

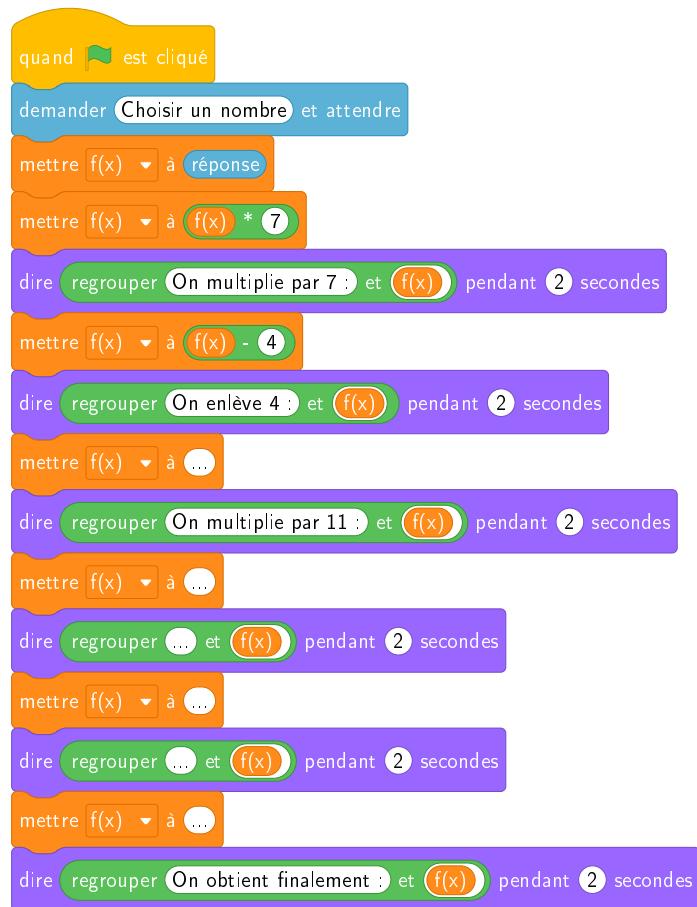
SITUATION INITIALE : Tour de magie et programme de calcul

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- le multiplier par 7;
- enlever 4;
- multiplier le tout par 11;
- ajouter 50;
- multiplier le tout par 13;
- enlever 78.

1. Tester ce programme de calcul avec trois nombres entiers positifs inférieurs à 100 de votre choix.
2. Que constatez-vous ? Quelle conjecture pouvez-vous faire ?
3. On note x le nombre entier de départ inférieur à 100 et on note $f(x)$ le résultat obtenu à la fin du programme. Quelle est l'expression de f en fonction de x ?
4. Développer et réduire $f(x)$ et expliquer la conjecture de la question 2.

Voici le programme Scratch qui correspond à ce programme de calcul :



5. Compléter les parties manquantes de ce programme.

I — La distributivité

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition. Cela signifie que le produit d'une somme est égal à la somme des produits.

Plus généralement :

 **DÉFINITION 5.1 : Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition**

a , b et k des nombres quelconques.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

VOCABULAIRE :

- **Développer** une expression revient à écrire un produit de plusieurs facteurs sous forme d'une somme de termes.
- **Factoriser** une expression revient à écrire une somme de termes sous forme d'un produit de plusieurs facteurs.

EXEMPLES :

La distributivité est utilisé pour faciliter le calcul mental.

$$78 \times 99 = 78 \times (100 - 1) = 78 \times 100 - 78 \times 1 = 7\,800 - 78 = 7\,722$$

II — Développer et réduire un expression littérale

III — Factoriser avec un facteur commun

IV — Initiation au calcul littéral

V — Résoudre une équation produit

VI — Annexes

I Exercices

EXERCICE N° 5.I : Un exercice



2 Évaluations

Évaluation de mathématiques

QUESTION DE COURS

Recopier sur votre copie les trois identités remarquables.

EXERCICE 1

Développer les expressions suivantes :

$$A = (x + 6)^2$$

$$D = (5x - 3)^2$$

$$G = (5x + 10)(5x - 10)$$

$$B = (3x - 7)^2$$

$$E = (6x + 8)^2$$

$$H = (7x - 9)^2$$

$$C = (4x - 3)(4x + 3)$$

$$F = (7x + 8)(7x - 8)$$

$$I = (4x + 8)^2$$

EXERCICE 2

On pose $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Calculer $f(-1)$ et $f(2)$.
4. Résoudre l'équation $(5x - 8)(-2x - 11) = 0$.
5. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f .

EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
 - Le multiplier par 9;
 - Ajouter 30;
 - Multiplier le tout par le nombre de départ;
 - Ajouter 25.

1. Montrer qu'en choisissant -2 pour nombre de départ on obtient 1 à la fin.
 2. Utiliser ce programme de calcul en prenant 3 puis 5 comme nombre de départ.
- On appelle g la fonction qui à un nombre de départ x donne le résultat final $g(x)$.
3. Donner l'expression de $g(x)$ et montrer en développant que $g(x) = 9x^2 + 30x + 25$.
 4. Développer $(3x + 5)^2$.
 5. Expliquer pourquoi quand on choisit un nombre entier au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre entier.
 6. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 0 à la fin ?

Évaluation de mathématiques – Correction

QUESTION DE COURS

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

EXERCICE I

Développer les expressions suivantes :

$$A = (x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36 \quad D = (5x - 3)^2 = 25x^2 - 30x + 9 \quad G = (5x + 10)(5x - 10) = 25x^2 - 100$$

$$B = (3x - 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49 \quad E = (6x - 8)^2 = 36x^2 + 96x + 64 \quad H = (7x - 9)^2 = 49x^2 - 126x + 81$$

$$C = (4x - 3)(4x + 3) = 16x^2 - 9 \quad F = (7x + 8)(7x - 8) = 49x^2 - 64 \quad I = (4x + 8)^2 = 16x^2 + 64x + 64$$

EXERCICE 2

1. $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$.

$$f(x) = 25x^2 - 80x + 64 - (35x^2 + 15x - 56x - 24)$$

$$f(x) = 25x^2 - 80x + 64 - 35x^2 - 15x + 56x + 24$$

$$f(x) = -10x^2 - 39x + 88$$

2. $f(x) = (5x - 8)^2 - (5x - 8)(7x + 3)$

$$f(x) = (5x - 8)[(5x - 8) - (7x + 3)]$$

$$f(x) = (5x - 8)(5x - 8 - 7x - 3)$$

$$f(x) = (5x - 8)(-2x - 11)$$

3. $f(-1) = -10 \times (-1)^2 - 39 \times (-1) + 88$ donc $f(-1) = -10 + 39 + 88 = 116$

$$f(2) = -10 \times 2^2 - 39 \times 2 + 88 \text{ donc } f(2) = -10 \times 4 - 78 + 88 = -40 + 10 = -30$$

4. Résoudre l'équation $(5x - 8)(-2x - 11) = 0$

Un produit de facteurs est nul à la seule condition que l'un des facteurs soit nul.

$$5x - 8 = 0$$

$$5x = 8$$

$$5x - 8 + 8 = 0 + 8$$

$$x$$

5. Quels sont les antécédents de 0 par la fonction f .

EXERCICE 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre;
- Le multiplier par 9;
- Ajouter 30;
- Multiplier le tout par le nombre de départ;
- Ajouter 25.

1. Montrer qu'en choisissant -2 pour nombre de départ on obtient 1 à la fin.

2. Utiliser ce programme de calcul en prenant 3 puis 5 comme nombre de départ.

On appelle g la fonction qui à un nombre de départ x donne le résultat final $g(x)$.

3. Donner l'expression de $g(x)$ et montrer en développant que $g(x) = 9x^2 + 30x + 25$.

4. Développer $(3x + 5)^2$.

5. Expliquer pourquoi quand on choisit un nombre entier au départ le résultat est toujours le carré d'un nombre entier.

6. Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir 0 à la fin ?

CALCUL LITTÉRAL

LA DISTRIBUTIVITÉ

La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.
Plus précisement, si a , b et k sont des nombres alors

$$\underbrace{k \times (a + b)}_{\substack{\text{Produit} \\ \text{DÉVELOPPER}}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\substack{\text{Somme} \\ \text{FACTORIZER}}}$$

RÉDUIRE UNE EXPRESSION :

Cela revient à effectuer les sommes des termes de même nature en factorisant.

$$A = 3x - 2x^2 + 7 - 6x + 10x^2 + 9$$

$$A = x^2 \times (-2 + 10) + x \times (3 - 6) + 7 + 9 \text{ (on n'écrit pas cette étape)}$$

$$A = 8x^2 - 3x + 9$$

EXEMPLES :

Développer et réduire :

$$B = 3x(5x - 1) - 3(-2x + 5) - 5x^2$$

$$B = 15x^2 - 3x + 6x - 15 - 5x^2$$

$B = 10x^2 + 3x - 15$ (somme de trois termes)

Factoriser :

$$C = 15x + 10x^2$$

$$C = 5x \times 3 + 5x \times 2x$$

$C = 5x(3 + 2x)$ (produit de deux facteurs)

LA DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ

En utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition on peut développer des expressions plus complexes.

Si a , b , c , d sont des nombres alors

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

On a distribué deux fois : le a puis le b .

Cette formule n'est pas à apprendre... mais à comprendre!

DÉVELOPPER ET RÉDUIRE DES EXPRESSIONS COMPLEXES :

$$D = (x - 3)(2x - 1) + (5x + 3)(4x + 1)$$

$$D = (2x^2 - x - 6x + 3) + (20x^2 + 5x + 12x + 3)$$

$$D = 2x^2 - 7x + 3 + 20x^2 + 17x + 3$$

$$D = 22x^2 + 10x + 6$$

$$E = (3x + 7)(5x - 2) - (3x + 8)(1 - 2x)$$

Le signe $-$ entre les deux produits!

$$E = (15x^2 - 6x + 35x - 14) - (3x - 6x^2 + 8 - 16x)$$

$$E = 15x^2 + 29x - 14 - 3x + 6x^2 - 8 + 16x$$

$$E = 21x^2 + 42x - 22$$

FACTORISER DES EXPRESSIONS COMPLEXES :

$$F = (3x - 7)(5x - 1) - (3x - 7)(2x + 1)$$

$$F = (3x - 7) [(5x - 1) - (2x + 1)]$$

$$F = (3x - 7)(5x - 1 - 2x - 1)$$

$$F = (3x - 7)(3x - 2)$$

$$G = (6x - 3)^2 + (6x - 3)$$

$$G = (6x - 3)(6x - 3) + (6x - 3) \times 1$$

$$G = (6x - 3) [(6x - 3) + 1]$$

$$G = (6x - 3)(6x - 3 - 1)$$

$$G = (6x - 3)(6x - 4)$$

LES IDENTITÉS REMARQUABLES

Si a et b sont des nombres alors

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

USAGE DES IDENTITÉS REMARQUABLES :

Développer et réduire :

$$H = (x + 4)^2$$

$$H = x^2 + 8x + 16$$

$$I = (5x - 3)^2$$

$$I = 25x^2 - 30x + 9$$

$$J = (6x + 3)(6x - 3)$$

$$J = 36x^2 - 9$$

Factoriser

$$K = 25x^2 - 36$$

$$K = (5x)^2 - 6^2$$

$$K = (5x + 6)(5x - 6)$$

$$L = (3x - 2)^2 - (7x + 5)^2$$

$$L = [(3x - 2) + (7x + 5)][(3x - 2) - (7x + 5)]$$

$$L = (3x - 2 + 7x + 5)(3x - 2 - 7x - 5)$$

$$L = (10x + 3)(-4x - 7)$$

CHAPITRE 6



PROPORTIONNALITÉ ET FONCTION LINÉAIRE

Tous le reste

Plan du cours :

a

Programme (BO n° 30 du 26-7-2018) :

— a

Compétences :

— a