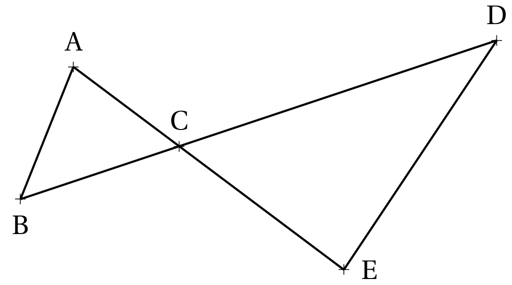
En attendant le brevet ... — Épisode 5

Exercice n° 1 — La régate — Théorème de Thalès — Réciproque de Pythagore — Vitesse

Sur la figure suivante, on donne les distances en mètres :
AB = 400 m, AC = 300 m, BC = 500 m et CD = 700 m.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

1. Calculer la longueur DE.

2. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Arrondir au degré près.

Lors d'une course les concurrents doivent effectuer plusieurs tours du parcours représenté ci-dessus. Ils partent du point A puis passent par les points B, C, D et E dans cet ordre puis de nouveau par le point C pour ensuite revenir au point A.

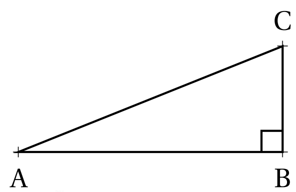
Mattéo, le vainqueur, a mis 1 h 48 min pour effectuer 5 tours du parcours. La distance parcourue pour faire un tour est 2 880 m.

4. Calculer la distance totale parcourue pour effectuer les 5 tours du parcours.

5. Calculer la vitesse moyenne de Mattéo. Arrondir à l'unité.

Exercice n° 2 — La corde — Théorème de Pythagore

Le triangle ABC rectangle en B ci-après est tel que AB = 5 m et AC = 5,25 m.

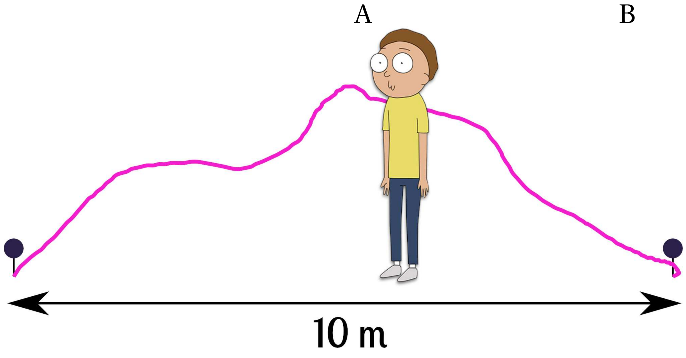


1. Calculer en mètre la longueur de BC. Arrondir au dixième.

Une corde non élastique de 10,5 m de long est fixée au sol par ses extrémités entre deux poteaux distants de 10 m.

2. Melvin qui mesure 1,55 m pourrait-il passer sous cette corde sans se baisser en la soulevant par le milieu ?

Toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans la notation.



Exercice n° 3 — Les étiquettes — Arithmétique

1. Justifier que le nombre 102 est divisible par 3.

2. On donne la décomposition en produit de facteurs premiers de 85 : 85 = 5 × 17.
Décomposer 102 en produit de facteurs premiers.

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

Un libraire dispose d'une feuille cartonnée de 85 cm × 102 cm. Il souhaite découper dans celle-ci, en utilisant toute la feuille, des étiquettes carrées. Les côtés de ces étiquettes ont tous la même mesure.

4. Les étiquettes peuvent-elles avoir 34 cm de côté ? Justifier votre réponse.

5. Le libraire découpe des étiquettes de 17 cm de côté. Combien d'étiquettes pourra-t-il découper dans ce cas ?

Exercice n° 1 : La régate CORRECTION

Théorème de Thalès — Réciproque de Pythagore — Vitesse

1.
Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C, les droites (AB) et (DE) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$

$$\frac{300\ m}{CE} = \frac{500\ m}{700\ m} = \frac{400\ m}{ED}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$ED = \dfrac{400\ m \times 700\ m}{500\ m}$ d'où $ED = \dfrac{280\,000\ m^2}{500\ m}$ et $ED = 560\ m$.

$\boxed{DE = 560\ m.}$

2. Comparons $AB^2 + AC^2$ et BC^2 :

$AB^2 + AC^2$	BC^2
$400^2 + 300^2$	500^2
$160\,000 + 90\,000$	
$250\,000$	$250\,000$

Comme

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en A}}$.

3. Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

On peut calculer le cosinus, le sinus ou la tangente de l'angle $\widehat{ABC}$.

$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$	$\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$	$\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$
$\cos\widehat{ABC} = \dfrac{400\ m}{500\ m}$	$\sin\widehat{ABC} = \dfrac{300\ m}{500\ m}$	$\tan\widehat{ABC} = \dfrac{300\ m}{400\ m}$
$\cos\ \widehat{ABC} = \dfrac{4}{5}$	$\sin\ \widehat{ABC} = \dfrac{3}{5}$	$\tan\ \widehat{ABC} = \dfrac{3}{4}$
$\cos\widehat{ABC} = 0,8$	$\sin\widehat{ABC} = 0,6$	$\tan\widehat{ABC} = 0,75$

Dans tous les cas, à la calculatrice on trouve $\boxed{\widehat{ABC} \approx 37° \text{ à } 1° \text{ près.}}$

4. Cinq tours de $2\,880\ m$ chacun. $2\,880\ m \times 5 = 14\,400\ m$.

$\boxed{\text{La distance totale parcourue mesure } 14\,400\ m.}$

5. Mattéo a parcouru les $14\,400\ m$ en $1\ h\ 48\ min$.
Calculons la vitesse moyenne en considérant que la distance parcourue et le temps sont proportionnels.

Distance	$14\,400\ m$	$\dfrac{60\ min \times 14\,400\ m}{108\ min} = 8\,000\ m$
Temps	$1\ h\ 48\ min = 108\ min$	$1\ h = 60\ min$

Comme $8\,000\ m = 8\ km$, $\boxed{\text{Mattéo a effectué le parcours à la vitesse moyenne de } 8\ km/h.}$

Exercice nº 2 : La corde CORRECTION

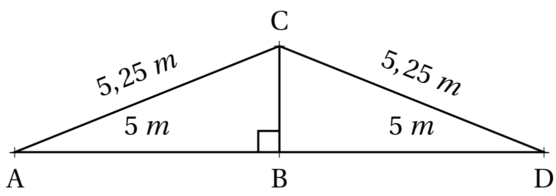
Théorème de Pythagore

1. Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{BA}^2 + \mathrm{BC}^2 = \mathrm{AC}^2$$
$$5^2 + \mathrm{BC}^2 = 5,25^2$$
$$25 + \mathrm{BC}^2 = 27,5625$$
$$\mathrm{BC}^2 = 275625 - 25$$
$$\mathrm{BC}^2 = 2,5625$$
$$\mathrm{BC} = \sqrt{2,5625}$$
$$\mathrm{BC} \approx 1,6$$

$\boxed{\text{Au dixième de mètre près, BC} \approx 1,60\ m.}$

2. Les poteaux sont distants de $10\ m$. Melvin se place au milieu, donc à $5\ m$ des extrémités.
Melvin se tient debout, donc son corps est perpendiculaire (vertical) au sol (horizontal).
La corde non élastique mesure $10,5\ m$ de long, sa moitié mesure donc $10,5\ m \div 2 = 5,25\ m$.
La situation peut se modéliser de la manière suivante :



On constate qu'il s'agit de la situation géométrique de la question **1.**. Nous avons vu que $\mathrm{BC} \approx 1,60\ m$.
Comme Melvin mesure $1,55\ m$, un peu moins que $1,60\ m$,

$\boxed{\text{Il peut passer sous la corde sans se baisser.}}$

Exercice nº 3 : Les étiquettes CORRECTION

Arithmétique

1. On constate que $102 = 3 \times 34$. $\boxed{\text{102 est donc divisible par 3}}$.

On peut aussi utiliser le critère de divisibilité par 3 : $1+0+2=3$ et 3 est un multiple de 3.

2.

$$\begin{array}{c|c} 102 & 2 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

Ainsi $\boxed{102 = 2 \times 3 \times 17}$

3. Il faut combiner les produits de nombres premiers de la décomposition de 102.

$\boxed{2 \times 3 = 6 ; 2 \times 17 = 34 \text{ et } 3 \times 17 = 51 \text{ sont des diviseurs non premier de } 102}$.

1 et 102 sont deux autres diviseurs non premiers de 102 !

4. Il faut vérifier si 34 est un diviseur commun de 102 et 85.
Comme $102 = 34 \times 3$, 34 est un diviseur de 102.
Par contre $85 = 34 \times 2 + 17$ donc 34 ne divise pas 85.

$\boxed{\text{Les étiquettes ne peuvent pas avoir un côté qui mesure } 34\ cm.}$

5. 17 est un diviseur commun de 102 et 85.
On a $102 = 17 \times 6$ et $85 = 17 \times 5$.

On peut donc découper 6 étiquettes sur la longueur et 5 étiquettes sur la largeur. Soit $6 \times 5 = 30$ étiquettes.

$\boxed{\text{Il pourra découper 30 étiquettes.}}$