



DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2019

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

AMÉRIQUE DU SUD

14 NOVEMBRE 2019

Durée de l'épreuve : 2h00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	13 points
Exercice n° 3	14 points
Exercice n° 4	23 points
Exercice n° 5	14 points
Exercice n° 6	16 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE n° 1 — Quatre affirmations

20 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer sur la copie, si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

Affirmation n° 1

Dans la série de valeurs ci-dessous, l'étendue est 25.

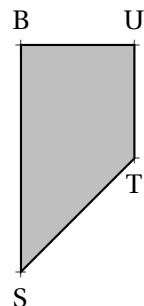
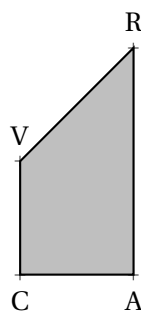
Série : 37 ; 20 ; 18 ; 25 ; 45 ; 94 ; 62

Affirmation n° 2

Les nombres 70 et 90 ont exactement deux diviseurs premiers en commun.

Affirmation n° 3

À partir du quadrilatère BUTS, on a obtenu le quadrilatère VRAC par une translation.



Affirmation n° 4

Quand on multiplie l'arête d'un cube par 3, son volume est multiplié par 27.

EXERCICE n° 2 — Dépenses liées au transport**13 points**

On a saisi dans un tableur les dépenses liées au transport des familles françaises pour les années 2013 et 2015. Ces dépenses sont exprimées en milliards d'euros.

Pour l'année 2013, on a aussi saisi dans ce tableur les dépenses totales annuelles qui correspondent aux dépenses liées au logement, au transport, à la santé, à l'éducation...

Voici une copie de l'écran obtenu.

Par exemple : en 2015, les dépenses annuelles des familles françaises, liées à l'achat de carburant, ont été de 34 milliards d'euros.

	A	B	C
1	Dépenses liées au transport	Année 2013	Année 2015
2	Achat de véhicule particulier	38	39
3	Frais d'entretien des véhicules	45	51
4	Achat de carburant	39	34
5	Achat de services de transport (avion, train...)	26	28
6	Total pour le budget transport	148	152
7			
8	Dépenses totales annuelles	1498	

1. Pour l'année 2015, quelle est la dépense des familles françaises liée aux frais d'entretien des véhicules?
2. Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B6 avant de l'étirer dans la cellule C6?
3. À la lecture du tableau, les dépenses annuelles liées à l'achat de carburant ont-elles baissé de 5 % entre 2013 et 2015?
4. En 2015, les dépenses des familles françaises liées aux transports correspondaient à environ 9,87 % des dépenses totales annuelles.
Quelles étaient alors les dépenses totales annuelles des familles françaises en 2015?

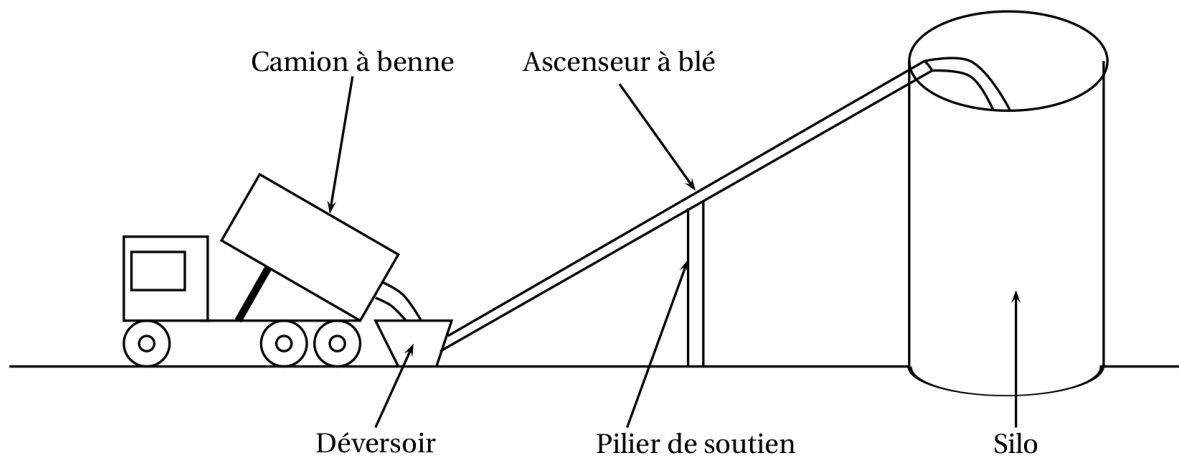
EXERCICE n° 3 — Calculer, développer et résoudre**14 points**

1. Calculer $5x^2 - 3(2x + 1)$ pour $x = 4$.
2. Montrer que, pour toute valeur de x , on a : $5x^2 - 3(2x + 1) = 5x^2 - 6x - 3$.
3. Trouver la valeur de x pour laquelle $5x^2 - 3(2x + 1) = 5x^2 - 4x + 1$.

EXERCICE n° 4 — L'ascenseur du silo à grains

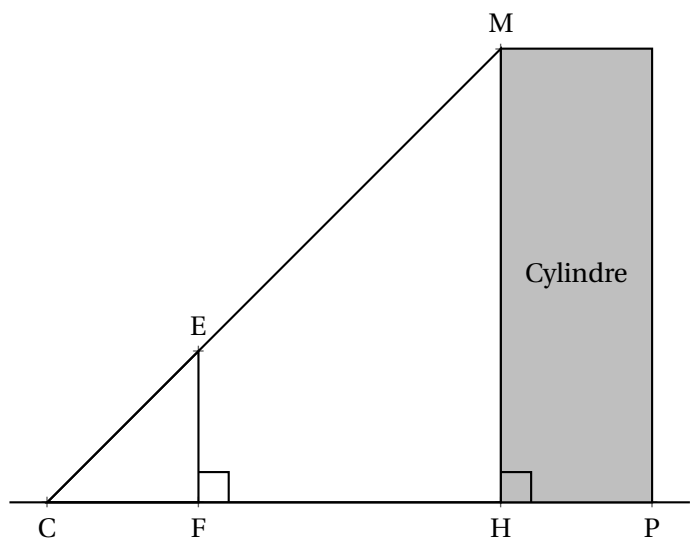
23 points

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas réalisée à l'échelle :

- Les points C, E et M sont alignés;
- Les points C, F, H et P sont alignés;
- Les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH);
- $CH = 8,50 \text{ m}$ et $CF = 2,50 \text{ m}$;
- Hauteur du cylindre : $HM = 20,40 \text{ m}$;
- Diamètre du cylindre : $HP = 4,20 \text{ m}$.



Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé?
2. Quelle est la hauteur EF du pilier?
3. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{HCM} entre le sol et l'ascenseur à blé?
On donnera une valeur approchée au degré près.
4. Un mètre-cube de blé pèse environ 800 kg.
Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans ce silo? On donnera la réponse à une tonne près.

Rappels :

- 1 tonne = 1 000 kg;
- volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$;

Une entreprise rembourse à ses employés le coût de leurs déplacements professionnels, quand les employés utilisent leur véhicule personnel.

Pour calculer le montant de ces remboursements, elle utilise la formule et d'équivalence ci-dessous proposés par le gestionnaire :

Document 1

Longueur d du trajet aller	Prix a	Prix b par kilomètre
De 1 km à 16 km	0,7781	0,1944
De 17 km à 32 km	0,2503	0,2165
De 33 km à 64 km	2,0706	0,1597
De 65 km à 109 km	2,8891	0,1489
De 110 km à 149 km	4,0864	0,1425
De 150 km à 199 km	8,0871	0,1193
De 200 km à 300 km	7,7577	0,1209
De 301 km à 499 km	13,6514	0,1030
De 500 km à 799 km	18,4449	0,0921
De 800 km à 9999 km	32,2041	0,0755

Montant du remboursement

Formule : $a + b \times d$

- a est un prix en euros qui ne dépend que de la longueur du trajet;
- b est le prix en euros payé par kilomètre parcouru;
- d est la longueur en kilomètres du trajet aller.

1. Pour un trajet aller de 30 km , vérifier que le montant du remboursement est environ 6,75 €.

2. Dans le cadre de son travail, un employé de cette entreprise effectue un déplacement à Paris. Il choisit de prendre sa voiture et il trouve les informations ci-dessous sur un site internet.

Document 2

- Distance Nantes - Paris : 386 km ;
- Coût du péage entre Nantes et Paris : 37 €;
- Consommation moyenne de la voiture de l'employé : 6,2 litres d'essence aux 100 km ;
- Prix du litre d'essence : 1,52 €.

À l'aide des **Documents 1 et 2**, répondre à la question suivante :

Le montant du remboursement sera-t-il suffisant pour couvrir les dépenses de cet employé pour effectuer le trajet aller de Nantes à Paris?

Voici les copies d'écran d'un programme qui permet d'obtenir une frise.

Script de la frise

```

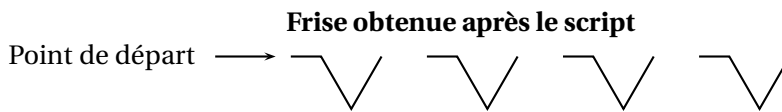
    quand le drapeau est cliqué
    s'orienter à 90
    aller à x: 150 y: 0
    effacer tout
    répéter 4 fois
        Motif
        avancer de 30
    
```

Block motif

```

    définir Motif
    stylo en position d'écriture
    avancer de 20
    tourner de 60 degrés
    avancer de 40
    tourner de 120 degrés
    avancer de 40
    s'orienter à 90
    relever le stylo
    
```

Rappel : L'instruction `s'orienter à 90` signifie qu'on s'oriente en vue de se diriger vers la droite.



1. Quelle distance le lutin a-t-il parcourue pour tracer un seul motif de la frise?
2. On modifie le programme, dans cette question seulement :
 - on ne modifie pas le script de la frise.
 - dans le bloc motif, il enlève l'instruction : `relever le stylo`

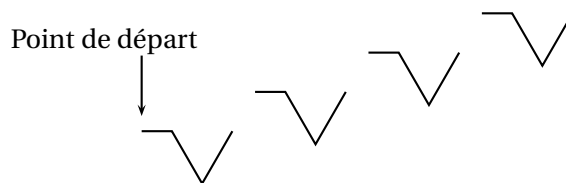
Dessiner à main levée la frise obtenue avec ce nouveau programme.

3. On utilise maintenant le bloc motif ci-dessous. Laquelle des deux frises obtient-il? Expliquer pourquoi.

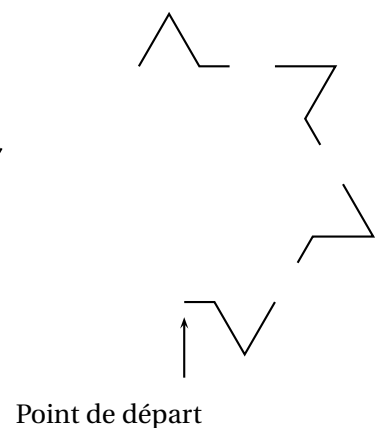
```

    définir Motif
    stylo en position d'écriture
    avancer de 20
    tourner de 60 degrés
    avancer de 40
    tourner de 120 degrés
    avancer de 40
    relever le stylo
    
```

Frise n° 1



Frise n° 2



BREVET — 2019 — AMÉRIQUE DU SUD — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

Ce sujet propose les grands classiques du brevet : Pythagore, Thalès, trigonométrie, tableur, Scratch... Une jolie tâche complexe qui demande de l'autonomie et de la prise d'initiative. L'exercice de calcul littéral est « à l'ancienne »!



EXERCICE n° 1 — Quatre affirmations

20 points

Médiane — Arithmétique — Translation — Agrandissement/réduction

Un exercice qui ne présente pas de difficulté.

Affirmation n° 1 : Il faut classer cette série dans l'ordre croissant. Comme il y a 7 termes, la médiane est le quatrième.

18 ; 20 ; 25 ; 37 ; 45 ; 62 ; 94

Affirmation n° 1 : FAUSSE, la médiane de cette série est 37.

Affirmation n° 2 : Nous allons chercher les diviseurs de 70 et 90.

Les diviseurs de 70 : 1 — 2 — 5 — 7 — 35 — 70.

Les diviseurs de 90 : 1 — 2 — 3 — 5 — 6 — 9 — 10 — 15 — 18 — 30 — 45 — 90.

Affirmation n° 2 : VRAIE, 2 et 5 sont les deux diviseurs premiers communs à 70 et 90.

Affirmation n° 3 : Cette transformation « retourne » le quadrilatère.

Affirmation n° 3 : FAUSSE, c'est une symétrie centrale.

Affirmation n° 4 : On sait que Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 .

Comme $3^3 = 27$.

Affirmation n° 4 : VRAIE.



EXERCICE n° 2 — Dépenses liées au transport

13 points

Lecture tableau — Tableau — Pourcentages

Un exercice assez facile sur les pourcentages et le tableau.

1. En 2015, 34 milliards d'euros ont été dépensés pour les frais d'entretien des véhicules.

2. Il faut faire la somme des colonnes au dessus.

La formule = B2 + B3 + B4 + B5 a été saisie dans B6 puis copiée dans C6.

On pouvait aussi utiliser la fonction SOMME en écrivant = SOMME(B2 : B5).

3. En 2013 les dépenses de carburant étaient de 39 milliards d'euros et en 2015 elles étaient de 34 milliards d'euros.

Une première manière de faire est de calculer les 5 % de 39 : $39 \times \frac{5}{100} = 39 \times 0,05 = 1,95$
Puis $39 - 1,95 = 37,05$.

On peut aussi multiplier 39 par $1 - \frac{5}{100} = 1 - 0,05 = 0,95$.

Une seconde méthode consiste à chercher le pourcentage de diminution :

$39 - 34 = 5$ puis $\frac{5}{39} \approx 0,128$ soit environ 13 %.

Ou encore rechercher le coefficient de diminution : $\frac{34}{39} \approx 0,872$ or $0,872 = 1 - 0,128 = 1 - \frac{12,8}{100}$

Non, les dépenses n'ont pas baissé de 5 % mais d'environ 13 %.

Il ne fallait pas se contenter de calculer la différence $39 - 34 = 5$. La différence en valeur n'est pas le pourcentage de diminution.

4. En 2015, la dépense annuelle pour les transports, soit 152 milliard d'euros, correspondait à 9,87 % des dépenses totales.

On peut utiliser un tableau de proportionnalité :

Dépenses en milliards d'euros	152	$\frac{100 \times 152}{9,87} \approx 1540$
Pourcentages	9,87	100

On peut aussi rechercher ce que représente 1 % de la dépense totale en effectuant $\frac{152}{9,87} \approx 15,4$ puis on multiplie par 100.

La dépense totale annuelle des familles françaises en 2015 correspondait à 1540 milliard d'euros.



EXERCICE n° 3 — Calculer, développer et résoudre

14 points

Substitution — Développer — Équation du premier degré

Un exercice à l'ancienne où il faut substituer, développer et résoudre. L'équation finale est assez difficile, les termes en x^2 se simplifient ce qui n'est pas une situation habituelle en troisième.

1. Pour $x = 4$,

$$A = 5x^2 - 3(2x + 1) = 5 \times 4^2 - 3(2 \times 4 + 1)$$

$$A = 5 \times 16 - 3(8 + 1)$$

$$A = 80 - 3 \times 9$$

$$A = 80 - 27 = 53$$

Pour $x = 4$, l'expression donne 53.

2. Pour tout x on a :

$$A = 5x^2 - 3(2x + 1)$$

$$A = 5x^2 - 6x - 3$$

On a bien le résultat attendu.

3. Résolvons :

$$\begin{aligned}5x^2 - 3(2x + 1) &= 5x^2 - 4x + 1 \\5x^2 - 6x - 3 &= 5x^2 - 4x + 1 \\5x^2 - 6x - 3 - 5x^2 &= 5x^2 - 4x + 1 - 5x^2 \\-6x - 3 &= -4x + 1 \\-6x - 3 + 4x &= -4x + 1 + 4x \\-2x - 3 &= 1 \\-2x - 3 + 3 &= 1 + 3 \\-2x &= 4 \\x &= \frac{4}{-2} \\x &= -2\end{aligned}$$

$x = -2$ est la solution de cette équation.

Cette équation est assez difficile à résoudre. Il s'agit d'une équation de degré 2 dont les termes en x^2 se simplifient. Ce n'est pas une équation que l'on résoud habituellement en troisième...



EXERCICE n° 4 — L'ascenseur du silo à grains

23 points

Théorème de Pythagore — Théorème de Thalès — Trigonométrie — Volume du cylindre

Un exercice qui demande de bonnes compétences en géométrie et qui utilise les grands classiques de ce domaine. La dernière question est intéressante.

1. Dans le triangle CHM rectangle en H,
D'après le **théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned} HC^2 + HM^2 &= CM^2 \\ 8,5^2 + 20,4^2 &= CM^2 \\ 72,25 + 416,16 &= CM^2 \\ CM^2 &= 488,41 \\ CM &= \sqrt{488,41} \\ CM &\approx 22,1 \end{aligned}$$

L'ascenseur à blé a une longueur de 22,1 m.

2. Il faut bien penser à justifier le parallélisme de (EF) et (HM)

Les droites (EF) et (HM) sont perpendiculaires à la droite (CP).

On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Ainsi (EF) // (HM)

Les droites (ME) et (HF) sont sécantes en C, les droites (EF) et (HM) sont parallèles,

D'après le **théorème de Thalès** on a :

$$\begin{aligned} \frac{CF}{CH} &= \frac{CE}{CM} = \frac{EF}{MH} \\ \frac{2,5 \text{ m}}{8,5 \text{ m}} &= \frac{CE}{22,1 \text{ m}} = \frac{EF}{20,4 \text{ m}} \end{aligned}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$EF = \frac{20,4 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}}{8,5 \text{ m}} \text{ d'où } EF = \frac{51 \text{ m}^2}{8,5 \text{ m}} \text{ et } EF \approx 6 \text{ m.} \quad \text{Le pillier mesure 6 m.}$$

3. Dans le triangle HCM rectangle en H,

$$\cos \widehat{HCM} = \frac{CH}{CM} \text{ donc } \cos \widehat{HCM} = \frac{8,5 \text{ m}}{22,1 \text{ m}} = \frac{5}{13}.$$

À la calculatrice on arrive à $\widehat{HCM} \approx 67^\circ$.

$$\text{On peut aussi calculer } \tan \widehat{HCM} = \frac{HM}{HC} = \frac{20,40 \text{ m}}{8,5 \text{ m}} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

L'angle $\widehat{HCM} \approx 67^\circ$ à l'unité près.

4. Ce silo à grains est un cylindre de diamètre HP = 4,20 m et de hauteur HM = 20,40 m.

Le rayon de ce cylindre est donc $4,20 \text{ m} \div 2 = 2,10 \text{ m}$.

$$\text{Le volume de ce silo : } \pi \times (2,10 \text{ m})^2 \times 20,40 \text{ m} = 89,964\pi \text{ m}^3 \approx 283 \text{ m}^3$$

On sait que 1 m^3 de blé pèse 800 kg. Dans ce silo on peut stocker : $283 \times 800 \text{ kg} = 226400 \text{ kg} = 226,4 \text{ t}$

Ce silo à blé peut contenir environ 226 t de blé.



EXERCICE n° 5 — Le remboursement des trajets en voiture

14 points

Tâche complexe

Une vraie tâche complexe assez exigeante qui demande des compétences d'autonomie et de prise d'initiative aux élèves.

1. Pour un trajet de 30 km d'après le tableau, dans la ligne « De 17 km à 32 km » on constate que $a = 0,2503$ et $b = 0,2165$.

Pour $d = 30$ km, la formule $a + b \times d$ donne : $0,2503 \text{ €} + 0,2165 \text{ €} \times 30 = 6,7453 \text{ €}$.

Pour une distance de 30 km le remboursement est d'environ 6,75 €.

2. Calcul du coût du trajet pour l'employé :

Il y a 386 km à parcourir. Son véhicule consomme 6,2 L pour 100 km. Or $386 \text{ km} = 3,86 \times 100 \text{ km}$.
Il va donc consommer $3,86 \times 6,2 \text{ L} = 23,932 \text{ L}$.

Une autre méthode consiste à utiliser la proportionnalité du volume d'essence et de la distance :

Volume d'essence	6,2 L	$\frac{386 \text{ km} \times 6,2 \text{ L}}{100 \text{ km}} = \frac{2393,2}{100} = 23,932$
Distance	100 km	386 km

Le prix du litre d'essence est 1,52 €. Cela va donc lui coûter : $23,932 \times 1,52 \text{ €} \approx 36,38 \text{ €}$.

Il faut ajouter le prix du péage : $36,38 \text{ €} + 37 \text{ €} = 73,38 \text{ €}$.

Ce trajet va coûter 73,38 € à l'employé.

Calcul du remboursement :

La distance parcourue est 386 km. Dans le tableau à la ligne « De 301 km à 499 km » on lit $a = 13,6514$ et $b = 0,1030$.

La formule donne pour $d = 386 \text{ km}$: $13,6514 \text{ €} + 0,1030 \text{ €} \times 386 = 53,4094 \text{ €}$.

Le remboursement pour cet employé est d'environ 53,40 €.

On peut calculer $73,38 \text{ €} - 53,40 \text{ €} = 19,98 \text{ €}$.

Le remboursement n'est pas suffisant, il manque environ 20 €.



EXERCICE n° 6 — Une frise avec Scratch

16 points

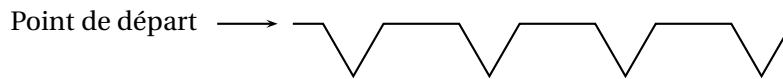
Scratch

Un Scratch géométrique assez facile!

1. En unité arbitraire il a parcouru : $20 + 40 + 40 = 100$

2. Comme on ne relève le stylo, les motifs sont reliés entre eux.

Frise obtenue après le script



3. Le Motif modifié est différent du premier par la dernière commande `s'orienter à 90` qui a été retirée.

Par conséquent, le lutin reste positionné suivant une angle de 120° vers la gauche soit 60° par rapport à l'horizontale après avoir dessiné le premier motif.

Le second motif est donc tracé après une rotation de 60° par rapport au premier.

Et ainsi de suite avec un motif qui tourne sur lui même de 60° à chaque répétition.

La frise obtenue est la **Frise n° 2**

*La **Frise n° 1** est obtenue en avançant suivant le même angle en ayant relevé le stylo. Il faut ensuite orienter le lutin à 90° . Cela revient donc à placer la commande `s'orienter à 90` au début du motif plutôt qu'à la fin.*

Informations légales

- Auteur : Fabrice ARNAUD
- Web : pi.ac3j.fr
- Mail : contact@ac3j.fr
- Nom fichier : Brevets.tex
- Dernière modification : 11 mai 2023

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise `%{{{ ... %}}}` est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code définit un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Versions de logiciels libres utilisés :

- pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24 (TeX Live 2022/Debian)
- kpathsea version 6.3.4
- Compiled with libpng 1.6.39; using libpng 1.6.39
- Compiled with zlib 1.2.13; using zlib 1.2.13
- Compiled with xpdf version 4.04

Licence CC-BY-SA 4.0

Ce document est placé sous licence CC-BY-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

Vous êtes autorisé :

- PARTAGER : copier, distribuer le matériel par tous moyens et sous tous formats;
- ADAPTER : remixer, transformer et créer à partir du matériel pour toute utilisation, y compris commerciale.

Selon les conditions suivantes :

- **ATTRIBUTION** : vous devez créditer le matériel, indiquer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées. Vous devez indiquer ces informations par tous moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'auteur vous soutient.
- **PARTAGE DANS LES MÊMES CONDITIONS** : Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Oeuvre originale, vous devez diffuser l'Oeuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec la même licence avec laquelle l'Oeuvre originale a été diffusée.
- **PAS DE RESTRICTIONS SUPPLÉMENTAIRES** : Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr>