MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE
Liberté
Égalité
Fraternité

**EST MAT 1**

**SESSION 2023**

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

--------

Concours externe - Concours externe spécial langue régionale - Troisième concours

Second concours interne - Concours interne spécial langue régionale

Deuxième épreuve d'admissibilité

# Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

**Durée : 3 heures**

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique (y compris les montres connectées) est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

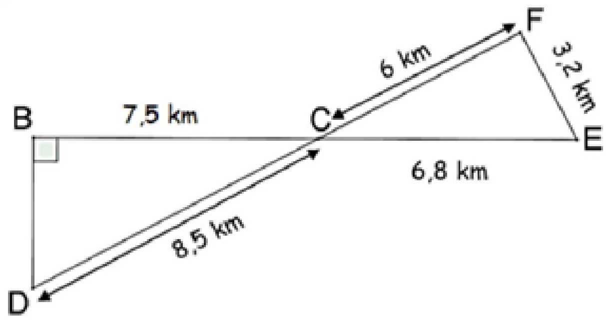
**NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.**
**Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.**

**Tournez la page S.V.P**

**Ce sujet est composé de six exercices indépendants.**

## EXERCICE 1

Un professeur des écoles, organise avec sa classe de CM1 une randonnée à vélo. Le parcours BCEFCDB est représenté ci-contre.




**1.** Montrer que l'angle $\widehat{\mathrm{CFE}}$ est droit.

**2.** Déterminer la longueur totale du parcours.

**3.** Sachant que la vitesse moyenne du groupe est de 14 km/h, la classe fera-t-elle le parcours en moins de 2 h 45 min ? Justifier la réponse.

## EXERCICE 2

**1.** Quatre personnes A, B, C, D se partagent une somme d'argent. On appelle $a, b, c$ et $d$ les montants respectivement reçus par A, B, C et D. On sait par ailleurs que :

- $a$ représente $\frac{1}{4}$ de la somme totale ;
- $b$ représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
- C et D se partagent ce qui reste en prenant chacun le même montant.

**a.** Déterminer la proportion que représente $c$ par rapport à la somme totale.

**b.** D reçoit 55 €. Déterminer les valeurs de $a, b$ et $c$.

**2.** Quatre personnes E, F, G, H se partagent une somme d'argent s. On appelle $e, f, g$ et $h$ les montants respectivement reçus par E, F, G et H. On sait par ailleurs que :

- E perçoit le triple de F ;
- $g + h$ représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
- $g = h$.

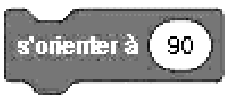
Exprimer la part de chacun en fonction de s.

**EXERCICE 3**

On donne le programme ci-contre qui permet de tracer des triangles de tailles différentes.
Ce programme comporte une variable nommée « côté ». Les longueurs sont données en pixels.

Script


Bloc Triangle


On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on se dirige vers la droite.

**1.** Répondre aux questions suivantes sans justifier.
L'utilisateur clique sur le drapeau.
- **a.** Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?
- **b.** Combien de triangles sont dessinés par le script ?
- **c.** Quelle est la nature des triangles dessinés ?
- **d.** Quelle est la longueur (en pas) d'un côté du deuxième triangle tracé ?

**2.** Tracer le dessin obtenu par ce programme en prenant comme échelle 1 cm pour 20 pas.

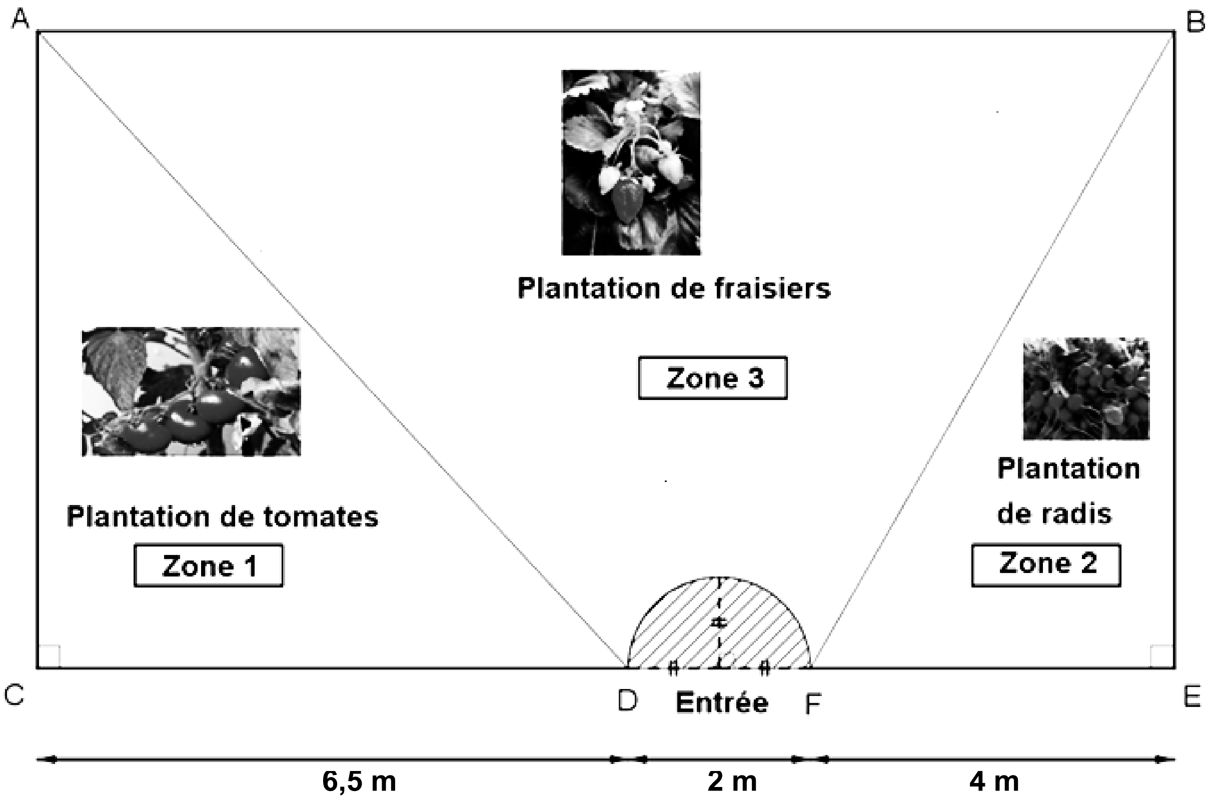
**3.** Si au lieu de triangles on voulait obtenir des hexagones réguliers, que devrait-on changer dans les instructions du bloc triangle ?

**EXERCICE 4**

**Partie A**

Dans une école, un jardin pédagogique est constitué d'un terrain rectangulaire ABEC dont l'aire est égale à 100 m².

Des enseignants de l'école décident de planter avec les élèves différentes cultures sur ce terrain : des fraisiers, des pieds de tomates et des radis.
La répartition dans le terrain est la suivante :




L'entrée est un demi-disque délimité par le demi-cercle de diamètre [DF] (zone hachurée sur la figure ci-dessus). Elle doit rester libre de toute plantation.

**1.** Justifier que la largeur du terrain correspondant au segment [CA] est égale à 8 m.

**2.** Tracer un plan du terrain avec les différentes zones à l'échelle 1 : 80.

**3.** Le directeur de l'école veut installer une bordure sur les trois côtés autour de la zone 1 où on plante des tomates.

- **a.** Montrer que AD = $\sqrt{106,25}$ m.
- **b.** Déterminer la longueur de la bordure qu'il doit acheter. On donnera le résultat en mètre, arrondi à l'unité.
- **c.** Les bordures sont vendues par rouleaux de 4 mètres. Déterminer le nombre de rouleaux nécessaire pour entourer la zone 1.

4. On veut déterminer l'aire de chacune des zones.
   a. Calculer l'aire de la zone 1, en mètre carré.
   b. Calculer l'aire de la zone 2, où on plante des radis, en mètre carré.
   c. En déduire l'aire de la zone 3, où on plante des fraisiers (sans la zone « Entrée » hachurée sur la figure), en mètre carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

5. On s'intéresse à la culture des fraisiers.
   Sachant qu'on peut planter 6 pieds de fraisiers par m² et qu'un pied de fraisier produit en moyenne 650 grammes de fraises par année, quelle masse de fraises les élèves peuvent-ils espérer récolter ? On donnera le résultat en kilogramme, arrondi à l'unité.

**Partie B**

Fin juin, l'école décide de récolter des fraises pour faire de la confiture. Les élèves récoltent ainsi 25 kg de fraises.

1. La recette de confiture de fraise dit que la quantité de sucre nécessaire doit correspondre à 55 % de la masse totale avant cuisson. Quelle masse de sucre, arrondi au kilogramme, le directeur doit-il acheter pour respecter cette recette ?

2. Sachant que 3 kg de fraises permettent de réaliser 4,8 L de confiture, combien de litres de confiture peut-on réaliser ?

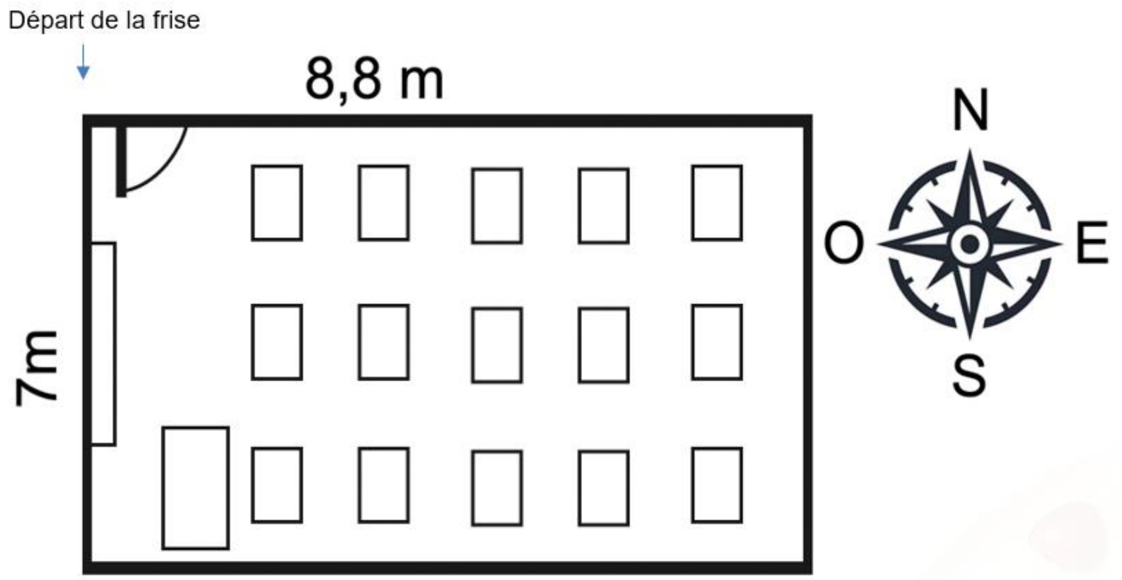
3. Il décide de conditionner cette confiture dans des pots cylindriques dont la base est un disque de diamètre 8,4 cm et dont la hauteur mesure 11 cm.
   Sachant que les pots ne peuvent être remplis qu'au 8/9 de leur capacité maximale, déterminer le nombre de pots de confiture qu'il devrait réaliser.

   *On rappelle la formule suivante :*

   | |
   |---|
   | *Volume d'un prisme ou d'un cylindre :* $V = B \times h$, *où* $B$ *désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et* $h$ *sa hauteur.* |

**EXERCICE 5**

Un enseignant souhaite décorer sa salle de classe avec une frise chronologique allant de la chute de l'Empire romain (476) à nos jours. Cette frise devra couvrir trois murs de la salle de classe rectangulaire en commençant par le coin nord-ouest et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. La frise passe au-dessus de la porte et s'étend ainsi sur les murs nord, est et sud.




1. Pour effectuer cette frise l'enseignant prévoit d'assembler bord à bord des feuilles de format A4 (21 x 29,7 cm) dans le sens de la longueur.
   Montrer qu'il faudra 83 feuilles pour réaliser la frise.

2. Par combien de centimètres est représentée une année sur cette frise chronologique ? Arrondir au millimètre près.

3. L'enseignant a répertorié dans une feuille de calcul automatisé des dates importantes qu'il aimerait faire figurer sur cette frise.

D2 =(C2/29,7)+1

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Année | Nombre de cm du début de la frise | | |
| 2 | Fin de l'antiquité / Début du Moyen-Âge | 476 | 0 | 1 | |
| 3 | Fin du Moyen-Âge / Début de l'époque moderne | 1492 | | | |
| 4 | Fin de l'époque moderne / Début de l'époque contemporaine | 1789 | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |

a. Proposer une formule à valider dans la cellule C2, pouvant être étirée vers le bas afin de trouver tous les résultats de la colonne C.

b. Sachant que la formule validée dans la cellule D2 est « =ENT(C2/29,7) + 1 », déterminer à quoi correspondent les nombres de la colonne D au sein de la salle de classe.
*On rappelle que « ENT(x) » renvoie la partie entière du nombre x.*

4. Sur quel mur de la classe se trouvera l'événement « l'accostage de Christophe Colomb sur le continent américain », marquant la fin du Moyen-Âge, si on le positionne sur la frise ?

## EXERCICE 6

Dans une école élémentaire de 150 élèves, 80 sont des filles. Le directeur veut mettre en place un « orchestre à l'école ». Il réalise une enquête auprès des familles de l'école afin de connaître les élèves qui pratiquent déjà un instrument de musique.

À l'issue de l'enquête, il apparaît que 24 % des élèves sont musiciens.
Parmi ces élèves, 16 sont des garçons.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant.

| | Nombre d'élèves musiciens | Nombre d'élèves non-musiciens | Total |
|---|---|---|---|
| Nombre de filles | | | |
| Nombre de garçons | | | |
| Total | | | 150 |

2. Dans cette question, on écrira les résultats sous forme de fractions irréductibles.
   On interroge un élève au hasard.
   a. Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon ?
   b. Quelle est la probabilité que ce soit une fille musicienne ?
   c. Quelle est la probabilité que ce soit un élève non-musicien ?

3. L'élève interrogé est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien ?

4. 30 % des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent. Quel pourcentage cela représente-t-il par rapport à l'effectif total de l'école ?



Tournez la page S.V.P.

**Information aux candidats**

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

## Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

### Externe

| | Concours | Épreuve | Matière |
|---|---|---|---|
| **Public** | **EXT PU** | **102** | **9418** |
| **Privé** | **EXT PR** | **102** | **9418** |

### Concours Externe - Spécial langue régionale

| | Concours | Épreuve | Matière |
|---|---|---|---|
| **Public** | **EXT LR PU** | **102** | **9418** |
| **Privé** | **EXT LR PR** | **102** | **9418** |

### Troisième concours

| | Concours | Épreuve | Matière |
|---|---|---|---|
| **Public** | **3ème PU** | **102** | **9418** |
| **Privé** | **3ème PR** | **102** | **9418** |

### Second concours interne

| | Concours | Épreuve | Matière |
|---|---|---|---|
| **Public** | **2INT PU** | **102** | **9418** |
| **Privé** | **2INT PR** | **102** | **9418** |

### Concours interne - spécial langue régionale

| | Concours | Épreuve | Matière |
|---|---|---|---|
| **Public** | **2INT LR PU** | **102** | **9418** |
| **Privé** | **2INT LR PR** | **102** | **9418** |

IMPRIMERIE NATIONALE – 23 0904 – D'après documents fournis

# CRPE — 2023 — France — Groupe 1

Correction

**Exercice n° 1** — Une randonnée à vélo l'école primaire

Vitesse — Pythagore

**1.** Comparons $FC^2 + FE^2$ et $CE^2$ :

| | |
|---|---|
| $FC^2 + FE^2$ | $CE^2$ |
| $6^2 + 3,2^2$ | $6,8$ |
| $36 + 10,24$ | |
| $46,24$ | $46,24$ |

Comme

$$FC^2 + FE^2 = CE^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle FEC est rectangle en F, l'angle } \widehat{CFE} \text{ est droit}}$.

**2.** Il manque la longueur BD.
Dans le triangle DBC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BC^2 = DC^2$$

$$BD^2 + 7,5^2 = 8,5^2$$

$$BD^2 + 56,25 = 72,25$$

$$BD^2 = 72,25 - 56,25$$

$$BD^2 = 16$$

$$BD = \sqrt{16}$$

$$BD = 4$$

$\boxed{\text{La longueur du parcours vaut } 7,5\ km + 6,8\ km + 3,2\ km + 6\ km + 8,5\ km + 4\ km = 36\ km.}$

On ne pouvait pas utiliser le théorème de Thalès, les droites (FE) et (BD) ne sont par perpendiculaires à une même droite et par conséquent, non parallèles.

En revanche, on pouvait dire que les triangles rectangle CBD et CFE sont semblables. En effet, les angles $\widehat{FCE}$ et $\widehat{BCD}$ sont opposés par le sommet et par conséquent égaux.
On peut donc dire que le triangle BCD est un agrandissement du triangle CFE.
En représentant les côtés homothétiques dans un tableau, les longueurs de ces triangles étant proportionnelles :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Triangle FCE | $CE = 6,8\ km$ | $CF = 6\ km$ | $FE = 3,2\ km$ |
| Triangle BCD | $DC = 8,5\ km$ | $CB = 7,5\ km$ | $BD = \dfrac{3,2\ km \times 7,5\ km}{6\ km} = 4\ km$ |

Cela revient à dire que $\dfrac{DC}{CE} = \dfrac{CB}{CF} = \dfrac{BD}{FE}$ ce qui ressemble au théorème de Thalès mais qui n'a rien à voir!

C'est juste l'expression du coefficient d'agrandissement des deux triangles semblables.

On peut aussi calculer ce coefficient :

$\dfrac{DC}{CE} = \dfrac{8,5\ km}{6,8\ km} = 1,25$, ce qui signifie que $BD = 1,25 \times FE = 1,25 \times 3,2\ km = 4\ km$.

Enfin on pouvait utiliser la trigonométrie dans le triangle BCD rectangle en B.
Cela demandait une certaine dextérité. Ce raisonnement est équivalent à celui sur les triangles semblables.
Par exemple :
$\cos \widehat{BDC} = \dfrac{BD}{8,5\ km}$ donc $BD = 8,5\ km \times \cos\ \widehat{BDC}$.

Une première stratégie pour calculer $\cos \widehat{BDC}$ est de déterminer $\widehat{BDC}$ en calculant $\sin \widehat{BDC} = \dfrac{7,5\ km}{8,5\ km} = \dfrac{15}{17}$ puis une valeur approchée pour $\widehat{BDC} \approx 61,93°$.
On obtient alors $BD \approx 8,5\ km \times cos(61,93°) \approx 4\ km$.
En prenant la valeur exacte de la calculatrice pour l'angle, on arrive exactement à $BD = 4\ km$.

Pour des raisons trigonométriques complexes on peut déterminer le cosinus de l'angle à partir du sinus.
Pour les curieux, comme $(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$ on a $\cos\alpha = \sqrt{1-(\sin\alpha)^2}$.
Ainsi $\cos \widehat{BDC} = \sqrt{1-\left(\dfrac{15}{17}\right)^2} = \sqrt{1-\dfrac{225}{289}} = \sqrt{\dfrac{289}{289}-\dfrac{225}{289}} = \sqrt{\dfrac{64}{289}} = \dfrac{8}{17}$
Alors $BD = 8,5\ km \times \dfrac{8}{17} = 4\ km$

On pouvait être encore plus malin en utilisant l'angle $\widehat{BCD}$ qui est égal à l'angle opposé par le sommet $\widehat{FCE}$. On peut utiliser le triangle rectangle FCE pour déterminer le sinus de l'angle, soit $\dfrac{3,2\ km}{6,8\ km} = \dfrac{8}{17}$ et on retrouve le résultat précédent...

Mais un bon vieux théorème de Pythagore évitait ces circonvolutions chronophages!

**3.** Quand la vitesse moyenne est constante, la distance et le temps sont des grandeurs proportionnelles.

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $14\ km$ | $36\ km$ |
| Temps | $1\ h = 60\ min$ | $\dfrac{60\ min \times 36\ km}{14\ km} \approx 154\ min$ |

Or $154\ min = 2\times 60\ min + 34\ min$, il faut environ $2\ h\ 34\ min$ pour faire le parcours et donc moins de $2\ h\ 45\ min$.

En faisant le même calcul avec $1\ h = 3\,600\ s$ on arrive à $\dfrac{3\,600\ s \times 36\ km}{14\ km} \approx 9\,257\ s$.

Comme $9\,257\ s = 154 \times 60\ s + 17\ s = 154\ min\ 17\ s$, on arrive bien au même résultat.

Enfin, on pouvait calculer la distance parcourue à $14\ km/h$ en $2\ h\ 45\ min$ :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $14\ km$ | $\dfrac{14\ km \times 165\ min}{60\ min} = 38,5\ km$ |
| Temps | $1\ h = 60\ min$ | $2\ h\ 45\ min = 165\ min$ |

Comme $38,5\ km > 36\ km$, on obtient encore le même résultat !

On pouvait aussi dire qu'en 2h à $14\ km/h$ on parcourt $28\ km$. Il reste trois quarts d'heure et comme $\dfrac{3}{4} \times 14\ km = 10,5\ km$, on arrive à nouveau à $38,5\ km$.

## Exercice n° 2 — Partage d'une somme d'argent

Fraction

**1.** La somme des proportions de la somme totale est égale à 1 (ou 100 % $= \dfrac{100}{100} = 1$ ce qui revient au même.).

$\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{1 \times 3}{4 \times 3} + \dfrac{1 \times 4}{3 \times 4} = \dfrac{3}{12} + \dfrac{4}{12} = \dfrac{7}{12}$.

Or $1 - \dfrac{7}{12} = \dfrac{12}{12} - \dfrac{7}{12} = \dfrac{5}{12}$.

La fraction $\dfrac{5}{12}$ doit être partagée en deux, pour $c$ et $d$.

$\dfrac{5}{12} \div 2 = \dfrac{5}{12} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{24}$.

$\boxed{c \text{ représente les } \dfrac{5}{24} \text{ de la somme totale.}}$

**2.** D reçoit lui aussi $\dfrac{5}{24}$ de la somme totale, ce qui correspond à 55 €.

On peut raisonner avec équation :

$$\begin{aligned}\frac{5}{24}x &= 55\\ x &= 55 \div \frac{5}{24}\\ x &= 55 \times \frac{24}{5}\\ x &= 11 \times 24\\ x &= 264\end{aligned}$$

On peut aussi utiliser la proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| Somme | 55 € | $\dfrac{55 \times 1}{\dfrac{5}{24}} = 55 \times \dfrac{24}{5}$ |
| Fraction | $\dfrac{5}{24}$ | 1 |

La somme totale à partager est donc de 264 €.

$\dfrac{1}{3} \times 264 = \dfrac{264}{3} = 88$ et que $\dfrac{1}{4} \times 264 = \dfrac{264}{4} = 66$.

$\boxed{a = 66 \text{ €}, b = 88 \text{ €}, c = 55 \text{ € et } d = 55 \text{ €}.}$

**2.** Les nombres $e$, $f$, $g$, $h$ et $s$ vérifient le système d'équations suivants :

$$\begin{cases} e + f + g + h = s \\ e = 3f \\ g + h = \dfrac{1}{3}s \\ g = h \end{cases}$$

Comme $g = h$ et que :

$$\begin{aligned} g + h &= \frac{1}{3}s \\ 2g &= \frac{1}{3}s \\ g &= \frac{1}{3}s \div 2 \\ g &= \frac{1}{3}s \times \frac{1}{2} \\ g &= \frac{1}{6}s \end{aligned}$$

Ainsi $g = h = \dfrac{1}{6}s$.

De plus :

$$\begin{aligned}
e+f+g+h &= s\\
3f+f+\frac{1}{6}s+\frac{1}{6}s &= s\\
4f+\frac{2}{6}s &= s\\
4f+\frac{1}{3}s &= s\\
4f+\frac{1}{3}s-\frac{1}{3}s &= s-\frac{1}{3}s\\
4f &= \frac{3}{3}s-\frac{1}{3}s\\
4f &= \frac{2}{3}s\\
f &= \frac{2}{3}s\div 4\\
f &= \frac{2}{3}s\times\frac{1}{4}\\
f &= \frac{2}{12}s\\
f &= \frac{1}{6}s
\end{aligned}$$

Or $e=3f$ donc $e=3\times\frac{1}{6}s=\frac{3}{6}s=\frac{1}{2}s$

Finalement, $\boxed{e=\frac{1}{2}s,\ f=g=h=\frac{1}{6}s.}$

On pouvait tenter une représentation graphique :

| | | |
|---|---|---|
| $g+h=\frac{1}{3}s$ | $e+f=\frac{2}{3}s$ | |

**EXERCICE n° 3** — Scratch et triangle

Algorithmique et géométrie

**1.a.** $\boxed{\text{Au départ, le tracé débute au point de coordonnées } (-75;50).}$

**1.b.** $\boxed{\text{Le script trace 5 triangles.}}$

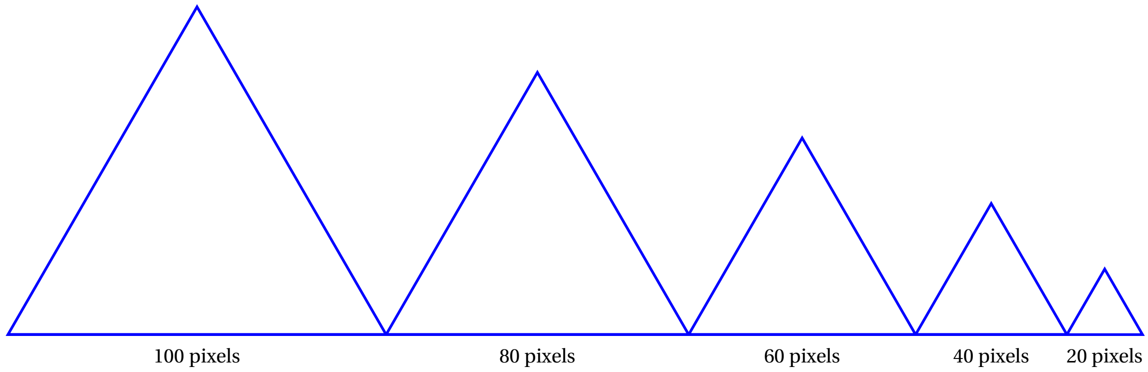
**1.c.** $\boxed{\text{Ce sont des triangles équilatéraux.}}$

*C'est une des spécificités classiques de Scratch : le lutin avance d'une certaine longueur puis tourne de* $120°$ *, il forme donc un angle de* $180° - 120° = 60°$ *avec le segment qu'il vient de tracer ! Or un triangle ayant trois angles égaux est équilatéral.*

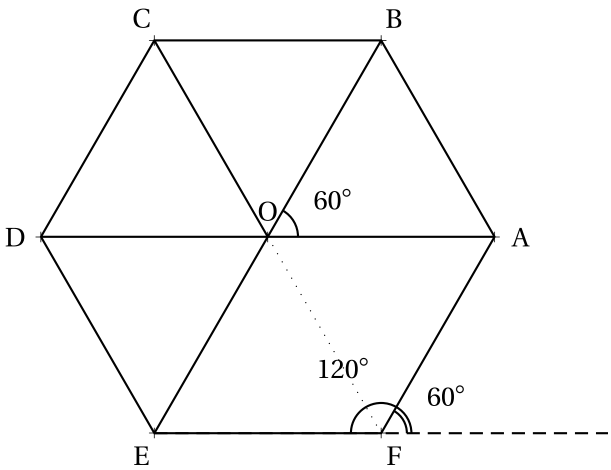
**1.d.** Le premier triangle tracé mesure 100 pixels. On ajoute ensuite $-20$ pixels pour chacun des triangles suivants.

Le deuxième triangle tracé mesure ainsi 80 pixels ou 80 pas.

**2.**

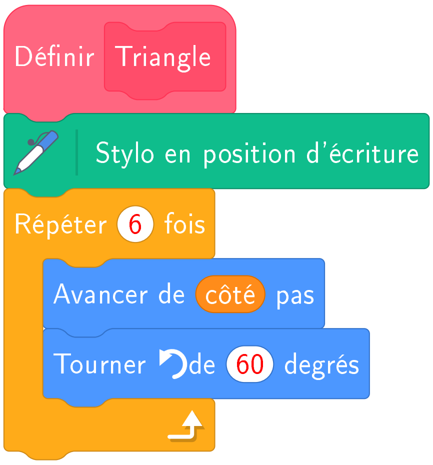



**3.** Un hexagone régulier est un polygone ayant 6 côtés égaux. Il est inscrit dans un cercle.




Comme ABCDEF est une hexagone régulier, l'angle au centre $\widehat{AOB} = \dfrac{360°}{6} = 60°$.
De plus, les triangles AOB, BOC, COD, DOE et EOF sont égaux et isocèles en O.
Donc $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$ et $60° + 2\widehat{OAB} = 180°$ soit $2\widehat{OAB} = 120°$ et $\widehat{OAB} = 60°$.
Ces triangles sont en fait équilatéraux.
L'angle $\widehat{FAB} = 60° + 60° = 120°$ dont l'angle supplémentaire vaut 60°

Voici le programme modifié :



**EXERCICE n° 4** — Le jardin pédagogique

Plan

**Partie A**

**1.** On sait que ABEC est un rectangle. Sa longueur CE $= 6,5\ m + 2\ m + 4\ m = 12,5\ m$.
De plus son aire est égale à $100\ m^2$.

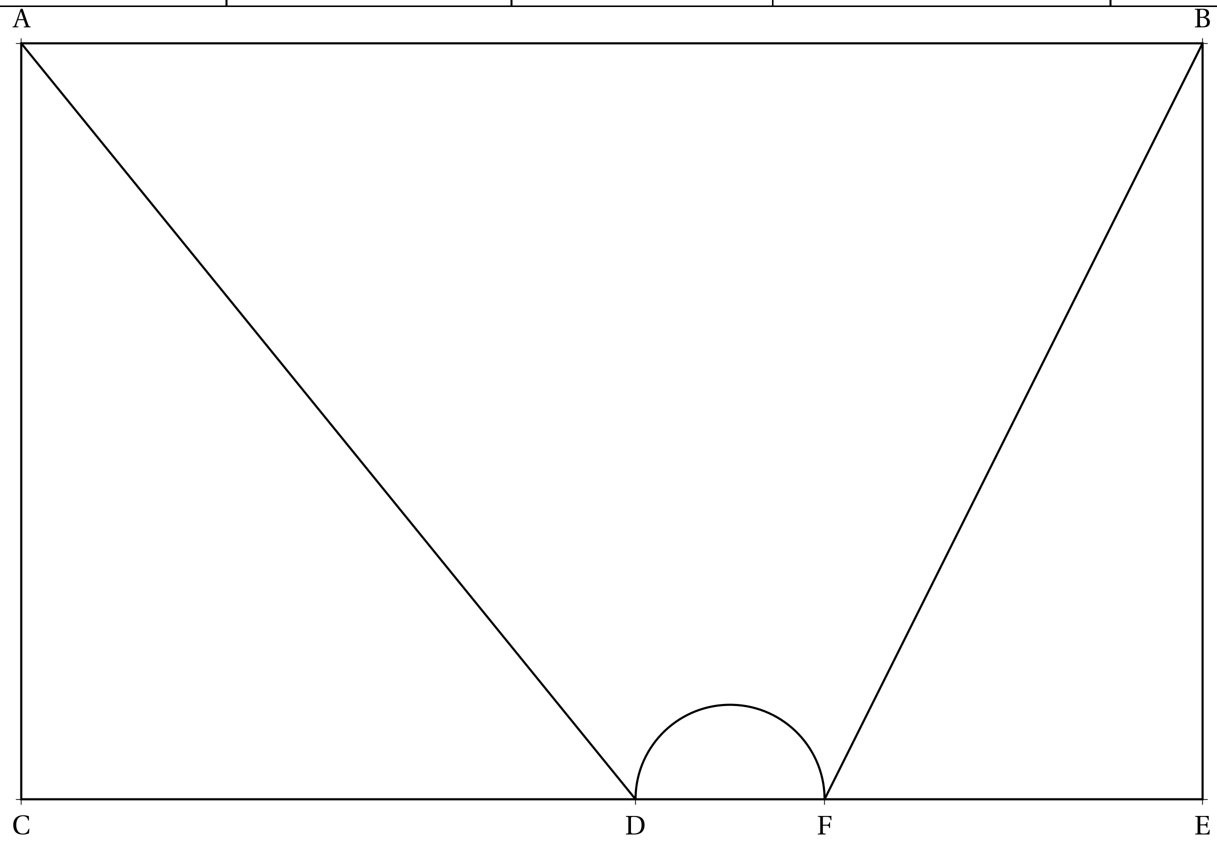
Comme $\text{AC} \times 12,5\ m = 100\ m^2$, $\text{AC} = \dfrac{100\ m^2}{12,5\ m} = 8\ m$.

Sa longueur AC vaut bien $8\ m$.

**2.** Il faut tracer le terrain à l'échelle 1 : 80. Cela signifie que le plan est 80 fois plus petit que le terrain original.
Ainsi $1\ m$ sur le terrain réel correspond à $1\ m \div 80 = 100\ cm \div 80 = 1,25\ cm$ sur le plan.

Voici le tableau contenant les longueurs réelles et sur l'échelle :

| Longueurs réelles | 2 m | 4 m | 6,5 m | 8 m |
|---|---|---|---|---|
| Longueurs sur le plan | $2 \times 1,25\ cm = 2,5\ cm$ | $4 \times 1,25\ cm = 5\ cm$ | $6,5 \times 1,25\ cm = 8,125\ cm$ | $8\ \times 1,25\ cm = 10\ cm$ |




**3.a.** Comme ABED est un rectangle, l'angle $\widehat{\text{ACD}}$ est droit.

Dans le triangle ACD rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\mathrm{CA}^2 + \mathrm{CD}^2 = \mathrm{AD}^2$$

$$8^2 + 6,5^2 = \mathrm{AD}^2$$

$$64 + 42,25 = \mathrm{AD}^2$$

$$\mathrm{AD}^2 = 106,25$$

$$\mathrm{AD} = \sqrt{106,25}$$

$\boxed{\text{On a bien AD} = \sqrt{106,25}\ m.}$

**3.b.** Il faut calculer $\boxed{\mathrm{AC} + \mathrm{CD} + \mathrm{AD} = 8\ m + 6,5\ m + \sqrt{106,25}\ m = 14,5\ m + \sqrt{106,25}\ m \approx 14,5\ m + 10,3\ m \approx 25\ m.}$

**3.c.** Comme $25\ m \div 4 = 6,25$, $\boxed{\text{il faut 7 rouleaux pour entourer la zone 1.}}$

**4.** La zone 1 est un triangle rectangle, soit la moitié d'un rectangle.

$\boxed{\text{Aire}_{\text{ Zone 1}} = \dfrac{8\ m \times 6,5\ m}{2} = 26\ m^2.}$

La zone 2 est aussi un triangle rectangle,

$\boxed{\text{Aire}_{\text{ Zone 2}} = \dfrac{8\ m \times 4\ m}{2} = 16\ m^2.}$

Pour la zone 3, on peut la considérer comme la surface totale du rectangle auxquelle on retire la zone 1, la zone 2 et le demi-disque de l'entrée.

$\text{Aire}_{\text{ Rectangle}} = 100\ m^2$
$\text{Aire}_{\text{ Zone 1}} = 26\ m^2$
$\text{Aire}_{\text{ Zone 2}} = 16\ m^2$
$\text{Aire}_{\text{ Demi-disque}} = \pi \times (1\ m)^2 \div 2 = \dfrac{\pi}{2}\ m^2$

On obtient ainsi $\boxed{\text{Aire}_{\text{ Zone 3}} = 100\ m^2 - 26\ m^2 - 16\ m^2 - \dfrac{\pi}{2}\ m^2 = 58\ m^2 - \dfrac{\pi}{2}\ m^2 \approx 56,4\ m^2}$

**5.** Comme on peut planter 6 fraisiers par mètre carré, on va pouvoir planter environ $6 \times 56,4 \approx 338$ fraisiers.

Un fraisier produit en moyenne $650\ g = 0,65\ kg$ de fraises par an.

On peut donc s'attendre à récolter $\boxed{\text{environ } 338 \times 0,65\ kg \approx 220\ kg \text{ de fraises.}}$

**Partie B**

**1.** Dans la masse totale avant cuisson, il faut compter la masse de sucre.
Notons $x$ la masse de sucre à ajouter.
La masse totale avant cuisson, en kilogramme, correspond à $x + 25$.
On sait aussi que le sucre correspond à $55\ \% = \dfrac{55}{100} = 0,55$ de cette masse.
On a donc l'équation :

$$\begin{aligned}0,55(x+25)&=x\\0,55x+13,75&=x\\0,55x+13,75-0,55x&=x-0,55x\\13,75&=0,45x\\x&=\frac{13,75}{0,45}\\x&\approx 31\end{aligned}$$

On pouvait aussi résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}\frac{x}{x+25}&=\frac{55}{100}\\100x&=55(x+25)\\100x&=55x+1\,375\\100x-55x&=55x+1\,375-55x\\45x&=1\,375\\x&=\frac{1\,375}{45}\\x&\approx 31\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Il faut environ 31 } kg \text{ de sucre pour réaliser cette confiture.}}$

Cette question était difficile. Il ne fallait pas calculer 55 % de la masse de fraise. L'énoncé indique que 55 % de la masse totale correspond à la quantité de sucre. La masse totale comprend le sucre et les fraises!
On pouvait faire le raisonnement avec la masse de fraises, en disant que 45 % de la masse totale est constituée de fraise.
On obtient alors :

$$\begin{aligned}0,45(x+25)&=25\\0,45x+11,25&=25\\0,45x+11,25-11,25&=25-11,25\\0,45x&=13,75\\x&=\frac{13,75}{0,45}\\x&\approx 31\end{aligned}$$

**2.** La masse de fraises est proportionnelle au volume de confiture :

| | | |
|---|---|---|
| Volume de confiture | 4,8 L | $\frac{4,8 \text{ L} \times 25\ kg}{3\ kg} = 40$ L |
| Masse de fraises | 3 $kg$ | 25 $kg$ |

$\boxed{\text{On va pouvoir préparer 40 L de confiture.}}$

**3.** Calcul du volume d'un pot :

Volume $_{\text{Pot}} = \pi \times (\dfrac{8,4\ cm}{2})^2 \times 11\ cm = \pi \times (4,2\ cm)^2 \times 11\ cm = \pi \times 17,64\ cm^2 \times 11\ cm = 194,04\pi\ cm^3$

On ne peut remplir un pot qu'à $\dfrac{8}{9}$ de son volume :

$\dfrac{8}{9} \times$ Volume $_{\text{Pot}} = \dfrac{8}{9} \times 194,04\pi\ cm^3 = 172,48\pi\ cm^3$.

On sait que $1\ \text{L} = 1\ dm^2 = 1\,000\ cm^3$ donc $40\ \text{L} = 40\,000\ cm^3$.

$40\,000\ cm^3 \div 172,48\pi\ cm^3 \approx 73,8$.

$\boxed{\text{Il pourra réaliser au maximum 73 pots!}}$

## Exercice n° 5 — La fraise chronologique

Périmètre

**1.** La longueur de cette frise fait $8,8\ m + 7\ m + 8,8\ m = 24,6\ m = 2\,460\ cm$.
Une feuille de papier A4 mesure $29,6\ cm$ de long sur $21\ cm$ de large.

Comme $2\,460\ cm \div 29,6\ cm \approx 83,1$, $\boxed{\text{il faudra bien environ 83 feuilles pour faire cette frises.}}$

**2.** Cette frise commence à la chute de l'empire Romain en 476 de notre ère et va jusqu'à aujourd'hui. Elle représente donc $2\,023 - 476 = 1\,547$ années.

Comme $2\,460\ cm \div 1\,547 \approx 1,59\ cm$, $\boxed{\text{une année sur la frise correspond à } 1,6\ cm.}$

**3.**
**3.a.** Pour obtenir la distance en centimètre depuis le début de la frise, il faut calculer le nombre d'années d'écart entre 476 et la date cherchée puis multiplier par $1,6\ cm$.
Par exemple pour 1 789, il faut faire $(1\,789 - 476) \times 1,6\ cm = 1313 \times 1,6\ cm = 2\,100{,}8\ cm$.

$\boxed{\text{Dans la cellule C2, il faut saisir } \textbf{=(B2-476)*1,6}}$

On pouvait écrire de nombreuses formules équivalentes :
**=1,6*B2-476*1.6** ; **=1,6*B2-761,6** ; **=(B2-$B$2)*1,6** ; **=(B2-B$2)*1,6** ; **=(B2-476)*(2460/1547)**...

**3.b.** Comme la fonction **ENT(x)** donne la partie entière d'un nombre, **ENT(C2/29,7)** donne la partie entière du quotient **C2/29,7**.
Ce quotient correspond à la distance en centimètres depuis le début de la frise par la taille en centimètre de la longueur d'une feuille A4.
Il donne le nombre de feuille A4 entièrement utilisée pour placer une date. En ajoutant 1 on obtient le nombre de feuilles A4 partiellement ou entièrement utilisées.

$\boxed{\text{Il s'agit du nombre de feuilles A4 partiellement ou entièrement utilusées.}}$

**4.** On veut placer 1 492.

$(1\,492-476=1\,016$ et $1\,016\times 1{,}6\ cm = 1\,625{,}6\ cm = 16{,}256\ m$.
Le premier mur, au nord, correspond au premier $8{,}8\ m$.
Le deuxième, à l'Est, correspond à $8{,}8\ m + 7\ m = 15{,}8\ m$.

Finalement, $\boxed{\text{1 492 se trouvera sur le troisième mur, le mur Sud.}}$

## **Exercice n° 6** — L'orchestre à l'école

**Probabilités**

**1.** On sait que 24 % des élèves sont musiciens. 24 % de 150 revient à $150\times\dfrac{24}{100}=150\times 0{,}24=36$.

Parmi ces 36 élèves, 16 sont des garçons et ainsi 20 sont des filles.
Comme il y a 80 filles dans cette école, $150-80=70$, il y a 70 garçons.
16 garçons sont musiciens donc $70-16=54$ ne le sont pas.
20 filles sont musiciennes donc $80-20=60$ ne le sont pas.
On a bien $60+54=114$ non musiciens.

On peut maintenant compléter le tableau :

| | Nombre d'élèves musiciens | Nombre d'élèves non-musiciens | Total |
|---|---|---|---|
| Nombre de filles | 20 | 60 | 80 |
| Nombre de garçons | 16 | 54 | 70 |
| Total | 36 | 114 | 150 |

**2.** Dans cette question, on considère une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 150 issues équiprobables.

**2.a.** Il y a 70 garçons sur 150 élèves. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{70}{150}=\dfrac{7\times 10}{15\times 10}=\dfrac{7}{15}.}$

**2.b.** Il y a 20 filles musiciennes sur 150 élèves. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{20}{150}=\dfrac{2\times 10}{15\times 10}=\dfrac{2}{15}.}$

**2.c.** Il y a 114 non-musiciens sur 150 élèves. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{114}{150}=\dfrac{57\times 2}{75\times 2}=\dfrac{57}{75}=\dfrac{19\times 3}{25\times 3}=\dfrac{19}{25}.}$

**3.** Dans cette question, on considère une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 70 issues équiprobables.

Il y a 16 musiciens sur 70 garçons. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{16}{70}=\dfrac{8\times 2}{35\times 2}=\dfrac{8}{35}.}$

**4.** 30 % des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent, il y a 20 filles musiciennes.

30 % de 20 revient à calculer $20 \times \dfrac{30}{100} = 20 \times 0,30 = 6$ : il y a 6 filles musiciennes qui jouent d'un instrument à vent.

Reste à calculer la proportion de filles : $\dfrac{6}{150} = \dfrac{6 \times 1}{6 \times 25} = \dfrac{1}{25} = 0,04 = 4$ %.

Les filles musiciennes jouant d'un instrument à vent correspondent à 4 % du total.

On pouvait aussi représenter cela dans un tableau contenant des grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Filles jouant d'un instrument à vent | 6 | $\dfrac{100 \times 6}{150} = \dfrac{600}{150} = 4$ |
| Total | 150 | 100 |

On pouvait aussi dire que les filles musiciennes correspondent à $\dfrac{20}{150} = \dfrac{2}{15}$ de l'école.

Celles qui jouent d'un instrument à vent : $\dfrac{30}{100} \times \dfrac{2}{15} = \dfrac{30 \times 2}{100 \times 15} = \dfrac{60}{1\,500} = \dfrac{6}{150} = \dfrac{1}{25}$