

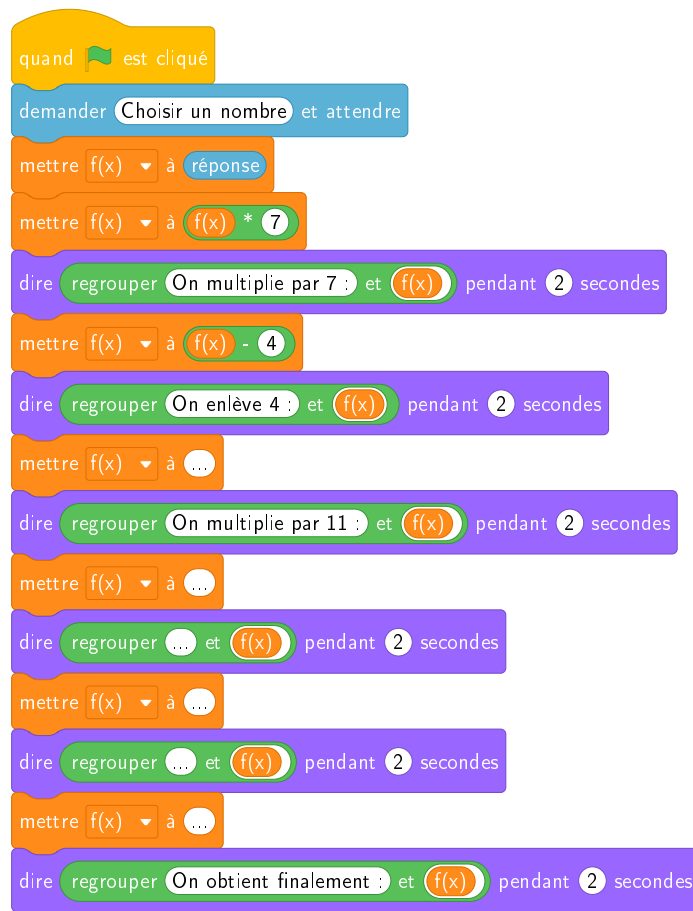
## SITUATION INITIALE : Tour de magie et programme de calcul

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- le multiplier par 7;
- enlever 4;
- multiplier le tout par 11;
- ajouter 50;
- multiplier le tout par 13;
- enlever 78.

1. Tester ce programme de calcul avec trois nombres entiers positifs inférieurs à 100 de votre choix.
2. Que constatez-vous? Quelle conjecture pouvez-vous faire?
3. On note  $x$  le nombre entier de départ inférieur à 100 et on note  $f(x)$  le résultat obtenu à la fin du programme. Quelle est l'expression de  $f$  en fonction de  $x$ .
4. Développer et réduire  $f(x)$  et expliquer la conjecture de la question 2.

Voici le programme Scratch qui correspond à ce programme de calcul :



5. Compléter les parties manquantes de ce programme.

---

## I — La distributivité

---

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition. Cela signifie que le produit d'une somme est égal à la somme des produits.

Plus généralement :

 **DÉFINITION 5.1 :** Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

$a, b$  et  $k$  des nombres quelconques.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

### VOCABULAIRE :

- **Développer** une expression revient à écrire un produit de plusieurs facteurs sous forme d'une somme de termes.
- **Factoriser** une expression revient à écrire une somme de termes sous forme d'un produit de plusieurs facteurs.

### EXEMPLES :

La distributivité est utilisé pour faciliter le calcul mental.

$$78 \times 99 = 78 \times (100 - 1) = 78 \times 100 - 78 \times 1 = 7\,800 - 78 = 7\,722$$

---

## II — Développer et réduire un expression littérale

---



---

## III — Factoriser avec un facteur commun

---



---

## IV — Initiation au calcul littéral

---



---

## V — Résoudre une équation produit

---

---

## VI — Annexes

---

### I Exercices

#### EXERCICE N° 5.1 : Un exercice



## **2 Évaluations**

# Évaluation de mathématiques

## QUESTION DE COURS

Recopier sur votre copie les trois identités remarquables.

## EXERCICE 1

Développer les expressions suivantes :

$$A = (x + 6)^2$$

$$D = (5x - 3)^2$$

$$G = (5x + 10)(5x - 10)$$

$$B = (3x - 7)^2$$

$$E = (6x + 8)^2$$

$$H = (7x - 9)^2$$

$$C = (4x - 3)(4x + 3)$$

$$F = (7x + 8)(7x - 8)$$

$$I = (4x + 8)^2$$

## EXERCICE 2

On pose  $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$ .

1. Développer et réduire  $f(x)$ .
2. Factoriser  $f(x)$ .
3. Calculer  $f(-1)$  et  $f(2)$ .
4. Résoudre l'équation  $(5x - 8)(-2x - 11) = 0$ .
5. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction  $f$ .

## EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- Le multiplier par 9;
- Ajouter 30;
- Multiplier le tout par le nombre de départ;
- Ajouter 25.

1. Montrer qu'en choisissant  $-2$  pour nombre de départ on obtient 1 à la fin.
2. Utiliser ce programme de calcul en prenant 3 puis 5 comme nombre de départ.

On appelle  $g$  la fonction qui a un nombre de départ  $x$  donne le résultat final  $g(x)$ .

3. Donner l'expression de  $g(x)$  et montrer en développant que  $g(x) = 9x^2 + 30x + 25$ .
4. Développer  $(3x + 5)^2$ .
5. Expliquer pourquoi quand on choisit un nombre entier au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre entier.
6. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 0 à la fin?

# Évaluation de mathématiques – Correction

## QUESTION DE COURS

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

## EXERCICE 1

Développer les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36 & D &= (5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9 & G &= (5x + 10)(5x - 10) = 25x^2 - 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3x - 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49 & E &= (6x + 8)^2 = 36x^2 + 96x + 64 & H &= (7x - 9)^2 = 49x^2 - 126x + 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (4x - 3)(4x + 3) = 16x^2 - 9 & F &= (7x + 8)(7x - 8) = 49x^2 - 64 & I &= (4x + 8)^2 = 16x^2 + 64x + 64 \end{aligned}$$

## EXERCICE 2

1.  $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$ .

$$f(x) = 25x^2 - 80x + 64 - (35x^2 + 15x - 56x - 24)$$

$$f(x) = 25x^2 - 80x + 64 - 35x^2 - 15x + 56x + 24$$

$$f(x) = -10x^2 - 39x + 88$$

2.  $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$

$$f(x) = (5x - 8)[(5x - 8) - (7x + 3)]$$

$$f(x) = (5x - 8)(5x - 8 - 7x - 3)$$

$$f(x) = (5x - 8)(-2x - 11)$$

3.  $f(-1) = -10 \times (-1)^2 - 39 \times (-1) + 88$  donc  $f(-1) = -10 + 39 + 88 = 116$

$$f(2) = -10 \times 2^2 - 39 \times 2 + 88 \text{ donc } f(2) = -10 \times 4 - 78 + 88 = -40 + 10 = -30$$

4. Résoudre l'équation  $(5x - 8)(-2x - 11) = 0$

Un produit de facteurs est nul à la seule condition que l'un des facteurs soit nul.

$$5x - 8 = 0$$

$$5x = 8$$

$$5x - 8 + 8 = 0 + 8$$

$$x$$

5. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction  $f$ .

## EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- Le multiplier par 9;
- Ajouter 30;
- Multiplier le tout par le nombre de départ;
- Ajouter 25.

1. Montrer qu'en choisissant  $-2$  pour nombre de départ on obtient 1 à la fin.

2. Utiliser ce programme de calcul en prenant 3 puis 5 comme nombre de départ.

On appelle  $g$  la fonction qui a un nombre de départ  $x$  donne le résultat final  $g(x)$ .

3. Donner l'expression de  $g(x)$  et montrer en développant que  $g(x) = 9x^2 + 30x + 25$ .

4. Développer  $(3x + 5)^2$ .

5. Expliquer pourquoi quand on choisit un nombre entier au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre entier.

6. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 0 à la fin ?

# CALCUL LITTÉRAL

## LA DISTRIBUTIVITÉ

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.  
Plus précisément, si  $a$ ,  $b$  et  $k$  sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a + b)}_{\text{Produit}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{Somme}}$$

DÉVELOPPER

← FACTORISER →

## RÉDUIRE UNE EXPRESSION :

Cela revient à effectuer les sommes des termes de même nature en factorisant.

$$A = 3x - 2x^2 + 7 - 6x + 10x^2 + 9$$

$$A = x^2 \times (-2 + 10) + x \times (3 - 6) + 7 + 9 \text{ (on n'écrit pas cette étape)}$$

$$A = 8x^2 - 3x + 9$$

## EXEMPLES :

Développer et réduire :

$$B = 3x(5x - 1) - 3(-2x + 5) - 5x^2$$

$$B = 15x^2 - 3x + 6x - 15 - 5x^2$$

$$B = 10x^2 + 3x - 15 \text{ (somme de trois termes)}$$

Factoriser :

$$C = 15x + 10x^2$$

$$C = 5x \times 3 + 5x \times 2x$$

$$C = 5x(3 + 2x) \text{ (produit de deux facteurs)}$$

## LA DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition on peut développer des expressions plus complexes.

Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  sont des nombres alors

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On a distribué deux fois : le  $a$  puis le  $b$ .

Cette formule n'est pas à apprendre... mais à comprendre!

## DÉVELOPPER ET RÉDUIRE DES EXPRESSIONS COMPLEXES :

$$D = (x - 3)(2x - 1) + (5x + 3)(4x + 1)$$

$$D = (2x^2 - x - 6x + 3) + (20x^2 + 5x + 12x + 3)$$

$$D = 2x^2 - 7x + 3 + 20x^2 + 17x + 3$$

$$D = 22x^2 + 10x + 6$$

$$E = (3x + 7)(5x - 2) - (3x + 8)(1 - 2x)$$

**Z** Le signe  $-$  entre les deux produits!

$$E = (15x^2 - 6x + 35x - 14) - (3x - 6x^2 + 8 - 16x)$$

$$E = 15x^2 + 29x - 14 - 3x + 6x^2 - 8 + 16x$$

$$E = 21x^2 + 42x - 22$$

## FACTORISER DES EXPRESSIONS COMPLEXES :

$$F = (3x - 7)(5x - 1) - (3x - 7)(2x + 1)$$

$$F = (3x - 7)[(5x - 1) - (2x + 1)]$$

$$F = (3x - 7)(5x - 1 - 2x - 1)$$

$$F = (3x - 7)(3x - 2)$$

$$G = (6x - 3)^2 + (6x - 3)$$

$$G = (6x - 3)(6x - 3) + (6x - 3) \times 1$$

$$G = (6x - 3)[(6x - 3) + 1]$$

$$G = (6x - 3)(6x - 3 - 1)$$

$$G = (6x - 3)(6x - 4)$$

## LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Si  $a$  et  $b$  sont des nombres alors

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

## USAGE DES IDENTITÉS REMARQUABLES :

Développer et réduire :

$$H = (x + 4)^2$$

$$H = x^2 + 8x + 16$$

$$I = (5x - 3)^2$$

$$I = 25x^2 - 30x + 9$$

$$J = (6x + 3)(6x - 3)$$

$$J = 36x^2 - 9$$

Factoriser

$$K = 25x^2 - 36$$

$$K = (5x)^2 - 6^2$$

$$K = (5x + 6)(5x - 6)$$

$$L = (3x - 2)^2 - (7x + 5)^2$$

$$L = [(3x - 2) + (7x + 5)][(3x - 2) - (7x + 5)]$$

$$L = (3x - 2 + 7x + 5)(3x - 2 - 7x - 5)$$

$$L = (10x + 3)(-4x - 7)$$





# CHAPITRE 6



---

## PROPORTIONNALITÉ ET FONCTION LINÉAIRE

---

Tous le reste

**Plan du cours :**

a

**Programme (BO n° 30 du 26-7-2018) :**

— a

**Compétences :**

— a