $(x+1)(x+2) = 0$
On sait qu'**un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**
Il faut donc résoudre :

$x + 1 = 0$	$x + 2 = 0$
$x = -1$	$x = -2$

$\boxed{\text{Il y a deux valeurs qui conviennent : } x = -1 \text{ et } x = -2}$.

La résolutiond de l'équation prouve qu'il n'y a que deux solutions à ce problème... le tableau en toute rigueur ne suffit pas !

Exercice 3

Partie 1

1. Pour $x = 2$ alors $4x + 1 = 4 \times 2 + 1 = 9$.

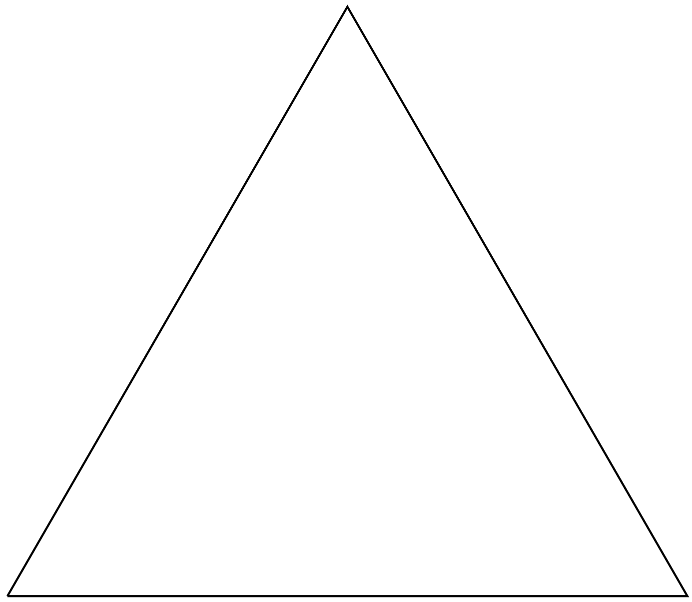
Il faut donc tracer un triangle équilatéral de 9 cm de côté.
On trace au crayon de papier en laissant les traces de constructions... donc les arcs tracés au compas !

2.a Une mesure du rectangle est $4x+1,5$ et l'autre $2x$ où x est un nombre positif.
Calculons le périmètre : $P = 2\times(4x+1,5+2x) = 2(6x+1,5) = 12x+3$

$\boxed{\text{Le périmètre peut en effet s'écrire } 12x+3.}$

2.b Il faut résoudre l'équation :

$$12x+3 = 18$$
$$12x = 18-3$$
$$12x = 15$$
$$x = \frac{15}{12}$$
$$x = \frac{5}{4}$$
$$x = 1,25$$



Vérifions : Pour $x = 1,25$ $4x+1,5 = 4\times 1,25+1,5 = 6,5$ et $2x = 2,5$
Le périmètre mesure donc : $2(6,5\ cm+2,5\ cm) = 2\times 9\ cm = 18\ cm$

$\boxed{\text{Pour } x = 1,25 \text{ le périmètre du rectangle mesure } 18\ cm.}$

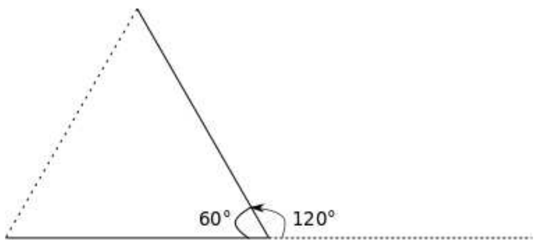
3. En fonction de x, le périmètre du rectangle s'exprime ainsi : $12x+3$
Pour le triangle équilatéral, il faut développer : $3\times(4x+1) = 12x+3$

$\boxed{\text{Pour toutes les valeurs de } x \text{ ces deux figures ont le même périmètre.}}$

Partie 2

En observant le premier script on comprend qu'il concerne le tracé du rectangle. On remarque les grandeurs $4x+1,5$ et $2x$ ainsi qu'un angle à 90°.
Le second script correspond donc au triangle équilatéral.

Dans la boucle répéter du script 1 on remarque la mesure de la longueur et de la largeur. Donc en un tour de boucle on trace une longueur et une largeur. Il faut donc répéter cette boucle 2 fois. Donc $A = 2$.
$B = 90$ car nous sommes dans un rectangle.
Dans le second script, la boucle répéter contient le tracé d'un segment et une rotation. Il faut donc répéter cette boucle 3 fois. $C = 3$.
Dans un triangle équilatéral on sait que les angles sont égaux chacun au tiers de 180° soit 60°.
On arrive ainsi à la situation suivante :



Ainsi $D = 120$

$\boxed{A = 2, B = 90, C = 3 \text{ et } D = 120}$

Exercice 4

1. Le nombre de modéles noirs pour la ville : $20-5 = 15$.
On en déduit ensuite le nombre de modèles marrons pour la ville : $27-(7+15) = 27-22 = 5$.
Le nombre de chassures de sports : $45-27 = 18$.
Les chaussures blanches de sport sont donc : $18-(5+3) = 10$.
Reste à faire les sommes pour la dernière colonne...

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir	15	5	20
Blanc	7	10	17
Marron	5	3	8
Total	27	18	45

2. L'expérience aléatoire consiste à choisir un modèle au hasard parmi 45 modèles équiprobables possibles.

2.a Il y a 20 modèles noirs. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{20}{45} = \frac{4}{9} \approx 0,44s \text{ soit } 44\%.}$

2.b Il y a 18 modèles sport. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{18}{45} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ soit } 40\%.}$

2.c Il y a 5 modèles de ville marron. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{5}{45} = \frac{1}{9} \approx 0,11 \text{ soit } 11\%.}$

3. Dans le magasin B il y a 30 modèles noirs pour 54 modèles.
La probabilité d'obtenir un modèle noir dans ce magasin est donc $\frac{30}{54} = \frac{5}{9}$
Or dans le magasin A d'après **2.a** cette probabilité est $\frac{4}{9}$

$\boxed{\text{On a plus de chance dans le magasin } B.}$

Exercice 5

1. *On pense au théorème contraposé ou réciproque de Thalès.*

Comparons les quotients : $\frac{OA}{OD}$ et $\frac{OB}{OC}$

$\frac{OA}{OD} = \frac{36\ m}{64\ m}$
$\frac{OA}{OD} = \frac{9}{16}$
Simplification par 4

$\frac{OB}{OC} = \frac{27\ m}{48\ m}$
$\frac{OB}{OC} = \frac{9}{16}$
Simplification par 3

Comme $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$ et que les points O, A et D sont alignés et dans le même ordre que les points alignés O, B et C, d'après **le théorème réciproque de Thalès** affirme que $\boxed{\text{les droites } (AB) \text{ et } (CD) \text{ sont parallèles}}$.

2. *On pense au théorème de Thalès.*

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en O.
Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC} = \frac{AB}{CD}$$
$$\frac{9}{16}\frac{AB}{80\ cm}$$

Ainsi $AB = \frac{80\ cm \times 9}{16} = 45\ cm$

$\boxed{\text{On a bien } AB = 45\ cm.}$

3. *On pense au théorème de Pythagore.*

On sait que les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.
Or les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

On sait que **si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**
Donc (AC) et (AB) sont perpendiculaires et le triangle ABC est rectangle en A.

Il est indispensable de démontrer que le triangle est rectangle.

Dans le triangle ABC rectangle A, d'après **le théorème de Pythagore** :
$BC = OB + OC = 48\ m + 27\ m = 75\ m$ car les points sont alignés.

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$45^2 + AC^{=} 75^2$$

$$2\ 025 + AC^2 = 5\ 625$$

$$AC^2 = 5\ 625 - 2\ 025$$

$$AC^2 = 3\ 600$$

$$AC = \sqrt{3\ 600}$$

$$AC = 60$$

La hauteur du meuble est constitué de quatre fois la longueur AC et 5 épaisseurs de bois de 2 cm.
Cette hauteur mesure donc : $4 \times 60\ cm + 5 \times 2\ cm = 240\ cm + 10\ cm = 250\ cm$

$\boxed{\text{Cette étagère mesure } 250\ cm = 2{,}50\ m.}$

Exercice 6

1. Lorsque deux grandeurs proportionnelles la représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

$\boxed{\text{Ce graphique ne traduit pas une situation de proportionnalité.}}$

2.a $\boxed{\text{Cette randonnée dure } 7\ h.}$

2.b $\boxed{\text{Cette famille a parcouru } 20\ km.}$

2.c En ordonnée une graduation correspond à 1 km.
$\boxed{\text{Au bout de } 6\ h \text{ cette famille a parcouru } 18\ km.}$

2.d En abscisse une graduation correspond à un cinquième d'heure soit $60\ min \frac{1}{5} = 12\ min$

$\boxed{\text{Les 8 premiers kilomètres ont été parcouru en } 3\ h.}$

2.e La distance n'a pas changé pendant cette heure. $\boxed{\text{Ils ont fait une pause.}}$

3. Cette famille a parcouru 20 km en 7 h.
$20\ km \div 7 \approx 2{,}86\ km$ soit une moyenne de $2{,}86\ km/h$.

$\boxed{\text{Cette famille n'est clairement pas expérimentée !}}$

Exercice 7

La difficulté consiste à déterminer les étapes nécessaires à la résolution du problème.

Achat de la piscine : 80 €.

Prix de l'eau :
Il faut calculer le volume d'eau dans la piscine. Quand elle est pleine, l'eau à la forme d'un cylindre de hauteur 65 cm et de rayon $260\ cm \div 2 = 130\ cm$.

$V_{eau} = \pi \times (130\ cm)^2 \times 65\ cm \approx 3\ 451\ 040\ cm^3$

$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^2 = 1\ 000\ 000\ cm^3$ donc $V_{eau} \approx 3,451\ m^3$

Dans le document 3 on apprend que le prix de 1 m^3 d'eau est $2,03$ €.
$3,451 \times 2,03$ € ≈ 7 €.

Le prix de l'électricité :
La piscine fonctionne en juin (30 jours), juillet (31 jours), août (31 jours) et septembre (30 jours), soit 122 jours.
La pompe consomme $3,42\ kWh$ par jour soit $3,42\ kWh \times 122 = 417,24\ kWh$.
D'après le document 2, 1 kWh coûte $0,15$ €.
$417,24 \times 0,15$ € $\approx 62,69$ €.

Bilan :
80 € +7 € +62,69 € = 149,69 €.

$\boxed{\text{Le budget de cette famille est donc suffisant !}}$