MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA JEUNESSE
Liberté
Égalité
Fraternité

EST MAT 2

SESSION 2023

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Concours externe - Concours externe spécial langue régionale - Troisième concours
Second concours interne - Concours interne spécial langue régionale

Deuxième épreuve d'admissibilité

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.
Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.

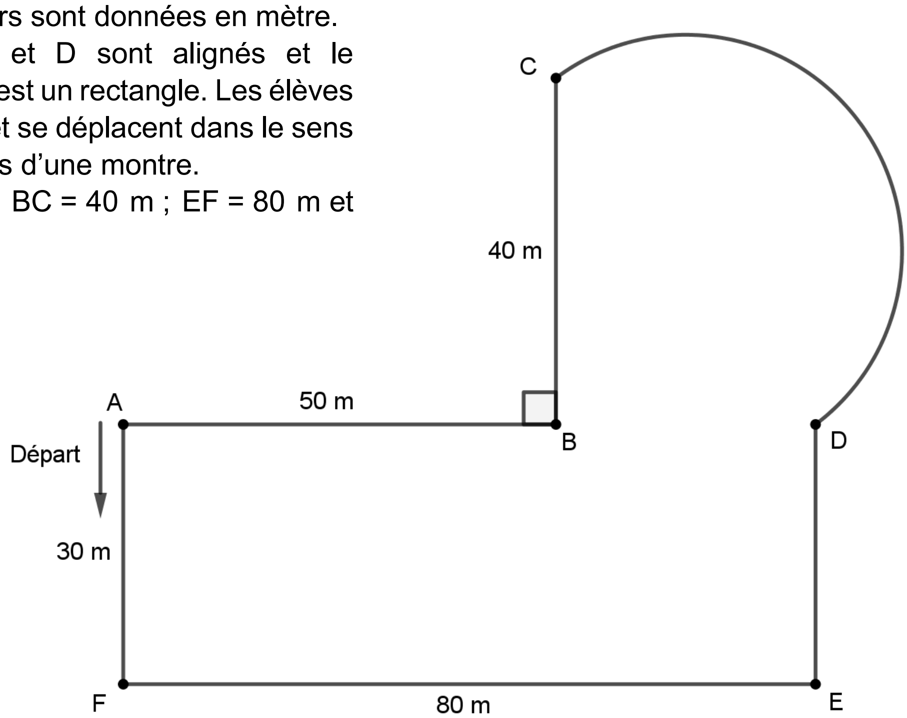
Tournez la page S.V.P

Ce sujet est composé de six exercices indépendants.

EXERCICE 1

Une directrice d'école primaire souhaite inscrire les élèves de l'école à une course solidaire d'action contre la faim afin de les sensibiliser à la sous-nutrition dans le monde.
Il s'agit pour chaque élève de faire le plus de tours possible d'un parcours prédéfini. Pour chaque tour effectué, l'élève récolte une somme d'argent fixe qui sera versée à l'association caritative.

La directrice décide de faire courir les élèves dans la cour de l'école, le long d'un parcours schématisé ci-dessous. Une partie du parcours est constituée d'un demi-cercle de diamètre [CD] et les longueurs sont données en mètre.
Les points A, B, et D sont alignés et le quadrilatère AFED est un rectangle. Les élèves partent du point A et se déplacent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
On a : AB = 50 m ; BC = 40 m ; EF = 80 m et FA = 30 m.



1. Calculer la longueur du segment [CD].

2. Montrer que la longueur du parcours, arrondie au mètre, est 309 m.
On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.

3. Construire un plan du parcours à l'échelle 1/800.

4. Killian a effectué un tour complet en 3 minutes.
À quelle vitesse moyenne Killian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.

5. On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7 km/h.
   a. Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?
   b. On désigne par S le point du parcours où Sophia se trouve au bout de 18 minutes de course. Placer le point S sur le plan réalisé à la question **3.**

6. L'école est composée de 325 élèves. Le tableau ci-dessous indique le nombre de tours complets effectués par les élèves.

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13

a. Quel est le nombre moyen de tours complets effectués ?
b. Quelle est l'étendue de cette série statistique ?
c. Déterminer la médiane de cette série statistique.
d. Interpréter le résultat de la question **c.**
e. Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série.
f. Quel pourcentage d'élèves a réussi à faire au moins 4 tours ?

EXERCICE 2

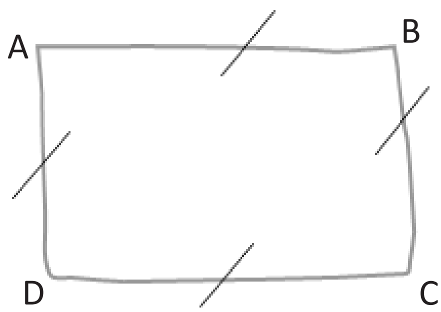
Un rectangle est défini dans le dictionnaire de la façon suivante :
« Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits. »

1. Un quadrilatère qui possède deux angles droits est-il un rectangle ? Justifier.

2. Dans une classe de CE2, une enseignante demande à ses élèves de compléter la phrase suivante : « Un rectangle est un quadrilatère dont … ».
Voici deux réponses proposées :
Élève A : « Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur ».
Élève B : « Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur ».
a. Préciser en quoi la réponse de l'élève A ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.
b. Préciser en quoi la réponse de l'élève B ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.

3. Qu'elle est la nature d'un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires ?

4. En s'appuyant sur le codage du quadrilatère ci-après dessiné à main levée, préciser la nature du quadrilatère en question en justifiant la réponse.



EXERCICE 3

Voici deux programmes de calcul :

Programme A

Programme B

Choisir un nombre
Prendre son double
Ajouter 5
Calculer le carré du résultat
Retourner le résultat trouvé

1. Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.

2. Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1,15.

3. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?

4. **a.** Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?
   b. Si l'utilisateur saisit le nombre $\frac{3}{4}$, quel résultat le programme B retourne-t-il ?

5. On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441	
3										

   a. Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question **4.a.** ci-dessus ?
   b. Quelle formule a pu être saisie dans la cellule A2 de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?

6. **a.** Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre zéro ?
   b. Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.
   c. Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.

7. Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

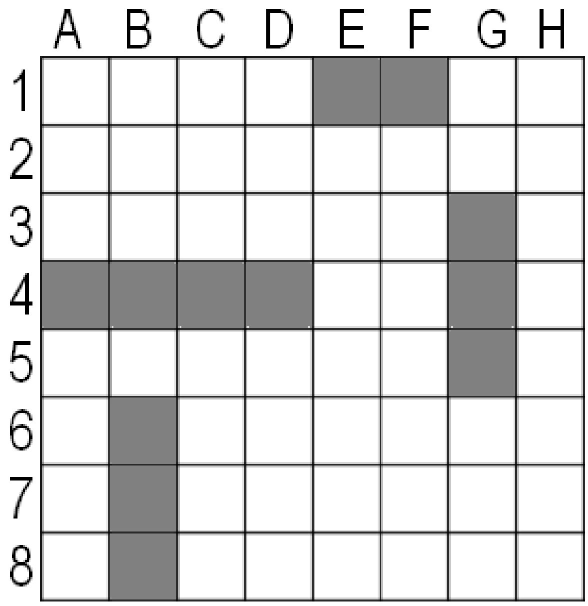
EXERCICE 4

Deux élèves de CM2, Jeanne et Teddy, jouent à la bataille navale. Il s'agit d'un jeu de société, appelé également « touché-coulé ».
Les deux joueurs doivent commencer par placer quatre navires horizontalement ou verticalement (sans chevauchement) sur leur grille de 8 lignes et 8 colonnes, tenue secrète : 1 navire de deux cases, 2 navires de trois cases et 1 navire de quatre cases.
Ils doivent ensuite tenter de faire « couler » les navires adverses en « touchant » toutes les cases de chaque navire de l'autre joueur. Pour cela, chacun, à son tour, énonce une case de la grille, sous le format « lettre-nombre », par exemple C2.
Lorsqu'un joueur énonce une case, son adversaire répond :

- « À l'eau ! », si la case énoncée est vide ;
- « Touché ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si les autres parties du navire n'ont pas encore toutes été touchées ;
- « Touché-coulé ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si toutes les autres parties du navire ont déjà été touchées.

Le gagnant est le joueur qui fait « couler » chez son adversaire tous les navires (au sens de toucher toutes les cases de chacun d'eux) avant que les siens ne le soient.

Voici ci-dessous la grille de Teddy : les quatre bateaux sont schématisés par des rectangles gris.



On suppose qu'à chaque tir, Jeanne choisit au hasard et de manière équiprobable une case de la grille qu'elle n'a pas énoncée précédemment.

1. Au premier essai :

a. Quelle est la probabilité que Jeanne touche un bateau ?

b. Quelle est la probabilité que Jeanne ne touche aucun bateau ?

c. Un des bateaux a une chance sur seize d'être touché. De combien de cases est-il composé ?

d. Jeanne choisit une case de la colonne B. Quelle est la probabilité qu'elle touche un bateau ?

2. Au premier essai de la partie, Jeanne désigne la case « E1 ». Teddy annonce « Touché ! ». Jeanne souhaite couler le bateau touché et choisit une case adjacente à la case « E1 ». Quelle est la probabilité qu'elle coule le bateau au coup suivant ? Justifier.

3. Teddy annonce « À l'eau ! » pour les deux premiers essais de Jeanne. Quelle est la probabilité de toucher un bateau pour son troisième essai ?

EXERCICE 5

Pour choisir une unité de température, les physiciens se sont heurtés à l'absence de « température zéro » (le zéro absolu n'était pas connu à l'époque). Deux systèmes principaux ont été créés et restent utilisés : le degré Celsius (°C) et le degré Fahrenheit (°F).
Voici ci-dessous une formule permettant de passer de la mesure d'une température en degré Fahrenheit (notée F) vers la mesure de la même température en degré Celsius (notée C).

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

1. En utilisant cette formule, convertir 95°F en degré Celsius.

2. En utilisant cette formule, convertir 5°C en degré Fahrenheit.

3. Existe-t-il des températures pour lesquelles la mesure en degrés Celsius est égale à la mesure en degrés Fahrenheit ? Donner toutes les réponse possibles en justifiant.

EXERCICE 6

Un professeur des écoles d'une classe de CE1 présente à ses élèves une règle de calcul qui permet de déterminer avec ses dix doigts et ses dix orteils le produit de deux nombres entiers compris entre 5 et 10 en utilisant les résultats des tables appris précédemment. Il s'appuie sur l'exemple suivant :

Effectuons 6×7. *- Avec le pied et la main gauches, on lève les 5 orteils et 1 doigt, représentant ainsi le 6.* *- Avec le pied et la main droites, on lève les 5 orteils et 2 doigts, représentant ainsi le 7.* *Pour le calcul on ne regarde que les mains et on procède de la manière suivante : La somme du nombre de doigts levés nous indique un nombre de dizaines, le produit des doigts baissés nous indique un nombre d'unités. Ici on a :* $(1 + 2)$ *dizaines et* (4×3) *unités, soit encore* 3 *dizaines* et 12 *unités. On obtient donc le nombre* 42.

1. Appliquer cette règle pour calculer le produit 6×8.

2. On note *g* le nombre de doigts levés de la main gauche et *d* le nombre de doigts levés de la main droite.
   a. Que représentent dans ce contexte les nombres $(5 - g)$ et $(5 - d)$?
   b. Démontrer l'égalité : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.
   c. Conclure quant à la validité de la règle de calcul.

Information aux candidats

Les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Externe

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT PR**	**102**	**9418**

Concours Externe - Spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**EXT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**EXT LR PR**	**102**	**9418**

Troisième concours

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**3ème PU**	**102**	**9418**
Privé	**3ème PR**	**102**	**9418**

Second concours interne

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT PR**	**102**	**9418**

Concours interne - spécial langue régionale

	Concours	Épreuve	Matière
Public	**2INT LR PU**	**102**	**9418**
Privé	**2INT LR PR**	**102**	**9418**

IMPRIMERIE NATIONALE – 23 0905 – D'après documents fournis

CRPE — 2023 — FRANCE — GROUPE 1

CORRECTION

EXERCICE n° 1 — La course solidaire d'action contre la faim

Pythagore — Echelle

1. Les points A, B et D sont alignés. De plus $(CB) \perp (AB)$ d'après le codage, donc $(CB) \perp (BD)$.
Comme AFED est un rectangle, $BD = AD - AB = FE - AB = 80\ m - 50\ m = 30\ m$.
Dans le triangle BDC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$BD^2 + BC^2 = DC^2$$

$$30^2 + 40^2 = DC^2$$

$$900 + 1\,600 = DC^2$$

$$DC^2 = 2\,500$$

$$DC = \sqrt{2\,500}$$

$$DC = 50$$

La longueur $CD = 50\ m$.

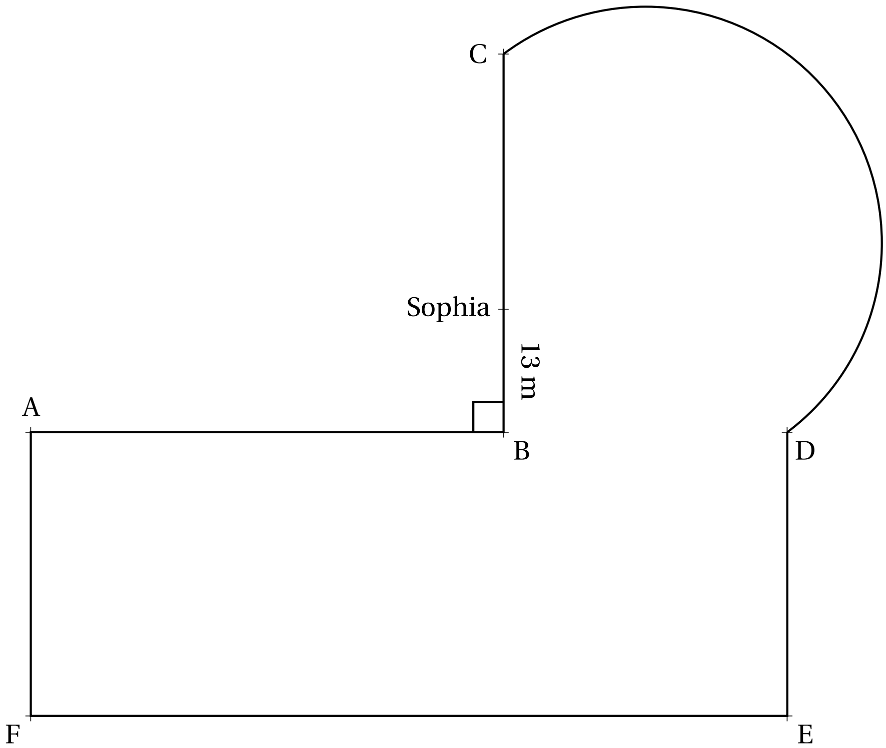
2. Pour calculer la longueur du parcours, il faut calculer la longueur du demi-cercle de diamètre $50\ m$.
Ce demi-cercle mesure : $\dfrac{\pi \times 50\ m}{2} = 25\pi\ m$.

La longueur exacte puis approchée du parcours : $40\ m + 50\ m + 30\ m + 80\ m + 30\ m + 25\pi\ m = 230\ m + 25\pi\ m \approx 309\ m$

3. Le plan doit être tracé à l'échelle 1 : 800. Il faut absolument justifier les calculs des mesures.
À cette échelle, $1\ m$ dans la réalité est représentée par un segment mesurant $1\ m \div 800 = 1\,000\ mm \div 800 = 1{,}25\ mm$.
Cela signifie aussi que $10\ m$ dans la réalité revient à $1{,}25\ mm \times 10 = 12{,}5\ mm = 1{,}25\ cm$ sur le plan.

Voici un tableau récapitulant les différentes mesures :

Longueurs réelles	$30\ m$	$40\ m$	$50\ m$	$80\ m$
Longueurs sur le plan	$3 \times 1{,}25\ cm = 3{,}75\ cm$	$4 \times 1{,}25\ cm = 5\ cm$	$5 \times 1{,}25\ cm = 6{,}25\ cm$	$8 \times 1{,}25\ cm = 10\ cm$



3. On peut utiliser la formule $v = \dfrac{d}{t}$.

Ainsi on obtient environ $\dfrac{309\ m}{3\ min} = 103\ m/min$.

Comme $1\ min = 60\ s$, on arrive à $\dfrac{103\ m}{60\ s} \approx 1,72\ m/s$.

Comme $1\ h = 60\ min$, on a aussi $103\ m \times 60 = 6\,180\ m = 6{,}18\ km$ soit environ $6,2\ km/h$.

$\boxed{\text{Killian a couru à environ } 1,72\ m/s \text{ soit } 6,2\ km/h.}$

On pouvait aussi utiliser le fait que la distance et le temps sont deux grandeurs proportionnelles :

Distance	$309\ m$	$\dfrac{60\ min \times 309\ m}{3\ min} = 6\,180\ m$	$\dfrac{1\ s \times 309\ m}{180\ s} \approx 1,72\ m$
temps	$3\ min = 180\ s$	$1\ h = 60\ min$	$1\ s$

Je préfère souvent cette méthode qui évite l'usage d'une formule et privilégie la connaissance de la proportionnalité de deux grandeurs.

5.a. On peut utiliser à nouveau le fait que le temps et la distance sont des grandeurs proportionnelles quand la vitesse est constante.

Distance	$7\ km$	$\dfrac{18\ min \times 7\ km}{60\ min} = 2,1\ km$
temps	$1\ h = 60\ min$	$18\ min$

Comme un tour complet mesure environ 309 m et que $2,1\ km = 2\,100\ m$, on a $2\,100\ m \div 309\ m \approx 6,8$,

Sophia a réalisé 6 tours complets en 18 min.

On pouvait utiliser la formule $v = \dfrac{d}{t}$, on a

$7\ km/h = \dfrac{d}{18\ min}$ soit $d = 18\ min \times 7\ km/h = \dfrac{18\ min}{60\ min} \times 7 km/h = 0,3\ h \times 7\ km/h = 2,1\ km$.

5.b. $2,1\ km = 2\,100\ m = 6 \times 309\ m + 246\ m$.
Sophia a donc fait 6 tours complets et 246 m sur le septième tour. Le tour complet mesure environ 309 m, comme $309\ m - 246\ m = 63\ m$, Sophia se retrouve à 63 m de la fin du tour. Elle se trouve donc sur le segment [BC], précisément à $63\ m - 50\ m = 13\ m$ du point B.
On a vu que 1 m réel correspond à 1,25 mm sur le plan. Comme $13 \times 1,25\ mm = 16,25\ mm = 1,625\ cm$, sur le plan, on place Sophia à 1,625 cm du point B sur le segment [BC]

6.a. Le nombre moyen de tours est $\dfrac{2\times52+3\times52+4\times78+5\times65+6\times39+7\times26+8\times13}{52+52+78+65+39+26+13} = \dfrac{1417}{325} = 4,36$

En moyenne, 4,36 tours ont été effectués par les 325 enfants.

6.b. L'étendue est l'écart entre le nombre minimal de tour, 2, et le maximum, 8. L'étendue est de 6 tours.

6.c. Il y a 325 élèves. Or $325 = 162 + 1 + 162$. Le nombre médian de tour est le nombre de tours effectué par le 163ᵉ élève classé dans l'ordre croissant du nombre de tours effectués.
On peut, par exemple, ajouter les effectifs croissant cumulés au tableau pour déterminer cette valeur médiane.

Nombres de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élève	52	52	78	65	39	26	13
Effectif cumulé croissant	52	104	**182**	247	286	312	325

Les effectifs cumulés croissants permettent par exemple de dire que les 52 premiers élèves ont fait 2 tours et que du 53ᵉ au 104ᵉ élève ils ont fait 3 tours.
Le 163ᵉ élève a fait 4 tours, il s'agit de la médiane de la série statistique.

6.d. Cela signifie que la moitié des élèves a fait quatre tours ou moins et que l'autre moitié a fait quatre tours ou plus.

6.e. Il y a 325 élèves. On partage en quatre. $325 = 81 + 81 + 1 + 81 + 81$.
Le premier quartile correspond à la moyenne du 81ᵉ et du 82ᵉ élève.
Le troisième quartile correspond à la moyenne du 244ᵉ et 245ᵉ élève. $244 = 81 + 81 + 1 + 81$

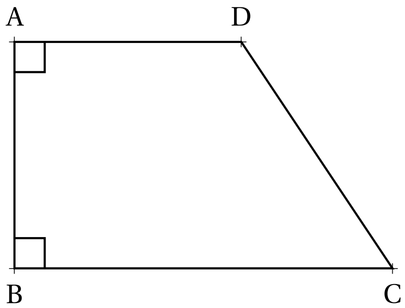
En regardant les effectifs cumulés croissant on constate que :
le premier quartile vaut 3 tours et le troisième quartile 6 tours.

6.f. On voit que $52 + 52 + 78 = 182$ élèves ont fait au moins 4 tours.
Comme $\dfrac{182}{325} = 0,56 = \dfrac{56}{100} = 56\ \%$, 56 % des élèves ont au moins fait quatre tours.

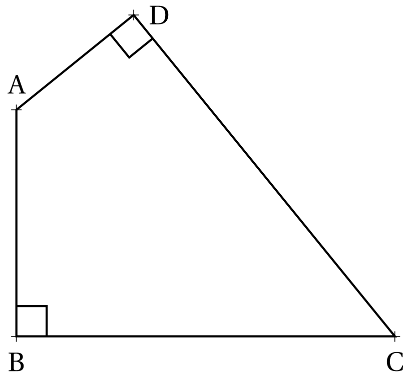
Exercice n° 2 — Le rectangle

Quadrilatère et rectangle

1. Soit ABCD un quadrilatère ayant deux angles droits. Soit ces deux angles droits sont consécutifs, par exemple en A et en B, soit ils sont opposés, en A et en C.
On peut ainsi obtenir une des figures suivantes :

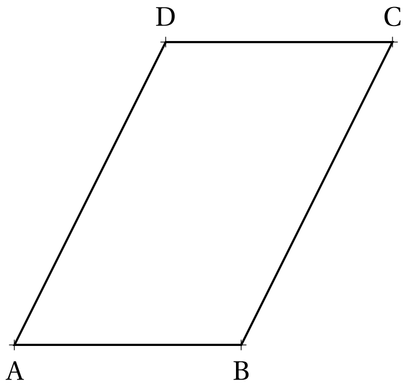


Dans ce cas, on obtient un trapèze rectangle.
En effet, comme (AD) ⊥ (AB) et que (BC) ⊥ (AB), on sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles, donc (AD)//(BC) et ABCD est un trapèze.

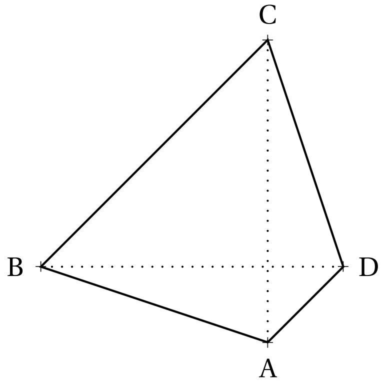


On obtient un quadrilatère quelconque dont la seule chose qu'on peut dire est qu'il est inscrit dans le cercle dont le centre est le milieu de [AC]

$\boxed{\text{Un quadrilatère ayant deux angles droits n'est pas forcément un rectangle.}}$



2.a. Un quadrilatère, dont les côtés opposés sont de même longueur, est un parallélogramme. Ce parallélogramme n'est pas forcément rectangle.



2.b. Un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur n'est pas forcément un rectangle. Il faut que les diagonales se coupent en leur milieu pour que la propriété soit suffisante.

$\boxed{\text{Aucune des deux définitions ne peut être admise.}}$

3. $\boxed{\text{C'est un rectangle losange, c'est à dire un carré.}}$

4. Ce quadrilatère a quatre côtés égaux, il s'agit par définition $\boxed{\text{d'un losange.}}$

Exercice n° 3 — Deux programmes de calculs

Tableur — Équation du premier degré — Programme de calcul

1. Quand on saisit le nombre 2, on obtient successivement : $b = 2\times 2+5 = 4+5 = 9$ puis $c = 5\times 2-4 = 10-4 = 6$ et enfin $d = 9\times 6 = 54$.

$\boxed{\text{Quand on saisit 2 au début on obtient bien 54.}}$

2. En prenant $1,15$ au départ on obtient : $b = 2\times 1,15+5 = 2,3+5 = 7,3$ puis $c = 5\times 1,15-4 = 5,75-4 = 1,75$ et enfin $d = 7,3\times 1,75 = 12,775$.

$\boxed{\text{Quand on saisit } 1,15 \text{ au début on obtient } 12,775.}$

3. Pour que le programme A retourne 0, il faut que le produit final $b\times c$ soit égal à 0.
Or on sait que **un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul**
Il faut donc que l'un des deux facteurs, b ou c soit nul.

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ 2a+5 &= 0 \\ 2a+5{\color{red}-5} &= 0{\color{red}-5} \\ 2a &= -5 \\ a &= -\frac{5}{2} \\ a &= -2,5 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} c = 05a-4 &\qquad = 0 \\ 5a-4{\color{red}+4} &= 0{\color{red}+4} \\ 5a &= 4 \\ a &= \frac{4}{5} \\ a &= 0,8 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le programme renvoit la valeur 0 pour les nombres de départ } -2,5 \text{ et } 0,8, \text{ exclusivement.}}$

4.a. Avec le programme B en partant de 3 on obtient successivement : $2\times 3 = 6$, puis $6+5 = 11$ et $11^2 = 121$.

$\boxed{\text{En partant de 3 avec le programme B on obtient 121.}}$

4.b. Avec le programme B en partant de $\frac{3}{4}$ on obtient successivement :

$$2\times\frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ puis } \frac{3}{2}+5 = \frac{3}{2}+\frac{10}{2} = \frac{13}{2} \text{ et } \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{169}{4}$$

$\boxed{\text{En partant de } \frac{3}{4} \text{ avec le programme B on obtient } \frac{169}{4}.}$

5.a. $\boxed{\text{Il s'agit de la cellule } \mathbf{D2}.}$

5.b. $\boxed{\text{La formule saisie en } \mathbf{A2} \text{ est } \mathbf{=(2*A1+5)\hat{}\ 2} \text{ ou } \mathbf{=(2*A1+5)*(2*A1+5)}.}$

6.a. On peut utiliser deux méthodes :

Remonter le programme à l'envers :
Après avoir calculé le carré, on obtient 0. Ainsi le nombre que l'on met au carré est 0.

Ce nombre est obtenu après avoir ajouté 5, le nombre obtenu avant était donc -5 car $-5+5=0$.
-5 est le double du nombre de départ, le nombre de départ est donc $\dfrac{-5}{2}=-2,5$.

Résoudre une équation :
En notant x le nombre de départ, avec le Programme B on obtient successivement :
$2x$ puis $2x+5$ et enfin $(2x+5)^2$.
Rest à résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}(2x+5)^2 &= 0\\(2x+5)(2x+5) &= 0\end{aligned}$$

On sait que **Un produit de facteur est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**
Il reste ainsi à résoudre :

$$\begin{aligned}2x+5 &= 0\\2x+5-5 &= 0-5\\2x &= -5\\x &= -\frac{5}{2}\\x &= -2,5\end{aligned}$$

$\boxed{\text{Le Programme B retourne 0 pour le nombre de départ } -2,5.}$

6.b. $\boxed{\text{Ce nombre est rationnel car } -2,5=\dfrac{5}{2}.}$

6.c. $\boxed{\text{Ce nombre est décimal car } -2,5=-\dfrac{25}{10}.}$

Un nombre rationnel est une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers relatifs, le dénominateur étant non nul.
Un nombre décimal est un nombre rationnel dont le dénominateur est une puissance de 10.
Tous les nombres entiers sont décimaux, ils s'écrivent tous sous la forme $n=\dfrac{n}{1}=\dfrac{n}{10^0}$.
Tous les nombres décimaux sont des nombres rationnels. Un nombre rationnel n'est pas forcément décimal, comme $\dfrac{1}{3}$*. On peut aussi se dire qu'un nombre décimal possède une partie décimale finie, même si c'est un peu tautologique !*

7. Notons x le nombre de départ :
Le Programme A donne : $(2x+5)(5x-4)$.
Le Programme B donne : $(2x+5)^2$.

Reste à résoudre :

$$\begin{aligned}
(2x+5)(5x-4) &= (2x+5)^2 \\
(2x+5)(5x-4)-(2x+5)^2 &= (2x+5)^2-(2x+5)^2 \\
(2x+5)(5x-4)-(2x+5)^2 &= 0 \\
(2x+5)(5x-4)-(2x+5)(2x+5) &= 0 \\
(2x+5)\,[(5x-4)-(2x+5)] &= 0 \\
(2x+5)(5x-4-2x-5) &= 0 \\
(2x+5)(3x-9) &= 0
\end{aligned}$$

Cette étape est assez difficile. Il faut penser à regrouper les termes dans le même membre. Remarquer le facteur commun en $(2x+5)$. L'idée est d'utiliser le produit.
En effet, on sait que **Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.**

$$\begin{aligned}
2x+5 &= 0 \\
2x+5-5 &= 0-5 \\
2x &= -5 \\
x &= -\frac{5}{2} \\
x &= -2,5
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
3x-9 &= 0 \\
3x-9+9 &= 0+9 \\
3x &= 9 \\
x &= \frac{9}{3} \\
x &= 3
\end{aligned}$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{-2,5 \text{ et } 3}$

On peut ensuit vérifier :
En partant de $-2,5$,

- le Programme A donne : $2\times(-2,5)+5=-5+5=0$ et $5\times(-2,5)-4=-12,5-4=-16,5$ soit enfin $0\times(-16,5)=0$.
- le Programme B donne : $2\times(-2,5)=-5$ puis $-5+5=0$ soit enfin $0^2=0$.

En partant de 3,

- le Programme A donne : $2\times3+5=6+5=11$ et $5\times3-4=15-4=11$ soit enfin $11\times11=121$.
- le Programme B donne : $2\times3=6$ puis $6+5=11$ soit enfin $11^2=121$.

On obtient bien le résultat attendu.

EXERCICE nº 4 — Touché-Coulé

Probabilités

1. Il s'agit d'une expérience aléatoire à une épreuve. Cette grille carrée est constituée de $8\times8=64$ cases. Il y a donc 64 issues équiprobables.

1.a. Il y a 12 cases contenant les bateaux. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \frac{12}{64}=\frac{6}{32}=\frac{3}{16}=0,1875=18,75\ \%.}$

1.b. Il y a $64-12=52$ cases ne contenant aucun bateau. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{52}{64}=\dfrac{13}{16}=0,8125=81,25\ \%.}$

1.c. $\dfrac{1}{16}=\dfrac{4}{64}$. $\boxed{\text{Le bateau concerné est constitué de 4 cases.}}$

1.d. Cette fois-ci nous sommes dans une expérience aléatoire à une épreuve constituée de 8 issues équiprobables : les huit cases de la colonne B.

Dans cette colonne, il y a 4 cases qui correspondent à un bateau. $\boxed{\text{La probabilité cherchée est de } \dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}=0,5=50\ \%.}$

2. Il y a un doute sur le sens du mot adjacent. Une case adjacente est-elle une case ayant un côté commun avec **E1** ? Dans ce cas il y a trois cases adjacentes : **D1 ; E2 et F1**. Est-ce une case ayant un sommet commun avec **E1** ? Dans ce cas, il y a 5 cases adjacentes : **D1 ; D2 ; E2 ; F2 et F1**.

Suivant le sens du mot adjacent, $\boxed{\text{la probabilité cherchée est } \dfrac{1}{3} \text{ ou } \dfrac{1}{5}.}$

3. On revient, d'après ce que je comprends, à l'expérience aléatoire de la question **1.**. Il y a 64 issues possibles équiprobables et 12 cases contenant des bateaux. Après deux échecs, Jeanne se souvent, en tout cas on en fait l'hypothèse, des deux coups perdants, elle va choisir parmi les 62 cases restantes.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{12}{62}=\dfrac{6}{31}\approx 0,1935\approx 19,35\ \%.}$

Exercice n° 5 — La température

Expression littérale — Équation

1. Il faut remplacer F par 95°F dans la formule.

$C=(95-32)\times\dfrac{5}{9}=63\times\dfrac{5}{9}=\dfrac{315}{9}=35.$

$\boxed{\text{95°F correspond à 35°C.}}$

2. Il faut résoudre une équation en F :

$$\begin{aligned}
5 &= (F-32)\times\frac{5}{9}\\
5\div\frac{5}{9} &= (F-32)\times\frac{5}{9}\div\frac{5}{9}\\
5\times\frac{9}{5} &= F-32\\
\frac{45}{5} &= F-32\\
9 &= F-32\\
9+32 &= F-32+32\\
41 &= F
\end{aligned}$$

$\boxed{5°\text{C correspond à } 32°\text{F}}$.

On pouvait aussi tenter d'exprimer F en fonction de C :

$$\begin{aligned}
\text{C} &= (\text{F}-32)\times\frac{5}{9}\\
\text{C}{\div}\frac{5}{9} &= (\text{F}-32)\times\frac{5}{9}{\div}\frac{5}{9}\\
\text{C}\times\frac{9}{5} &= \text{F}-32\\
\frac{9\text{C}}{5} &= \text{F}-32\\
\frac{9\text{C}}{5}+32 &= \text{F}-32+32\\
\frac{9\text{C}}{5}+32 &= \text{F}
\end{aligned}$$

3. Notons x une telle température. Il faut résoudre :

$$\begin{aligned}
x &= (x-32)\times\frac{5}{9}\\
x{\div}\frac{5}{9} &= (x-32)\times\frac{5}{9}{\div}\frac{5}{9}\\
x\times\frac{9}{5} &= x-32\\
\frac{9x}{5} &= x-32\\
\frac{9x}{5}-x &= x-32-x\\
\frac{9x}{5}-\frac{5x}{5} &= -32\\
\frac{4x}{5} &= -32\\
x &= -32\div\frac{4}{5}\\
x &= -32\times\frac{5}{4}\\
x &= -\frac{160}{4}\\
x &= -40
\end{aligned}$$

$\boxed{-40°\text{C correspond exactement à } -40°\text{F.}}$

On peut vérifier : $(-40-32)\times\frac{5}{9} = -72\times\frac{5}{9} = -\frac{360}{9} = -40$.

Exercice nº 6 — Doigts et orteils

Calcul littéral

1. Pour 6×8 :

— Pour 6, on lève 5 orteils et 1 doigt à gauche ;
— Pour 8, on lève 5 orteils et 3 doigts à droite ;
— On ajoute les doigts levés : $3 + 1 = 4$;
— On multiplie les doigts baissés : $4 \times 2 = 8$;
— On obtient 4 dizaines et 8 unités soit 48.

Nos pieds et nos mains viennent de calculer brillament $6 \times 8 = 48$.

2.a. $(5 - g)$ le nombre de doigts baissés à gauche et $(5 - d)$ le nombre de doigts baissés à droite.

2.b. $(5 + g)(5 + d) = 25 + 5d + 5g + gd$.
$10(g + d) + (5 - g)(5 - d) = 10g + 10d + 25 - 5d - 5g + gd = 25 + 5d + 5g + gd$.

On a bien l'identité pour tous g et d : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.

3. $(5 + g)$ représente les 5 orteils et les doigts levés à gauche.
$(5 + d)$ représente les 5 orteils et les doigts levés à droite.
Le produit $(5 + g)(5 + d)$ correspond donc au produit que l'on souhaite calculer.

$(g + d)$ est la somme des doigts levés à gauche et à droite.
$10(g + d)$ est un nombre de dizaines.

$(5 - g)$ est le nombre de doigts baissés à gauche.
$(5 - d)$ est le nombre de doigts baissés à droite.
$(5 - g)(5 - d)$ est le produit du nombre de doigts baissés à droite et à gauche.

D'après l'identité démontrée ci-dessus, le produit des deux nombres et bien égal à la somme du nombre de dizaine correspondant à la somme des doigts levés et du produit du nombre de doigts baissés.