Chapitre 5

Les nombres relatifs – Produit et quotient

À rédiger !

Plan du cours :

À rédiger !

Programme (*BO n° 30 du 26-7-2018*) :

– À rédiger !

Compétences :

– À rédiger !

I — Produit des nombres relatifs

Propriété 5.1 : Produit de deux nombres relatifs

La distance à zéro du produit de deux nombres relatifs est égale au produit des distances à zéro des deux facteurs.
- le produit de deux nombres de même signe est positif ;
- le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.

Démonstration :

Démontrons ce résultat sur un exemple générique.[1]
- produit de deux nombres positifs : $P = (+5) \times (+7)$
  C'est le produit usuel.
  $P = 35$.
- produit d'un nombre positif par un nombre négatif : $P = (+5) \times (-7)$
  Calculons $A = (+5) \times ((-7) + (+7)) = (+5) \times 0 = 0$
  En distribuant $(+5)$, $A = (+5) \times (-7) + (+5) \times (+7) = 0$
  Ainsi $(+5) \times (-7)$ est l'opposé de $(+5) \times (+7) = (+35)$
  $P = (-35)$
- produit d'un nombre négatif par un nombre positif : $P = (-5) \times (+7)$
  Comme la multiplication est commutative, $P = (+7) \times (-5) = -35$ d'après le cas précédent.
  $P = (-35)$
- produit de deux nombres négatif : $P = (-5) \times (-7)$
  Calculons $A = (-5) \times ((-7) + (+7)) = (-5) \times 0 = 0$
  En distribuant (-5), $A = (-5) \times (-7) + (-5) \times (+7) = 0$
  Ainsi $(-5) \times (-7)$ est l'opposé de $(-5) \times (+7) = (-35)$
  $P = (+35)$

CQFD

Exemples :

$(-5) \times (+8) = (-40)$ [2]

On peut maintenant aborder des expressions plus complexes en utilisant les règles de priorités usuelles :

$A = (-5) \times (+7) + (-7) \times (-3)$

$A = -35 + 21$

$A = -14$

$B = (1 - 5 \times 2)(-7 \underbrace{-5 \times 2}_{\text{on effectue} -5\times 2})$

$B = (1 - 10)(-7 - 10)$

$B = -9 \times -17$

$B = 153$

$C = (-3 \times 5 - 5 \times (-2))\,(3 \times (-5) - 6 \times 3)$

$C = (-15 + 10) \times (-15 - 18)$

$C = -5 \times (-33)$

$C = 165$

II — Quotient des nombres relatifs

Propriété 5.2 : Quotient des nombres relatifs

La distance à zéro du quotient de deux nombres relatifs est éga

III — Annexes

1 Vocabulaire

Vocabulaire :

✧ **Nombres relatifs :** Ce sont les nombres dont le signe est déterminé par leurs positions par rapport à 0. Ces nombres sont positifs ou négatif.

2 Questions du jour

Question du jour n° 21 : Le chat

Lala

3 Exercices

Exercice n° 5.1 : Super exercice

Lala

4 Devoirs maison

Devoir maison : Nombres relatifs — **Les Repunits**

Un **Repunit** est un nombre dont l'écriture décimale est constituée que du chiffre 1.
1, 11, 111, 11 111... 111 111 111 111 sont des Repunits.

1. Effectuer la division euclidienne en la posant de 11 par 9, de 111 par 9, de 1 111 par 9 et enfin de 11 111 par 9

2. En utilisant votre calculatrice, écrire l'égalité euclidienne qui correspond à la division par 9 des Repunits 111 111, 1 111 111, 11 111 111 et 111 111 111.

3. Que remarquez-vous ?

4. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 3 ?

5. Quels sont les Repunits inférieurs à 10^{18} qui sont divisibles par 9 ?

6. [INTERNET] – Un Repunit peut-il être premier ?

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 5 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (1 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -2$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-4) \times 3 + (-5) \times (-6) + 5 \times 2 + (-5) \times (-2)$

$B = (-3) \times (-3) - (-4) \times 5 - 8 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 7 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (2 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -3$, $b = 5$, $c = -2$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

Évaluation – Nombres relatifs

Exercice 1 : Calculer en détaillant votre méthode.

$A = (-5) \times 3 + (-5) \times (-7) + 5 \times 2 + (-6) \times (-2)$

$B = (-4) \times (-3) - (-4) \times 5 - 9 \times 7 - (-5) \times (-4)$

$C = 2 - 3 \times 7 + 7 - (-5) \times (-2) + 3$

$D = (3 - 3 \times 2)(3 \times (-2) + 1)$

Exercice 2

On pose $a = -4$, $b = 5$, $c = -3$ et $d = -5$. Calculer :

$Z = a \times b + b \times c + c \times d + d \times a$

$Y = (a - b) \times (c - d)$

$X = (1 - b + c)(2 + a - d)$

$W = (a - d)(b - a) - (c - b)(b - a)$

Notes

[1]On souhaite que le produit de deux nombres relatifs ait les mêmes propriétés que le produit habituel sur les nombres décimaux positifs. En particulier l'associativité, la commutativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Une démonstration dans le cas général est hors de portée du collège.

a et b deux nombres relatifs.

$a \times (b + opp(b)) = a \times 0 = 0$ en distribuant $a \times b + a \times opp(b) = 0$

Ainsi $a \times b$ est l'opposé de $a \times opp(b)$, ces deux nombres sont donc de signe contraire et $opp(ab) = a \times opp(b)$

En échangeant le rôle de a et b et en invoquant la commutativité de la multiplication on arrive ainsi à :

$opp(a \times b) = a \times opp(b) = b \times opp(a)$.

Développons $(a + opp(a))\,(b + opp(b)) = 0$

$a \times b + a \times opp(b) + b \times opp(a) + opp(a) \times opp(b) = 0$

Comme $a \times opp(b) = b \times opp(a) = opp(a \times b)$

$a \times b + opp(a \times b) + opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$

$opp(a \times b) + opp(a) \times opp(b) = 0$ ce qui signifie que $opp(a) \times opp(b)$ est l'opposé de $opp(a \times b)$

C'est à dire $opp(a) \times opp(b) = a \times b$.

Par disjonction de cas sur les signes respectifs de a et b on obtient la propriété précédente.

[2]On se gardera bien à l'oral de dire que « − par + égal − »pour éviter les confusions avec l'addition, on préférera « le produit d'un négatif par un positif est négatif. »