



**EXERCICE N° 1 — LE PORTIQUE DE BALANÇOIRES — Thalès — Pythagore — Trigonométrie**



Une entreprise fabrique des portiques pour installer des balançoires sur des aires de jeux.

**Document 1 : croquis d'un portique**

— : poutres en bois de diamètre 100 mm  
 ..... : barres de maintien latérales en bois.

ABC est un triangle isocèle en A.  
 H est le milieu de [BC]  
 (MN) est parallèle à (BC).

**Document 2 : coût du matériel.**

Poutres en bois de diamètre 100 mm :

- Longueur 4 m : 12,99 € l'unité;
- Longueur 3,5 m : 11,75 € l'unité;
- Longueur 3 m : 10,25 € l'unité.

Barres de maintien latérales en bois :

- Longueur 3 m : 6,99 € l'unité;
- Longueur 2 m : 4,75 € l'unité;
- Longueur 1,5 m : 3,89 € l'unité.

Ensemble des fixations pour un portique : 80 €.  
 Ensemble de deux balançoires pour un portique : 50 €.

- Déterminer la hauteur AH du portique, arrondie au cm près.
- Les barres de maintien doivent être fixées à 165 cm du sommet ( $AN = 165 \text{ cm}$ ).  
 Montrer que la longueur MN de chaque barre de maintien est d'environ 140 cm.
- Montrer que le coût minimal d'un tel portique équipé de balançoires s'élève à 196,98 €.
- L'entreprise veut vendre ce portique équipé 20 % plus cher que son coût minimal.  
 Déterminer ce prix de vente arrondi au centime près.
- Pour des raisons de sécurité, l'angle  $\widehat{BAC}$  doit être compris entre  $45^\circ$  et  $55^\circ$ . Ce portique respecte-t-il cette condition?

**EXERCICE N° 2 — UN PEU DE TECHNIQUE — Développer — Factoriser — Résoudre**



On pose  $f(x) = (4x - 7)^2 - (3x + 9)^2$  et  $g(x) = (3 + 7x)^2 - (3 + 7x)(6x - 8)$ .

- Développer et réduire  $f(x)$  et  $g(x)$ .
- Factoriser  $f(x)$  et  $g(x)$ .
- Calculer les images de 0 et -2 par les fonctions  $f$  et  $g$ .
- Déterminer les antécédents de 0 par les fonctions  $f$  et  $g$ .
- Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$ .

**Exercice n° 1 : Le portique de balançoires**

CORRECTION

*Théorème de Thalès — Théorème de Pythagore — Trigonométrie*

1. Le triangle ABH est rectangle en H.

Comme H est le milieu de [BC] on a  $HB = 290 \text{ cm} \div 2 = 145 \text{ cm}$ Comme ABC est isocèle en A,  $AB = AC = 342 \text{ cm}$ .D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$HA^2 + HB^2 = AB^2$$

$$HA^2 + 145^2 = 342^2$$

$$HA^2 + 21\,025 = 116\,964$$

$$HA^2 = 116\,964 - 21\,025$$

$$HA^2 = 95\,939$$

$$HA = \sqrt{95\,939}$$

$$HA \approx 310$$

**La hauteur du portique est d'environ 310 cm**

2. Dans le triangle ABC, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{AM}{342 \text{ cm}} = \frac{165}{342 \text{ cm}} = \frac{MN}{290 \text{ cm}}$$

$$\text{Ainsi } MN = \frac{165 \text{ cm} \times 290 \text{ cm}}{342 \text{ cm}} \approx 140 \text{ cm}$$

**La longueur de la barre est bien d'environ 140 cm.**

3. Pour construire ce portique, il faut :

- 1 poutre de longueur 4 m de diamètre 100 mm à 12,99 €;
- 4 poutres de longueur 3,5 m de diamètre 100 mm à 11,75 €;
- 2 barre latérale de maintien en bois de longueur 1,5 m à 3,89 €;
- 1 ensemble de fixations pour le portique à 80 €;
- 1 ensemble de balançoires à 50 €.

$$12,99 \text{ €} + 4 \times 11,75 \text{ €} + 2 \times 3,89 \text{ €} + 80 \text{ €} + 50 \text{ €} = 197,77 \text{ €} .$$

On n'obtient pas le montant de l'énoncé!

L'astuce consiste à remarquer qu'il est possible de prendre une seule barre latérale de 3 m à 6,99 € puis de couper les barres de maintiens qui font chacune 1,40 m.

On a alors :

$$12,99 \text{ €} + 4 \times 11,75 \text{ €} + 6,99 \text{ €} + 80 \text{ €} + 50 \text{ €} = 196,98 \text{ €} .$$

**Oui le montant minimal pour construire ce portique est bien 196,98 € .**

4. Il faut ajouter 20 % au prix.

$$\text{On sait qu'ajouter } 20 \% \text{ à un nombre revient à multiplier ce nombre par } 1 + \frac{20}{100} = 1 + 0,20 = 1,20 .$$

$$1,20 \times 196,98 \text{ €} \approx 236,38 \text{ €}.$$

$$\text{On peut aussi calculer les 20 \% de } 196,98 \text{ €} : 196,98 \text{ €} \times \frac{20}{100} \approx 39,40 \text{ €}.$$

$$\text{Puis on ajoute : } 196,98 \text{ €} + 39,40 \text{ €} = 236,38 \text{ €}.$$

**Le prix augmenté est 236,38 €.**

5. Comme ABC est isocèle en A, la droite (AH) est un axe de symétrie du triangle. Ainsi l'angle  $\widehat{BAC}$  vaut exactement le double de l'angle  $\widehat{BAH}$ .

Dans le triangle BAH rectangle en H nous avons :

$$\sin(\widehat{BAH}) = \frac{BH}{BA} = \frac{145 \text{ cm}}{342 \text{ cm}}$$

À la calculatrice on trouve ainsi l'angle dont le sinus est égal à  $\frac{145}{342}$ .

$$\widehat{ABH} \approx 25^\circ.$$

$$\text{Finalement } \widehat{ABC} \approx 50^\circ.$$

**Ce portique respecte les conditions de sécurité.**



## Exercice n° 2 : Un peu de technique

CORRECTION

*Développer — Factoriser — Résoudre*

On pose  $f(x) = (4x - 7)^2 - (3x + 9)^2$  et  $g(x) = (3 + 7x)^2 - (3 + 7x)(6x - 8)$ .

1. Développer et réduire  $f(x)$  et  $g(x)$ .

$$f(x) = (4x - 7)^2 - (3x + 9)^2$$

$$f(x) = (4x - 7)(4x - 7) - (3x + 9)(3x + 9)$$

$$f(x) = (16x^2 - 28x - 28x + 49) - (9x^2 + 27x + 27x + 81)$$

$$f(x) = 16x^2 - 28x - 28x + 49 - 9x^2 - 27x - 27x - 81$$

$$f(x) = 7x^2 - 110x - 32$$

$$g(x) = (3 + 7x)^2 - (3 + 7x)(6x - 8)$$

$$g(x) = (3 + 7x)(3 + 7x) - (18x - 24 + 42x^2 - 56x)$$

$$g(x) = 9 + 21x + 21x + 49x^2 - 18x + 24 - 42x^2 + 56x$$

$$g(x) = 7x^2 + 80x + 33$$

2. Factoriser  $f(x)$  et  $g(x)$ .

$$f(x) = (4x - 7)^2 - (3x + 9)^2$$

$$f(x) = [(4x - 7) + (3x + 9)][(4x - 7) - (3x + 9)]$$

$$f(x) = (4x - 7 + 3x + 9)(4x - 7 - 3x - 9)$$

$$f(x) = (7x + 2)(x - 16)$$

$$g(x) = (3 + 7x)^2 - (3 + 7x)(6x - 8)$$

$$g(x) = (3 + 7x)(3 + 7x) - (3 + 7x)(6x - 8)$$

$$g(x) = (3 + 7x)[(3 + 7x) - (6x - 8)]$$

$$g(x) = (3 + 7x)(3 + 7x - 6x + 8)$$

$$g(x) = (3 + 7x)(x + 11)$$

3. Calculer les images de 0 et -2 par les fonctions  $f$  et  $g$ .

$$f(x) = 7x^2 - 110x - 32$$

$$f(0) = -32$$

$$f(-2) = 7 \times (-2)^2 - 110 \times (-2) - 32 = 7 \times 4 + 220 - 32 = 28 + 220 - 32 = 216$$

$$f(0) = -32 \text{ et } f(-2) = 216$$

$$g(x) = 7x^2 + 80x + 33.$$

$$g(0) = 33$$

$$g(-2) = 7 \times (-2)^2 + 80 \times (-2) + 33 = 7 \times 4 - 160 + 33 = 28 - 160 + 33 = -99$$

$$g(0) = 33 \text{ et } g(-2) = -99$$

4. Déterminer les antécédents de 0 par les fonctions  $f$  et  $g$ .

$$f(x) = (7x + 2)(x - 16)$$

$$(7x + 2)(x - 16) = 0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$7x + 2 = 0$$

$$7x + 2 - 2 = 0 - 2$$

$$7x = -2$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$x - 16 = 0$$

$$x - 16 + 16 = 0 + 16$$

$$x = 16$$

Il y a donc deux antécédents :  $-\frac{2}{7}$  et 16

$$g(x) = (3 + 7x)(x + 11)$$

$$(3 + 7x)(x + 11) = 0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$3 + 7x = 0$$

$$3 + 7x - 3 = 0 - 3$$

$$7x = -3$$

$$x = -\frac{3}{7}$$

$$x + 11 = 0$$

$$x + 11 - 11 = 0 - 11$$

$$x = -11$$

Il y a donc deux antécédents :  $-\frac{3}{7}$  et -11

5. Résoudre l'équation  $f(x) = g(x)$ .

$$f(x) = g(x)$$

$$7x^2 - 110x - 32 = 7x^2 + 80x + 33$$

$$7x^2 - 110x - 32 - 7x^2 = 7x^2 + 80x + 33 - 7x^2$$

$$-110x - 32 = 80x + 33$$

$$-110x - 32 + 32 = 80x + 33 + 32$$

$$-110x = 80x + 65$$

$$-110x - 80x = 80x + 65 - 80x$$

$$-190x = 65$$

$$x = -\frac{65}{190}$$

$$x = -\frac{13}{38}$$

Il y a une solution  $-\frac{13}{38}$ .