Annales 2021

# Diplôme national du brevet
# Session 2021

## Mathématiques

## Série générale

France

28 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

| | |
|---|---|
| Exercice n° 1 | 20 points |
| Exercice n° 2 | 20 points |
| Exercice n° 3 | 20 points |
| Exercice n° 4 | 20 points |
| Exercice n° 5 | 20 points |

**Indications portant sur l'ensemble du sujet.**

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

## EXERCICE nº 1 — Les températures à Tours *20 points*

Cette feuille de calcul présente les températures moyennes mensuelles à Tours en 2019.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Mois | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D | Moyenne annuelle |
| 2 | Température | 4,4 | 7,8 | 9,6 | 11,2 | 13,4 | 19,4 | 22,6 | 20,5 | 17,9 | 14,4 | 8,2 | 7,8 | |

**1.** D'après le tableau ci-dessus, quelle a été la température moyenne à Tours en novembre 2019 ?

**2.** Déterminer l'étendue de cette série.

**3.** Quelle formule doit-on saisir dans la cellule N2 pour calculer la température moyenne annuelle ?

**4.** Vérifier que la température moyenne annuelle est $13,1°C$.

**5.** La température moyenne annuelle à Tours en 2009 était de $11,9°C$.
Le pourcentage d'augmentation entre 2009 et 2019, arrondi à l'unité, est-il : 7 %, 10 % ou 13 % ?
Justifier la réponse.

## **Exercice n° 2** — Visite au Futuroscope *20 points*

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

**1.** Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs ?

**2.** L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 »est-elle vraie ? Justifier la réponse.

**3.** Un professeur organise une sortie pédagogique au Futuroscope pour ses élèves de troisième. Il veut répartir les 126 garçons et les 90 filles par groupes. Il souhaite que chaque groupe comporte le même nombre de filles et le même nombre de garçons.

**3.a.** Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 126 et 90.

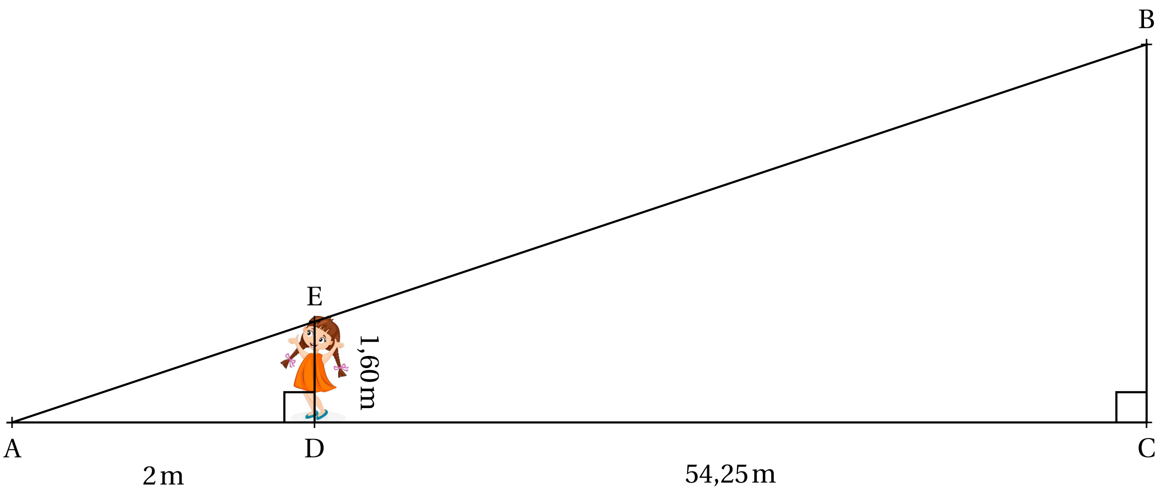
**3.b.** Trouver tous les entiers qui divisent à la fois les nombres 126 et 90.

**3.c.** En déduire le plus grand nombre de groupes que le professeur pourra constituer. Combien de filles et de garçons y aura-t-il dans chaque groupe ?

**4.** Deux élèves de troisième, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématiques que les hauteurs inaccessibles pouvaient être détermnées avec l'ombre. Ils souhaitent calculer la hauteur de la Gyrotour du Futuroscope.

Marie se place comme indiquée sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coincide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (le schéma n'est pas à l'échelle), sur lequel les points A, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.

Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



**EXERCICE n° 3** — Un QCM en deux parties et cinq questions *20 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. **Une seule réponse est exacte.**
Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

**PARTIE A :**

Une urne contient 7 jetons verts, 4 jetons rouges, 3 jetons bleus et 2 jetons jaunes. Les jetons sont indiscernables au toucher. On pioche un jeton au hasard dans cette urne.

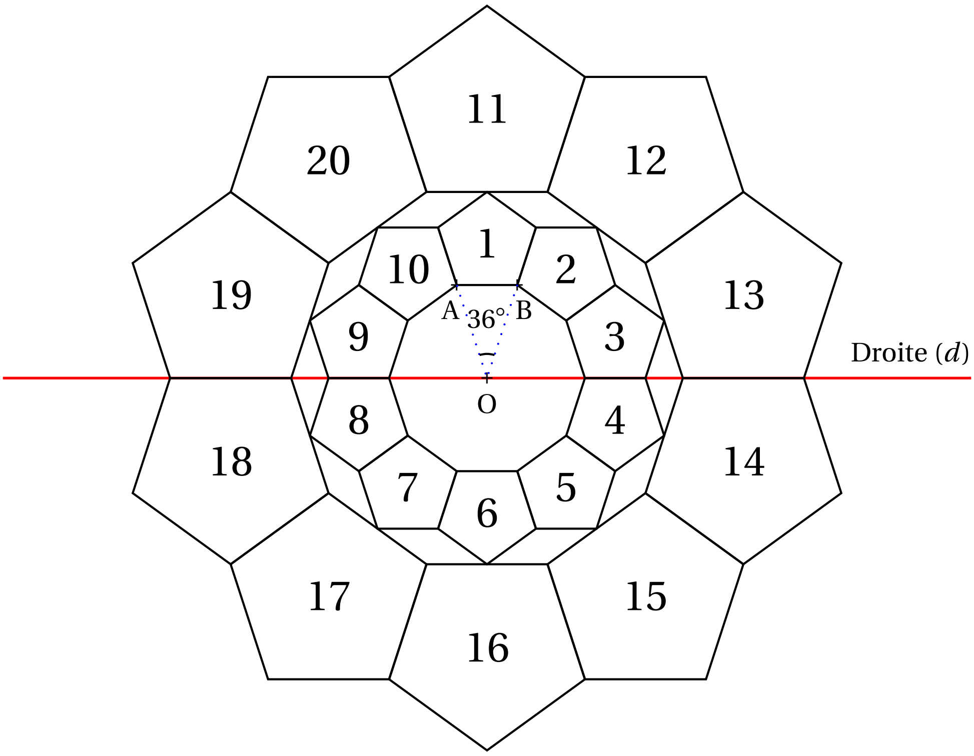
| Questions | Réponse A | Réponse B | Réponse C |
|---|---|---|---|
| **1.** À quel événement correspond une probabilité de $\dfrac{7}{16}$ ? | Obtenir un jeton de couleur rouge ou jaune. | Obtenir un jeton qui n'est pas vert. | Obtenir un jeton vert. |
| **2.** Quelle est la probabilité de ne pas tirer un jeton bleu ? | $\dfrac{13}{16}$ | $\dfrac{3}{16}$ | $\dfrac{3}{4}$ |

**Partie B :**

On considère la figure suivante, composée de vingt motifs numérotés de 1 à 20, dans laquelle :

— $\widehat{AOB} = 36°$ ;

— le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2.




| Questions | Réponse A | Réponse B | Réponse C |
|---|---|---|---|
| **3.** Quel est l'image du motif 20 par la symétrie d'axe la droite $(d)$ ? | Le motif 17. | Le motif 15. | Le motif 12. |
| **4.** Par quelle rotation le motif 3 est-il du motif 1 | Une rotation de centre O et d'angle 36°. | Une rotation de centre O et d'angle 72°. | Une rotation de centre O et d'angle 90°. |

## **EXERCICE n° 4** — Un programme de calcul avec Scratch *20 points*

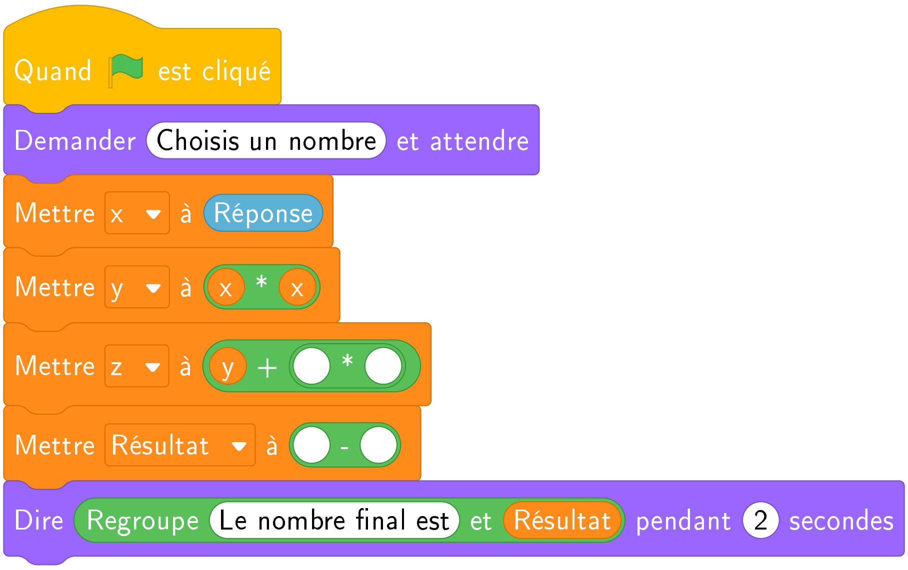
Voici un programme de calcul :

- — Choisir un nombre ;
- — Prendre le carré du nombre de départ ;
- — Ajouter le triple du nombre de départ ;
- — Soustraire 10 au résultat.

**1.** Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

**2.** Appliquer ce programme de calcul au nombre $-3$.

**3.** Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.




Compléter sur **l'ANNEXE page 8** les lignes 5 et 6 pour que ce script corresponde au programme de calcul.

**4.** On veut déterminer le nombre à choisir au départ pour obtenir zéro comme résultat.

**4.a.** On appelle $x$ le nombre de départ. Exprimer en fonction de $x$ le résultat final.

**4.b.** Vérifier que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x+5)(x-2)$.

**4.c.** Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour obtenir le nombre 0 à l'arrivée ?

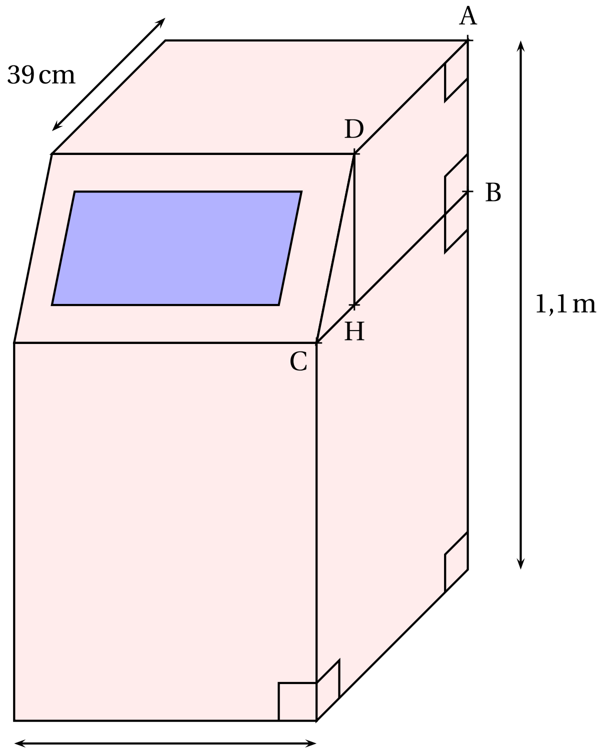
**Exercice n° 5** — Le composteur *20 points*

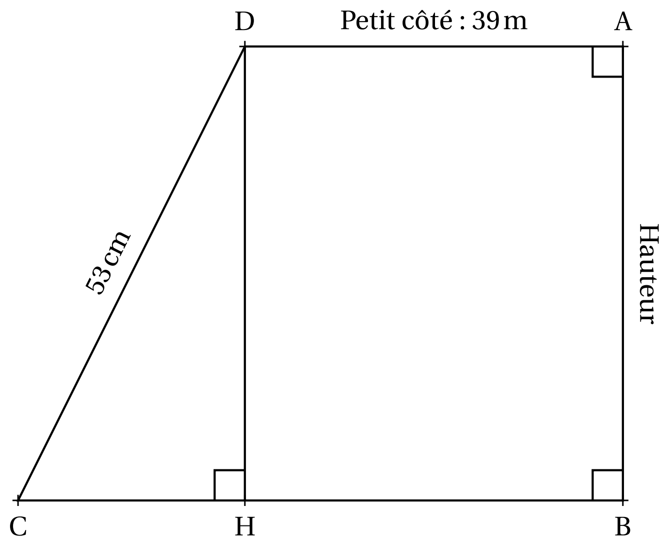
La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007.
Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

**1.** De combien de tonnes la production annuelle de déchets par Français en 2017 a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?

**2.** Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (la figure du composteur n'est pas à l'échelle).
Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ $0{,}5\,\text{m}^3$.
On souhaite vérifier cette information.




**2.a.** Dans le trapèze ABCD, calculer la longueur CH.
**2.b.** Montrer que la longueur DH est égale à 45 cm.
**2.d.** Calculer le volume du composteur.
L'affirmation « il a une contenance d'environ $0{,}5\,\text{m}^3$ »est-elle vraie ? Justifier.

**Rappels**

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

Volume du prisme droit = Aire de la base × Hauteur

Volume du pavé droit = Longueur × Largeur × Hauteur

ANNEXES à rendre avec votre copie

```
Quand [drapeau] est cliqué
Demander (Choisis un nombre) et attendre
Mettre x à (Réponse)
Mettre y à ((x) * (x))
Mettre z à ((y) + (( ) * ( )))
Mettre Résultat à (( ) - ( ))
Dire (Regroupe (Le nombre final est) et (Résultat)) pendant (2) secondes
```

✂ - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

# Brevet — 2021 — France — Série générale

## Correction

*Il s'agit du premier sujet de brevet post-Covid. Il s'agit d'un sujet relativement court avec seulement cinq exercices dont un QCM sans justification. Les thèmes sont classiques : Thalès, Pythagore, Aire, Volume, Transformations... Un sujet rassurant pour des élèves ayant manqués de mathématiques ces dernières années !*

### Exercice n° 1 — Les températures à Tours *20 points*

**Tableur — Statistiques**

*Un exercice relativement simple qui mèle tableur et statistiques.*

**1.** La température moyenne à Tours en novembre 2019 était de $8,2°$C.

**2.** La température moyenne minimale est en janvier, elle vaut $4,4°$C.
La température moyenne maximale est en juillet, elle vaut $22,6°$C.

L'étendue de cette série statistique vaut $22,6°\text{C} - 4,4°\text{C} = 18,2°\text{C}$.

**3.** Il faut saisir en N2 la formule : $= (\text{B1}+\text{C1}+\text{D1}+\text{E1}+\text{F1}+\text{G1}+\text{H1}+\text{I1}+\text{J1}+\text{K1}+\text{L1}+\text{M1})/12$.

*On pouvait aussi saisir* $= \text{SOMME}(\text{B1} : \text{M1})/12$.

**4.** Calculons $\dfrac{4,4°\text{C}+7,8°\text{C}+9,6°\text{C}+11,2°\text{C}+13,4°\text{C}+19,4°\text{C}+22,6°\text{C}+20,5°\text{C}+17,9°\text{C}+8,2°\text{C}+7,8}{12} = \dfrac{157,2°\text{C}}{12} = 13,1°\text{C}$.

La moyenne annuelle vaut bien $13,1°$C.

**5.** En 2009 la température moyenne annuelle valait $11,9°$C. Elle vaut $13,1°$C en 2019.
Nous cherchons le coefficient d'augmentation $k$ tel que $11,9°\text{C} \times k = 13,1°\text{C}$.

$$k = \frac{13,1°\text{C}}{11,9°\text{C}} \approx 1,10.$$

Comme $1,10 = 1+0,10 = 1+\dfrac{10}{100}$, cela représente une augmentation de 10 %.

*On pouvait bien sûr tester chacun des cas.*
*On pouvait aussi calculer l'écart de température :* $13,1°C - 11,9°C = 1,2°C$ *puis calculer* $\dfrac{1,2°C}{11,9°C} \approx 0,10 = \dfrac{10}{100}$.

### Exercice n° 2 — Visite au Futuroscope *20 points*

**Arithmétique — Thalès**

*Cet exercice mélange de l'arithmétique et de la géométrie. En arithmétique on cherche le plus grand diviseur commun en utilisant la décomposition en facteurs premiers. En géométrie, c'est un théorème de Thalès avec deux triangles rectangle, il faut justifier le parallélisme et penser à ajouter les longueurs. Classique!*

**1.** Calculons $2-1,9=0,1$.

$\boxed{\text{Il aurait fallu } 0,1 \text{ millions de visiteurs en plus soit } 0,1\times 1\,000\,000 = 100\,000 \text{ visiteurs.}}$

**2.** 2019 n'est pas une année bissextile puisque $2\,019 = 4\times 504+3$ (elle n'est pas multiple de 4). Il y avait donc 365 jours en 2019.

Comme $\dfrac{1\,900\,000}{365} \approx 5\,205$.

$\boxed{\text{L'affirmation est vraie : « il y a avait bien environ } 5\,200 \text{ visiteurs par jour en 2019 ».}}$

**3.a.**

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$\boxed{126 = 2\times3\times3\times7 \text{ donc } 126 = 2\times3^2\times7}$ $\boxed{90 = 2\times3\times3\times5 \text{ donc } 90 = 2\times3^2\times5}$

**3.b.** Dans la décomposition en facteurs premiers on constate que $2\times3\times3$ est en commun. On peut constituer toutes les combinaisons de ces facteurs pour obtenir les diviseurs communs supérieurs à 1.
$\boxed{\text{Les diviseurs communs de 126 et 90 sont : } 1 — 2 — 3 — 6 = 2\times3 — 9 = 3\times3 \text{ et } 18 = 2\times3\times3.}$

**3.c.** 18 est le plus grand diviseur commun à 126 et 90.
Comme $126 = 18\times7$ et $90 = 18\times5$.

$\boxed{\text{Le professeur pourra faire 18 groupes comprenant 12 élèves soit 7 garçons et 5 filles.}}$

**4.** Marie et la Gyrotour sont positionnées de manière verticale. Les droites (ED) et (BC) sont donc perpendiculaires à la droite (AC).
Or on sait que **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (EB) et (DC) sont sécantes en A, les droites (ED) et (BC) sont parallèles,
i 'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$$

$$\frac{2\,\text{m}}{2\,\text{m}+54,25\,\text{m}} = \frac{AE}{AB} = \frac{1,60\,\text{m}}{BC}$$

$$\frac{2\,\text{m}}{56,25\,\text{m}} = \frac{1,60\,\text{m}}{BC}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$BC = \dfrac{1,60\,\text{m}\times 56,25\,\text{m}}{2\,\text{m}}$ d'où $BC = \dfrac{90\,\text{m}^2}{2\,\text{m}}$ et $BC = 2\,\text{m}$

$\boxed{\text{La Gyrotour mesure environ 45 m}}$.

## **Exercice n° 3** — Un QCM en deux parties et cinq questions *20 points*

**Probabilités — Symétrie axiale — Rotation — Agrandissement**

*Un QCM sans justification au sujet des probabilités et des transformations. La question 4 manque de précision sur le sens de rotation.*

*Aucune justification n'était demandé dans cet exercice. Je me permettrai malgré tout quelques commentaires...*

**1.** Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité puisque les jetons sont indiscernables au toucher. Il y a $7+4+3+2=16$ jetons.

Comme 7 jetons sont verts, la probabilité d'obtenir un jeton vert est $\dfrac{7}{16}$.

Il y a 4 jetons rouges et 2 jetons jaunes soit 6 jetons rouges ou jaunes. La probabilité d'obtenir un jeton rouge ou jaune vaut $\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}$.

Il y a $16-7=9$ jetons qui ne sont pas verts. La probabilité d'obtenir un jeton qui n'est pas vert est $\dfrac{9}{16}$.

$\boxed{\textbf{1.}\text{ Réponse C}}$

**2.** Il y a 3 jetons bleus donc $16-3=13$ jetons qui ne sont pas bleus. La probabilité de ne pas tirer un jeton bleu vaut $\dfrac{13}{16}$.

$\boxed{\textbf{2.}\text{ Réponse A}}$

**3.** $\boxed{\text{Le motif 17. Réponse A.}}$

**4.** Il s'agit d'une rotation du double de l'angle à 36° soit $2\times 36° = 72°$ et de centre O.
Il manque cependant le sens de la rotation ce qui est quand même très gênant sur une épreuve de brevet.

Malgré cela, la moins mauvaise réponse est $\boxed{\text{Réponse B}}$.

**5.** Le motif 11 est l'image du motif 1 par l'homothétie de centre O et de rapport 2. Les longueurs de la figure 11 sont donc deux fois plus grandes que les longueurs du motif 1.

Or on sait que **si les longueurs d'une figure sont multipliées par un coefficient $k$ alors les aires sont multipliées par $k^2$ et les volumes par $k^3$.**

Finalement comme $2^2=4$, $\boxed{\text{Réponse B}}$.

## **Exercice n° 4** — Un programme de calcul avec Scratch *20 points*

**Programme de calcul — Scratch — Calcul littéral — Équation produit**

*Un exercice assez simple qui mélange algorithmique et programme de calcul.*

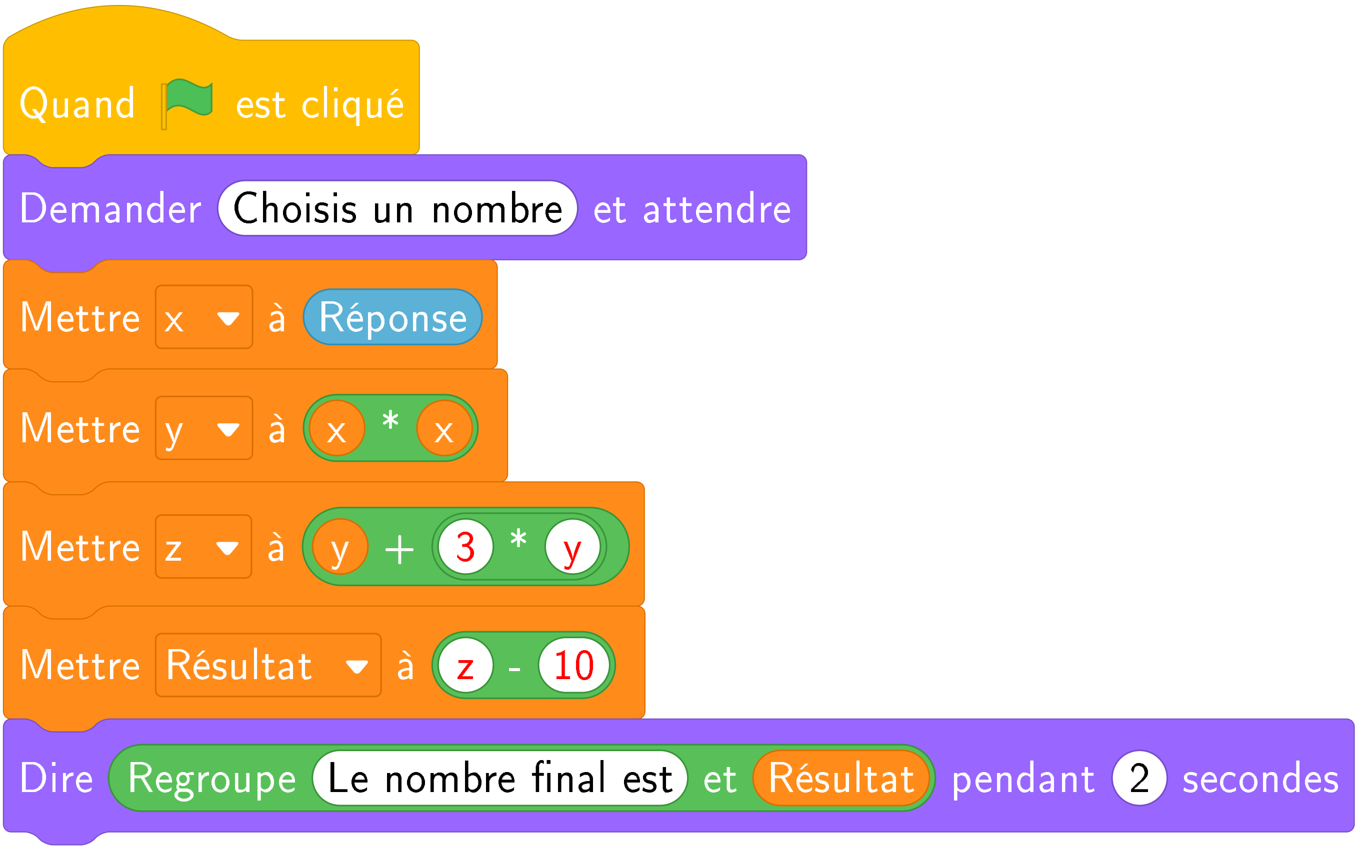
**1.** En prenant 4 comme nombre de départ, on obtient successivement :
4 puis $4^2 = 16$, $16 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28$ et enfin $28 - 10 = 18$.

En prenant 4 au départ on obtient bien 18 à la fin.

**2.** En prenant $-3$ comme nombre de départ, on obtient successivement :
$-3$ puis $(-3)^2 = 9$, $9 + 3 \times (-3) = 9 - 9 = 0$ et enfin $0 - 10 = -10$.

En prenant $-3$ au départ on obtient $-10$ à la fin.

**3.**




**4.a.** Notons $x$ le nombre de départ.
On obtient successivement :

— $x$ ;
— $x^2$ ;
— $x^2 + 3x$ ;
— $x^2 + 3x - 10$.

Le programme de calcul en prenant $x$ pour nombre de départ donne $x^2 + 3x - 10$.

**4.b.** Développons $A = (x + 5)(x - 2)$.

$A = (x + 5)(x - 2)$
$A = x^2 - 2x + 5x - 10$
$A = x^2 + 3x - 10$.

Ce résultat peut donc bien s'écrire sous la forme de $(x + 5)(x - 2)$.

**4.c.**
Il faut résoudre :

$$x^2+3x-10=0$$
$$(x+5)(x-2)=0$$

*On ne sait pas résoudre en troisième une équation du second degré, c'est à dire une équation avec un $x^2$. On sait cependant résoudre les équations produit. En factorisant l'epxession, on peut résoudre cette équation !*

$$(x+5)(x-2)=0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$x+5=0$$
$$x+5-5=0-5$$
$$x-5$$

$$x-2=0$$
$$x-2+2=0+2$$
$$x=2$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{-5 \text{ et } 2}$

**4.c.** Les nombres $-5$ et 2 permettent d'obtenir 0 à la fin.
Vérifions :

En prenant $-5$ au départ, on obtient successivement :
$-5$, $(-5)^2=25$ puis $25+3\times(-5)=25-15=10$ et enfin $10-10=0$.

En prenant 2 au départ, on obtient successivement :
2, $2^2=4$ puis $4+3\times2=4+6=10$ et enfin $10-10=0$.

$\boxed{\text{En prenant } -5 \text{ ou } 2 \text{ on obtient } 0 \text{ à la fin.}}$

## Exercice n° 5 — Le composteur

*20 points*

**Aire — Volume — Prisme droit — Pavé droit — Trapèze — Théorème de Pythagore**

*Un exercice relativement intéressant. Il est rare de rencontrer un trapèze au brevet. La dernière question demande une certaine expertise !*

**1.** La masse de déchet en 2007 était de 5,2 t et elle a diminué de 6,5 %.

Comme $1-\dfrac{6,5}{100}=1-0,065=0,935$, il faut calculer $0,935\times5,2\,\text{t}=4,862\,\text{t}$.

Or $5,2\,\text{t}-4,862\,\text{t}=0,338\,\text{t}$.

$\boxed{\text{La production de déchet par habitant a diminué de } 0,338\,\text{t.}}$

*On pouvait aussi effectuer* $5{,}2\,\text{t} \times \dfrac{6,5}{100} = 0{,}338\,\text{t}$.

**2.a.** $\boxed{\text{CH} = 67\,\text{cm} - 39\,\text{cm} = 28\,\text{cm}}$

**2.b.** Dans le triangle CHD rectangle en H,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{HC}^2 + \text{HD}^2 = \text{CD}^2$$
$$28^2 + \text{HD}^2 = 53^2$$
$$784 + \text{HD}^2 = 2\,809$$
$$\text{HD}^2 = 2\,809 - 784$$
$$\text{HD}^2 = 2025$$
$$\text{HD} = \sqrt{2\,025}$$
$$\text{HD} = 45$$

$\boxed{\text{La longueur CH vaut exactement } 45\,\text{cm.}}$

**2.c.** Il suffit d'appliquer la formule fournie en rappel.

$$\boxed{\text{Aire du trapèze} = \frac{(39\,\text{cm} + 67\,\text{cm}) \times 45\,\text{cm}}{2} = \frac{106\,\text{cm} \times\ 45\,\text{cm}}{2} = \frac{4\,770\,\text{cm}^2}{2} = 2\,385\,\text{cm}^2}$$

**2.d.** Il faut calculer le volume du pavé droit et le volume du prisme en utilisant le formulaire.

Aire du pavé droit $= 70\,\text{cm} \times 67\,\text{cm} \times (1{,}1\,\text{m} - 45\,\text{cm}) = 4\,690\,\text{cm}^2 \times (110\,\text{cm} - 45\,\text{cm}) = 4\,690\,\text{cm}^2 \times 65\,\text{cm} = 304\,850\,\text{cm}^3$

*Attention, les bases parallèles pour le prisme droit sont les trapèzes. La hauteur de ce prisme mesure donc* $70\,\text{cm}$. *Une hauteur n'est pas systématiquement verticale !*

Aire du prisme = Aire de la base × Hauteur $= 2\,385\,\text{cm}^2 \times 70\,\text{cm} = 166\,950\,\text{cm}^3$.

Le volume total du composteur vaut donc $304\,850\,\text{cm}^3 + 166\,950\,\text{cm}^3 = 471\,800\,\text{cm}^3$.

On sait que $1\,\text{m}^3 = 1\,000\,\text{dm}^3 = 1\,000\,000\,\text{cm}^3$ donc $471\,800\,\text{cm}^3 = 0{,}471\,8\,\text{m}^3$.

$\boxed{\text{L'affirmation est vraie, le composteur a bien un volume d'environ } 0{,}5\,\text{m}^3.}$

# Diplôme national du brevet
# Session 2021

## Mathématiques

## Série générale

### Asie

### 21 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

| | |
|---|---|
| Exercice n° 1 | 24 points |
| Exercice n° 2 | 21 points |
| Exercice n° 3 | 23 points |
| Exercice n° 4 | 16 points |
| Exercice n° 5 | 16 points |

**Indications portant sur l'ensemble du sujet.**

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

## EXERCICE nº 1 — Un QCM à six questions *24 points*

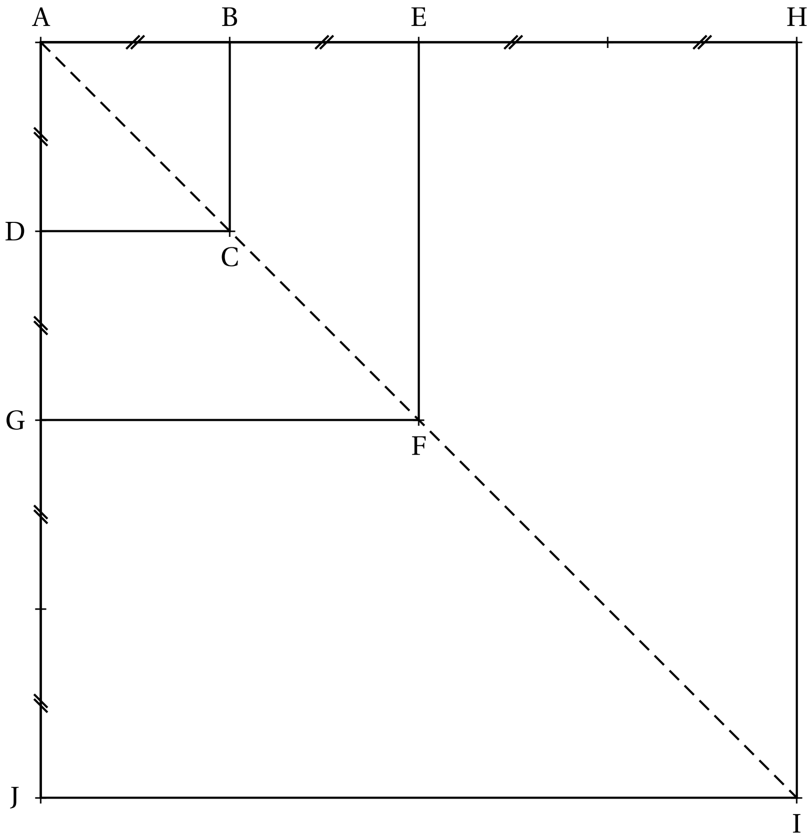
Pour chacun des six énoncés suivants, écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie. Il y a une seule réponse correcte par énoncé.
On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

<table>
<tr><th></th><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Le nombre 126 a pour diviseur</td><td>252</td><td>20</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>On considère la fonction $f$ définie par :<br>$f(x) = x^2 - 2$</td><td>L'image de 2 par $f$ est $-2$</td><td>$f(-2) = 0$</td><td>$f(0) = -2$</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Dans la cellule A2 du tableur ci-dessous, on a saisi la formule<br><br>$= -5 * \mathrm{A1} * \mathrm{A1} + 2 * \mathrm{A1} - 14$<br><br>puis on l'a étirée vers la droite.<br><br>Quel nombre obtient-on dans la cellule B2 ?<br><br><table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>1</td><td>-4</td><td>-3</td></tr><tr><td>2</td><td>-102</td><td></td></tr></table></td><td>$-65$</td><td>205</td><td>25</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Les solutions de l'équation $x^2 = 16$ sont</td><td>$-8$ et 8</td><td>$-4$ et 4</td><td>$-32$ et 32</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>$2 \times 2^{400}$ est égal à</td><td>$2^{401}$</td><td>$4^{400}$</td><td>$2^{800}$</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>La largeur et la hauteur d'une télévision suivent le ratio 16 : 9.<br>Sachant que la hauteur de cette télévision est de 54 cm, combien mesure sa largeur ?</td><td>94 cm</td><td>96 cm</td><td>30,375 cm</td></tr>
</table>

**EXERCICE nº 2** — Une agrandissement de carré *21 points*

Le quadrilatère ABCD est un carré de côté 1 cm. Il est noté **Carré ❶**.
Les points A, B, E et H sont alignés, ainsi que les points A, D, G et J.
On construit ainsi une suite de carrés (**Carré ❶ — Carré ❷ — Carré ❸ — ...** ) en doublant la longueur du côté du carré, comme illustré ci-dessous pour les trois premiers carrés.

*La figure n'est pas en vraie grandeur.*




**Carré ❶ :** ABCD

**Carré ❷ :** ABCD

**Carré ❸ :** ABCD

**1.** Calculer la longueur AC.

**2.** On choisit un carré de cette suite de carrés.
*Aucune justification n'est demandée pour les questions **2.a.** et **2.b.**.*

**2.a.** Quel coefficient d'agrandissement des longueurs permet de passer de ce carré au carré suivant ?
**2.b.** Quel type de transformation permet de passer de ce carré au carré suivant ?

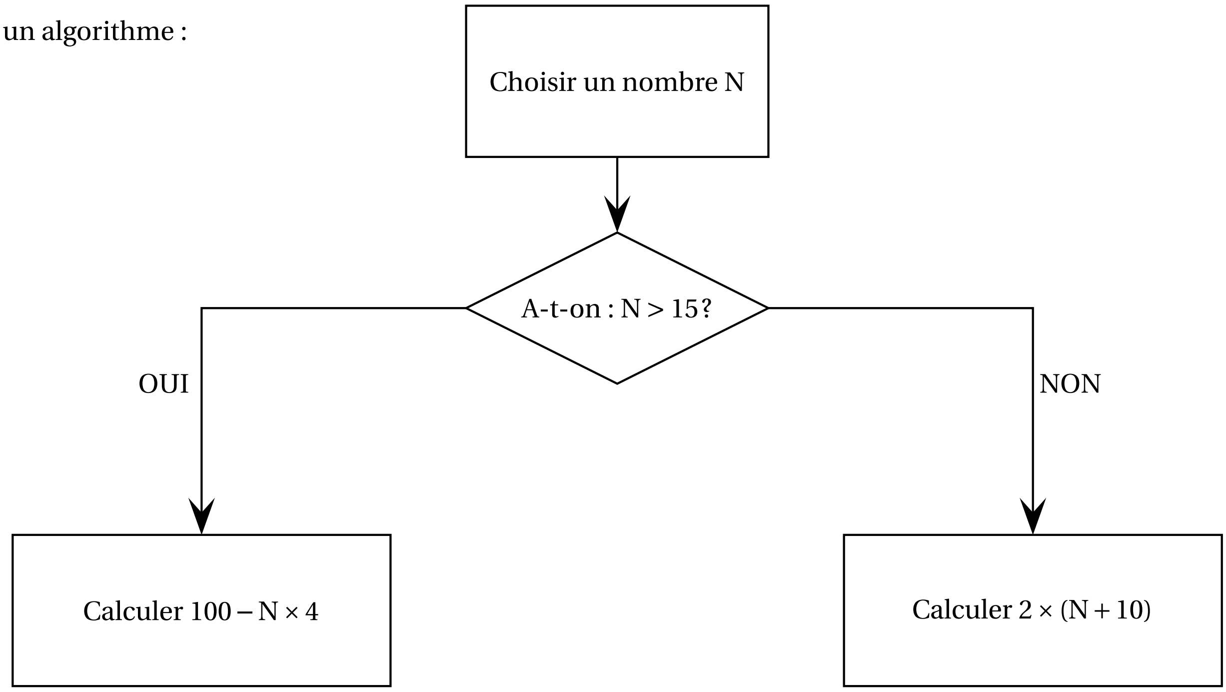
$\boxed{\text{symétrie axiale}}$ — $\boxed{\text{homothétie}}$ — $\boxed{\text{rotation}}$ — $\boxed{\text{symétrie centrale}}$ — $\boxed{\text{translation}}$

**3.** L'affirmation « la longueur de la diagonale du **Carré ❸** est trois fois plus grande que la longueur de la diagonale du **Carré ❶** »est-elle correcte ?

**4.** Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{AJB}$ au degré près.

## **Exercice n° 3** — Deux algorithmes *23 points*

Voici un algorithme :

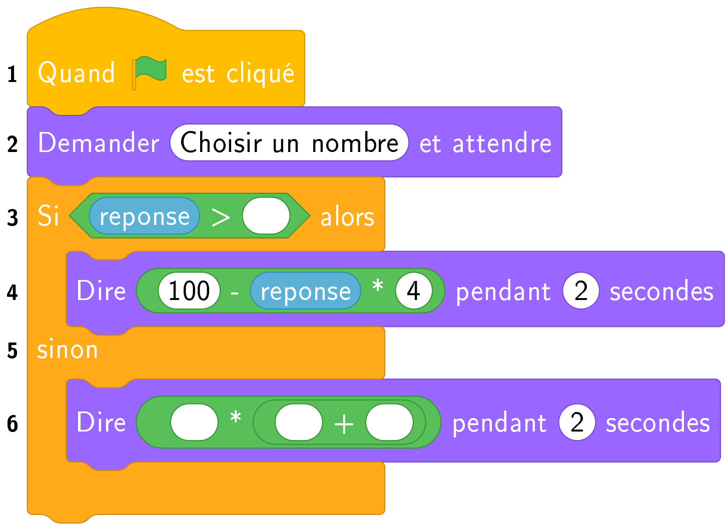



**1.** Justifier que si on choisit le nombre N de départ égal à 18, le résultat final de cet algorithme est 28.

**2.** Quel résultat final obtient-on si on choisit 14 comme nombre N de départ ?

**3.** En appliquant cet algorithme, deux nombres de départ différents permettent d'obtenir 32 comme résultat final. Quels sont ces deux nombres ?

**4.** On programme l'algorithme précédent :




**4.a.** Recopier la ligne 3 en complétant les pointillés. **Ligne 3 :** Si Réponse > .......... alors

**4.b.** Recopier la ligne 6 en complétant les pointillés. **Ligne 6 :** Dire .......... * ( .......... + .......... ) pendant 2 secondes

**5.** On choisit au hasard un nombre premier entre 10 et 25 comme nombre N de départ.
Quelle est la probabilité que l'algorithme renvoie un multiple de 4 comme résultat final ?

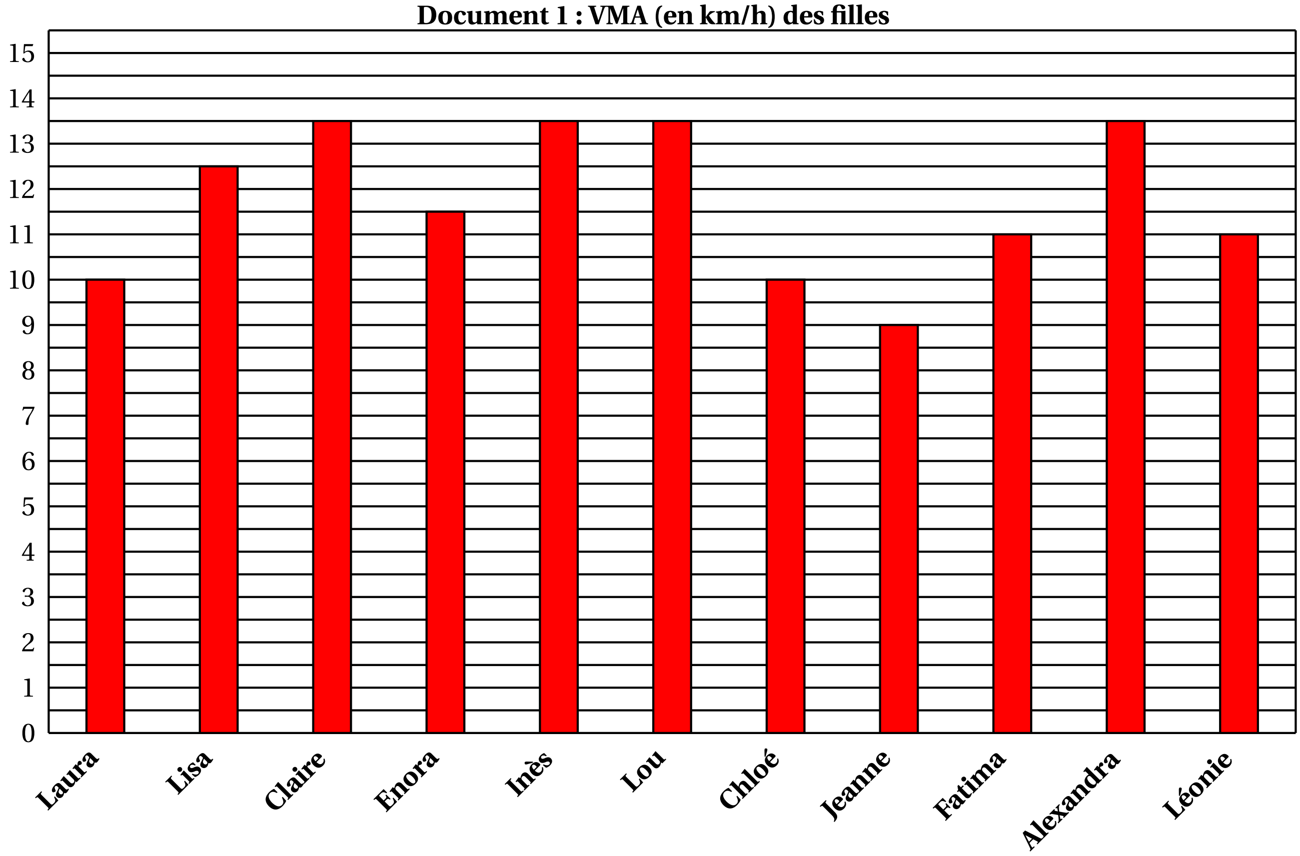
**Exercice n° 4** — Le test de demi-Cooper *16 points*

En cours d'éducation physique et sportive (EPS), les 24 élèves d'une classe de troisième pratiquent la course de fond.
Les élèves réalisent le test de demi-Cooper : ils doivent parcourir la plus grande distance possible en six minutes. Chaque élève calcule ensuite sa vitesse moyenne sur cette course. Le résultat obtenu est appelé VMA (Vitesse Maximale Aérobie).

**1.** Après son échauffement, Chloé effectue ce test de demi-Cooper. Elle parcourt 1 000 m en 6 minutes.
Montrer que sa VMA est égale à 10 km/h.

**2.** L'enseignante a récolté les résultats et a obtenu les Documents 1 et 2 ci-dessous :

**Document 1 : VMA (en km/h) des filles**




**Document 2 : VMA (en km/h) des garçons**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Nathan : 12 | Lucas : 11 | Jules 14 | Abdel : 13,5 | Nicolas : 14 |
| Thomas : 14,5 | Martin : 11 | Youssef : 14 | Mathis : 13 | Léo : 15 |
| Simon : 12 | José : 14 | Ilan : 14 | | |

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. On rappelle que *toutes les réponses doivent être justifiées.*

**2.a. Affirmation n° 1** : l'étendue de la série statistique des VMA des filles de la classe est plus élevée que celle de la série statistique de VMA des garçons de la classe.

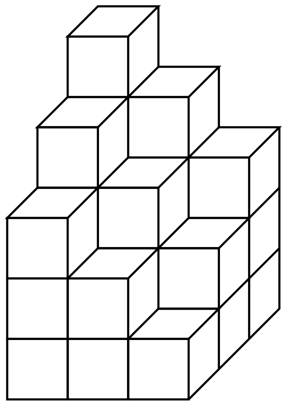
**2.b. Affirmation n° 2** : plus de 25 % des ékèves de la classe a une VMA inférieure ou égale à 11,5 km/h.

**2.c.** L'enseignante souhaite que la moitié de la classe participe à une compététion. Elle selectionne donc les douze élèves dont la VMA est la plus élevée.
**Affirmation n° 3** : Lisa participe à la compétition.

**EXERCICE n° 5** — Le pavé droit et les petits cubes *16 points*

**Première partie**

En plaçant plusieurs cubes unités, on construit ce solide :

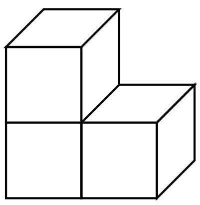


**Question :** Combien de cubes unités au minimum manque-t-il pour compléter ce solide et obtenir un pavé droit ?

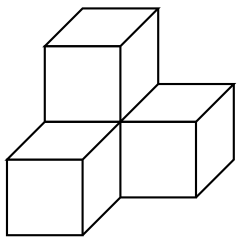
**Deuxième partie**

Un jeu en 3D contient les sept pièces représentées ci-dessous. Chaque pièce est constituée de cubes identiques d'arête 1 dm.

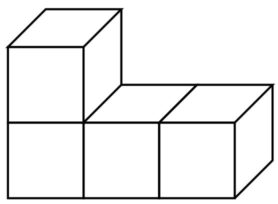
**Pièce n° 1**
*3 cubes*



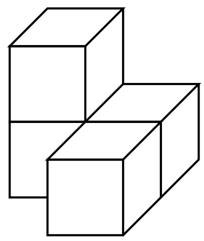
**Pièce n° 2**
*4 cubes*



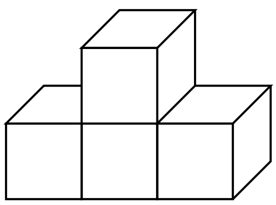
**Pièce n° 3**
*4 cubes*



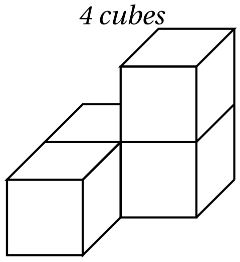
**Pièce n° 4**
*4 cubes*



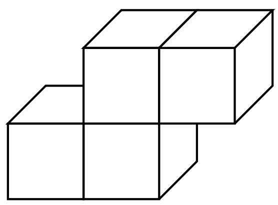
**Pièce n° 5**
*4 cubes*



**Pièce n° 6**
*4 cubes*



**Pièce n° 7**
*4 cubes*



**1.** Dessiner une vue de dessus de la **Pièce n° 4** (en prenant 2 cm sur le dessin pour représenter 1 dm dans la réalité.

**2.** À l'aide de la totalité des sept pièces, il est possible de construire un grand cube sans espace vide.

**2.a.** Quel sera alors le volume en decimètre cube de ce grand cube ?

**2.b.** Quelle est la longueur d'une arête en décimètre de ce grand cube ?

✂ - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

# BREVET — 2021 — ASIE — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

*Un sujet intéressant et assez original. Le QCM est constitué de six questions touchant des domaines différents dont le ratio et le tableur. Encore un exercice sur les transformations qui sont très à la mode en ce mois de juin 2021. L'exercice d'algorithmique utilise Scratch mais aussi une représentation plus schématique des algorithmes. Les statistiques sont aussi bien représentées. Le dernier exercice sur le cube et le puzzle 3D est très original même si on peut se demander ce qu'il vise comme objectifs pédagogiques !*

## EXERCICE nº 1 — Un QCM à six questions *24 points*

**Arithmétique — Fonction — Tableur — Équation — Puissance — Ratio**

*Un QCM très complet qui mélange de nombreuses notions. On remarquera un ratio et un tableur.*

**1.** $252 = 126 \times 2$, 252 est un multiple de 126.
$126 = 20 \times 6 + 6$ donc 20 n'est pas un diviseur de 126.
$126 = 6 \times 21$, 6 est un diviseur de 126. **1. — Réponse C**

**2.** $f(2) = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ donc la **Réponse A** est fausse.
$f(-2) = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$ donc la **Réponse B** est fausse.
$f(0) = 0^2 - 2 = 0 - 2 = -2$, **2. — Réponse C**

**3.** L'expression écrite dans le cellule A2 correspond à la fonction $f(x) = -5x^2 + 2x - 14$.
Dans la cellule B2 le nombre utilisé pour le calcul est B1.
Il faut donc calculer $f(-3)$.
$f(-3) = -5 \times (-3)^2 + 2 \times (-3) - 14 = -5 \times 9 - 6 - 14 = -45 - 6 - 14 = -65$.

**3. — Réponse A**

**4.** On peut utiliser la leçon et affirmer que les solutions de $x^2 = 16$ sont $-\sqrt{16} = -4$ et $\sqrt{16} = 4$.
On peut aussi refaire la démonstration :

$$\begin{aligned} x^2 &= 16 \\ x^2 - 16 &= 16 - 16 \\ x^2 - 16 &= 0 \\ x^2 - 4^2 &= 0 \\ (x+4)(x-4) &= 0 \end{aligned}$$

On a factorisé en utilisant l'identité remarquable $(a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

$$(x-4)(x+4) = 0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$x - 4 = 0$$
$$x - 4 + 4 = 0 + 4$$
$$x4$$

$$x + 4 = 0$$
$$x + 4 - 4 = 0 - 4$$
$$x = -4$$

Il y a deux solutions : −4 et 4.

**4. — Réponse B**

**5.** $2 \times 2^{400} = 2^1 \times 2^{400} = 2^{1+400} = 2^{401}$. **5. — Réponse A** .

**6.** La largeur et la hauteur sont dans un ration 16 : 9, cela signifie que nous avons des grandeurs proportionnelles :

| | | |
|---|---|---|
| Largeur | 16 | $\dfrac{16 \times 54\,\text{cm}}{9} = 96\,\text{cm}$ |
| Hauteur | 9 | 54 cm |

On pouvait aussi écrire que $\dfrac{\text{Largeur}}{\text{Hauteur}} = \dfrac{16}{9}$ et on arrive au même résultat.

**6. — Réponse B**

## EXERCICE n° 2 — Une agrandissement de carré *21 points*

**Théorème de Pythagore — Agrandissement/réduction — Homothétie — Trigonométrie**

*Un exercice assez simple et rapide au sujet de l'homothétie. On remarquera une question de trigonométrie pour conclure.*

**1.**
Dans le triangle ABC rectangle en B,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{BA}^2 + \text{BC}^2 = \text{AC}^2$$
$$1^2 + 1^2 = \text{AC}^2$$
$$1 + 1 = \text{AC}^2$$
$$\text{AC}^2 = 2$$
$$\text{AC} = \sqrt{2}$$
$$\text{AC} \approx 1,41$$

Le segment [AC] mesure $\sqrt{2}$ cm ≈ 1,41 cm.

**2.a.** On double la longueur à chaque étape. Le coefficient d'agrandissement des longueurs vaut donc 2.

**2.b.** $\boxed{\text{Il s'agit d'une homothétie de centre A et de rapport 2.}}$

**3.** Le **Carré ❸** a des longueurs deux fois plus grandes que le **Carré ❷** qui lui même est deux fois plus grand que le **Carré ❶**.

Le **Carré ❸** est donc $2 \times 2 = 4$ fois plus grand que le **Carré ❸**.

$\boxed{\text{Cette affirmation est fausse.}}$

**4.** Le triangle AJB est rectangle en A.
On sait que le côté opposé à l'angle $\widehat{\text{AJB}}$ est [AB], il mesure $\text{AB} = 1\,\text{cm}$.
On sait que le côté adjcent à l'angle $\widehat{\text{AJB}}$ est [AJ], il mesure $\text{AJ} = 4\,\text{cm}$.

$\tan \widehat{\text{AJB}} = \dfrac{1\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 0,25.$

$\boxed{\text{À la calculatrice on trouve } \widehat{\text{AJB}} \approx 14°.}$

## **Exercice n° 3** — Deux algorithmes *23 points*

**Algorithmique — Scratch — Programme de calcul**

*Un exercice d'algorithmique original qui mélange programme de calcul sous forme schématique et Scratch. L'exercice termine sur une question mélant arithmétique et probabilité : ambitieux! La question **3.** qui demande de résoudre deux équations en fonction de la position de la solution est également délicat.*

**1.** En prenant $\text{N} = 18$ comme nombre de départ. Comme $18 > 15$ il faut calculer $100 - 18 \times 4 = 100 - 72 = 28$

$\boxed{\text{En prenant 18 au départ on obtient bien 28 à la fin.}}$

**2.** En prenant $\text{N} = 14$ comme nombre de départ. Comme $14 < 15$ il faut calculer $2 \times (14 + 10 = 2 \times 24 = 48_=$.

$\boxed{\text{En prenant 14 au départ on obtient 48 à la fin.}}$

**3.** Nous allons résoudre deux équations suivant si $\text{N} > 15$ ou pas :

Si $\text{N} \leqslant 15$

$$\begin{aligned}
2 \times (\text{N} + 10) &= 32 \\
2\text{N} + 20 &= 32 \\
2\text{N} + 20 - 20 &= 32 - 20 \\
2\text{N} &= 12 \\
\text{N} &= \frac{12}{2} \\
\text{N} &= 6
\end{aligned}$$

On constate que $6 < 15$

Si $\text{N} > 15$

$$\begin{aligned}
100 - \text{N} \times 4 &= 32 \\
100 - 4\text{N} &= 32 \\
100 - 4\text{N} - 100 &= 32 - 100 \\
-4\text{N} &= -68 \\
\text{N} &= \frac{-68}{-4} \\
\text{N} &= 17
\end{aligned}$$

On constate que $17 > 15$

$\boxed{\text{6 et 17 sont les deux seuls nombres qui permettent d'obtenir 32 avec ce programme.}}$

**4.a.** $\boxed{\text{Si Réponse > 15 alors}}$

**4.b.** $\boxed{\text{Dire 2 * ( Réponse + 10) pendant 2 secondes}}$

**5.** Voici la liste des nombres premiers compris entre 10 et 25 : 11 $---$ 13 $---$ 17 $---$ 19 $---$ 23.
Il faut calculer le résultat du programme pour chacun d'entre eux.
Pour N = 11, comme $11 < 15$ on obtient $2 \times (11+10) = 2 \times 21 = 42$
Pour N = 13, comme $13 < 15$ on obtient $2 \times (13+10) = 2 \times 23 = 46$
Pour N = 17, comme $17 > 15$ on obtient $100 - 17 \times 4 = 100 - 68 = 32$
Pour N = 19, comme $19 > 15$ on obtient $100 - 19 \times 4 = 100 - 76 = 24$
Pour N = 23, comme $23 > 15$ on obtient $100 - 23 \times 4 = 100 - 92 = 8$

Sur les cinq nombres premiers il y en a trois, 17, 19 et 23 qui donnent un multiple de 4.

$\boxed{\text{La probabilité cherchée est } \dfrac{3}{5} = 0,6 \text{ soit } 60\ \%.}$

**Exercice n° 4** — Le test de demi-Cooper *16 points*

**Statistiques — Pourcentages**

*Un exercice de statistiques assez complet qui mélange lecture graphique de données et données exhaustives.*

**1.** On sait que dans le calcul d'une vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 1 000 m | $\dfrac{60\,\text{min} \times 1\,000\,\text{m}}{6\,\text{min}} = 10\,000\,\text{m}$ |
| Temps | 6 min | 1 h = 60 min |

On pouvait aussi remarquer que 6 min × 10 = 60 min, Chloé va donc parcourir une distance dix fois plus grande en un temps dix fois supérieur.

$\boxed{\text{Elle parcourt 10 000 m en 1 h ce qui correspond à une VMA de 10 km/h.}}$

**2.a. Affirmation n° 1**

La VMA maximale des filles vaut 13,5 km/h. La VMA minimale 9 km/h. L'étendue pour les filles vaut 13,5 km/h − 9 km/h = 4,5 km/h.
La VMA maximale des garçons vaut 15 km/h. La VMA minimale 11 km/h. L'étendue pour les garçons vaut 15 km/h − 11 km/h = 4 km/h.

$\boxed{\textbf{Affirmation n° 1} : \text{Vraie}}$

**2.b. Affirmation n° 2**

Dans cette classe il y a 13 garçons et 11 filles. Chez les filles 5 ont une VMA inférieure à 11,5 km/h. Chez les garçons il y en a 2.
Il y a donc 7 élèves sur 24 qui ont une VMA inférieure à 11,5 km/h.

Or $\dfrac{7}{24} \approx 0,29$ soit 29 %.

**Affirmation n° 2** : Vraie

**2.c. Affirmation n° 3**

Lisa a une VMA de 12,5 km/h. Il y a 4 filles qui ont une VMA supérieure à la sienne et 8 garçons soit 12 élèves en tout. Elle a donc la treizième VMA.

**Affirmation n° 3** : Fausse

**EXERCICE n° 5** — Le pavé droit et les petits cubes *16 points*

**Volume — Cube —**

*Un exercice très original au sujet du cube. Un puzzle en 3D!*

**Première partie**

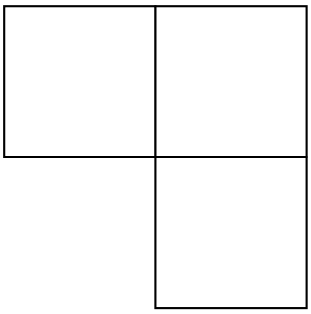
**Question :**
Le pavé que l'on cherche à construire mesure 3 unités sur 3 unités sur 5 unités.
Son volume en unité cube vaut donc exactement $3 \times 3 \times 5 = 45$ unités cube.

On peut compter le nombre de cubes unités présents dans le solide. On peut compter les lignes de la face de devant vers la face de derrière.
$6 + (6+3) + (6+3) + 3 = 27$ cubes unités. Il en manque donc $45 - 27 = 18$.

Il manque 18 cubes unités à ce solide pour faire un pavé.

**Deuxième partie**

**1.** Voici le dessin de la **Pièce n° 4** en vue de dessus :



**2.a.** Il suffit de compter le nombre de cubes unités pour les sept pièces.

Il y a $3+4+4+4+4+4+4 = 27$ cubes unités, soit un volume de 27 dm$^3$

**2.b.** En notant $x$ la mesure du côté du cube en décimètre. Il faut trouver un nombre $x$ tel que $x^3 = 27$.

*On ne sait pas résoudre une telle équation en troisième.*

On peut supposer que le côté de ce cube est un nombre entier. Testons quelques nombres entiers :
$1^3 = 1$ — $2^3 = 8$ — $3^3 = 27$ — $4^3 = 64$

Le côté du cube mesure 3 dm.

# DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
# SESSION 2021

## MATHÉMATIQUES

## SÉRIE GÉNÉRALE

### CENTRES ÉTRANGERS

### 15 JUIN 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

| | |
|---|---|
| Exercice n° 1 | 24 points |
| Exercice n° 2 | 21 points |
| Exercice n° 3 | 16 points |
| Exercice n° 4 | 19 points |
| Exercice n° 5 | 20 points |

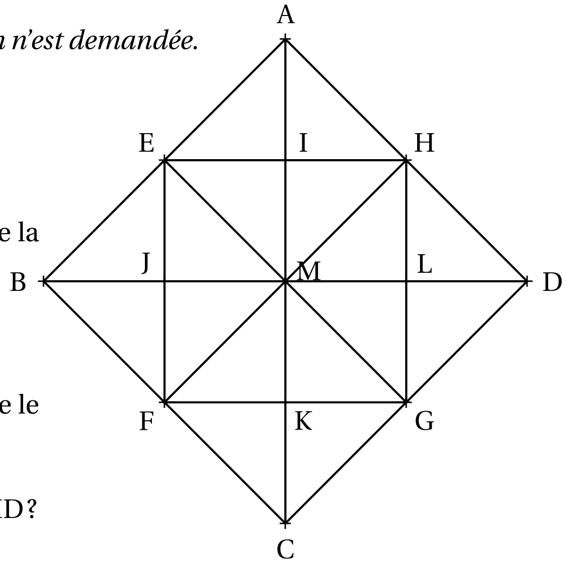
**Indications portant sur l'ensemble du sujet.**

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

## EXERCICE n° 1 — Cinq questions indépendantes *24 points*

*Dans cet exercice, chaque question est indépendante. Aucune justification n'est demandée.*

**1.** Décomposer 360 en produit de facteurs premiers.




**2.** À partir du triangle BEJ, rectangle isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.

**2.a.** Quelle est l'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) ?

**2.b.** Quelle est l'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B ?

**2.c.** Par quelle transformation passe-t-on du triangle AIH au triangle AMD ?

**3.** Calculer en détaillant les étapes : $\dfrac{7}{2} + \dfrac{15}{6} \times \dfrac{7}{25}$

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

**4.** Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse.
Sachant que le diamètre de la Lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

| Réponse A | Réponse B | Réponse C | Réponse D |
|---|---|---|---|
| $12{,}3 \times 10^{17}$ km$^3$ | 1 456 610 km$^3$ | $1{,}8 \times 10^{11}$ km$^3$ | $2{,}2 \times 10^{10}$ km$^3$ |

**5.** On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.
On arrondira la valeur des angles à l'unité.

**EXERCICE n° 2** — Lancer de dés *21 points*

**PARTIE 1**

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

**1.** Donner sans justification les issues possibles.

**2.** Quelle est la probabilité de l'évènement **A** : « On obtient 2 » ?

**3.** Quelle est la probabilité de l'évènement **B** : « On obtient un nombre impair » ?

**PARTIE 2**

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert.
On appelle « score »la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

**1.** Quelle est la probabilité de l'évènement **C** : « le score est 13 » ?
Comment appelle-t-on un tel événement ?

**2.** Dans le tableau à double entrée donné en **ANNEXE**, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

**2.a.** Compléter, sans justifier, le tableau donné en **ANNEXE** à rendre avec la copie.

**2.b.** Donner la liste des scores possibles.

**3.a.** Déterminer la probabilité de l'évènement **D** : « le score est 10 ».

**3.b.** Déterminer la probabilité de l'évènement **E** : « le score est un multiple de 4 ».

**3.c.** Démontrer que le score obtenu a autant de chance d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

## **Exercice n° 3** — Les trois programmes de calcul *16 points*

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

**Programme A**

```
Quand 🏴 est cliqué
Demander (choisir un nombre) et attendre
mettre [nombre choisi ▼] à (réponse)
mettre [Valeur 1 ▼] à ((1) + (nombre choisi))
mettre [Valeur 2 ▼] à ((3) * (Valeur 1))
mettre [Résultat ▼] à ((Valeur 2) - (3))
dire (regroupe (on obtient) (Résultat)) pendant (2) secondes
```

**Programme B**

```
Quand 🏴 est cliqué
Demander (choisir un nombre) et attendre
mettre [nombre choisi ▼] à (réponse)
mettre [Valeur 1 ▼] à ((nombre choisi) + (3))
mettre [Valeur 2 ▼] à ((nombre choisi) - (5))
mettre [Résultat ▼] à ((Valeur 1) * (Valeur 2))
dire (regroupe (on obtient) (Résultat)) pendant (2) secondes
```

**Programme C**

— Choisir un nombre;
— Multiplier par 7;
— Ajouter 3;
— Soustraire le nombre de départ.

**1.a.** Montrer que si on choisit 1 comme nombre de départ alors le **Programme A** affiche pendant 2 secondes « On obtient 3 ».

**1.b.** Montrer que si on choisit 2 comme nombre de départ alors le **Programme B** affiche pendant 2 secondes « On obtient $-15$ ».

**2.** Soit $x$ le nombre de départ, quelle expression littérale obtient-on à la fin de l'exécution du **Programme C** ?

**3.** Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

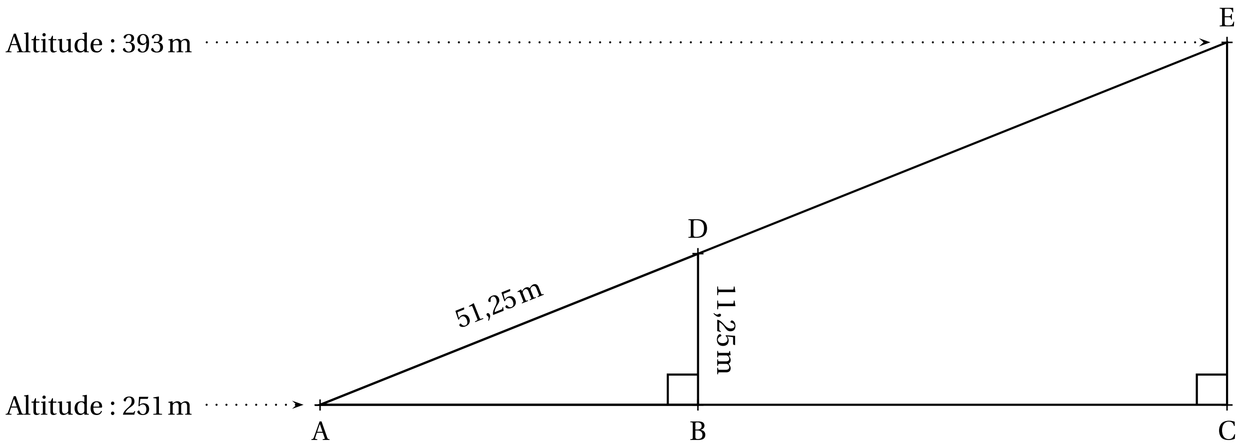
**4.a.** Résoudre l'équation $(x+3)(x-5) = 0$.

**4.b.** Pour quelles valeurs de départ le **Programme B** affiche-t-il « On obtient 0 » ?

**5.** Pour quelle(s) valeur(s) de départ le **Programme C** affiche-t-il le même résultat que le **Programme A** ?

**EXERCICE n° 4** — Le col de Hardknott *19 points*

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 m.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.




Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires.
Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
AD = 51,25 m et DB = 11,25 m.

**1.** Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura parcouru, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.

**2.a.** Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.

**2.b.** Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

**3.** On utilisera pour la longueur DE la valeur 596 m.

Sachant qu'Aurélie roule à une vitesse moyenne de 8 km/h, si elle part à 9 h 55 min du point D, à quelle heure arrivera-t-elle au point E ? Arrondir à la minute près.

**4.** La pente d'une route est obtenue par le calcul suivant :

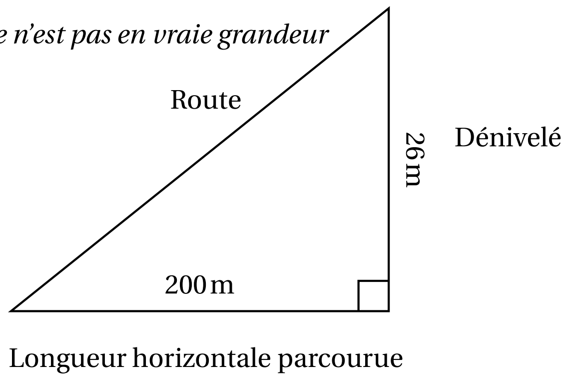
$$\text{pente} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{longueur horizontale parcourue}}$$

La pente s'exprime en pourcentage.

Démontrer que la pente de la route parcourue par Aurélie est de 22,5 %.

**Exemple d'une pente à** 13 %

*La figure n'est pas en vraie grandeur*



**Exercice n° 5** — Les forfait de la station de ski *20 points*

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver :

- **Formule A :** on paie 36,50 € par journée de ski ;
- **Formule B :** on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus »pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski ;
- **Formule C :** on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal »qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

**1.** Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski.

Compléter, sans justifier, le tableau fourni en **ANNEXE** à rendre avec la copie.

**2.** Dans cette question, $x$ désigne le nombre de journées de ski.

On considère les trois fonctions $f$, $g$ et $h$ définies par :

$$f(x) = 90 + 18,5x \qquad g(x) = 448,5 \qquad h(x) = 36,5x$$

**2.a.** Laquelle de ces trois fonctions représente une situation de proportionnalité ?

**2.b.** Associer, sans justifier, chacune de ces fonctions à la formule A, B ou C correspondante.

**2.c.** Calculer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique.

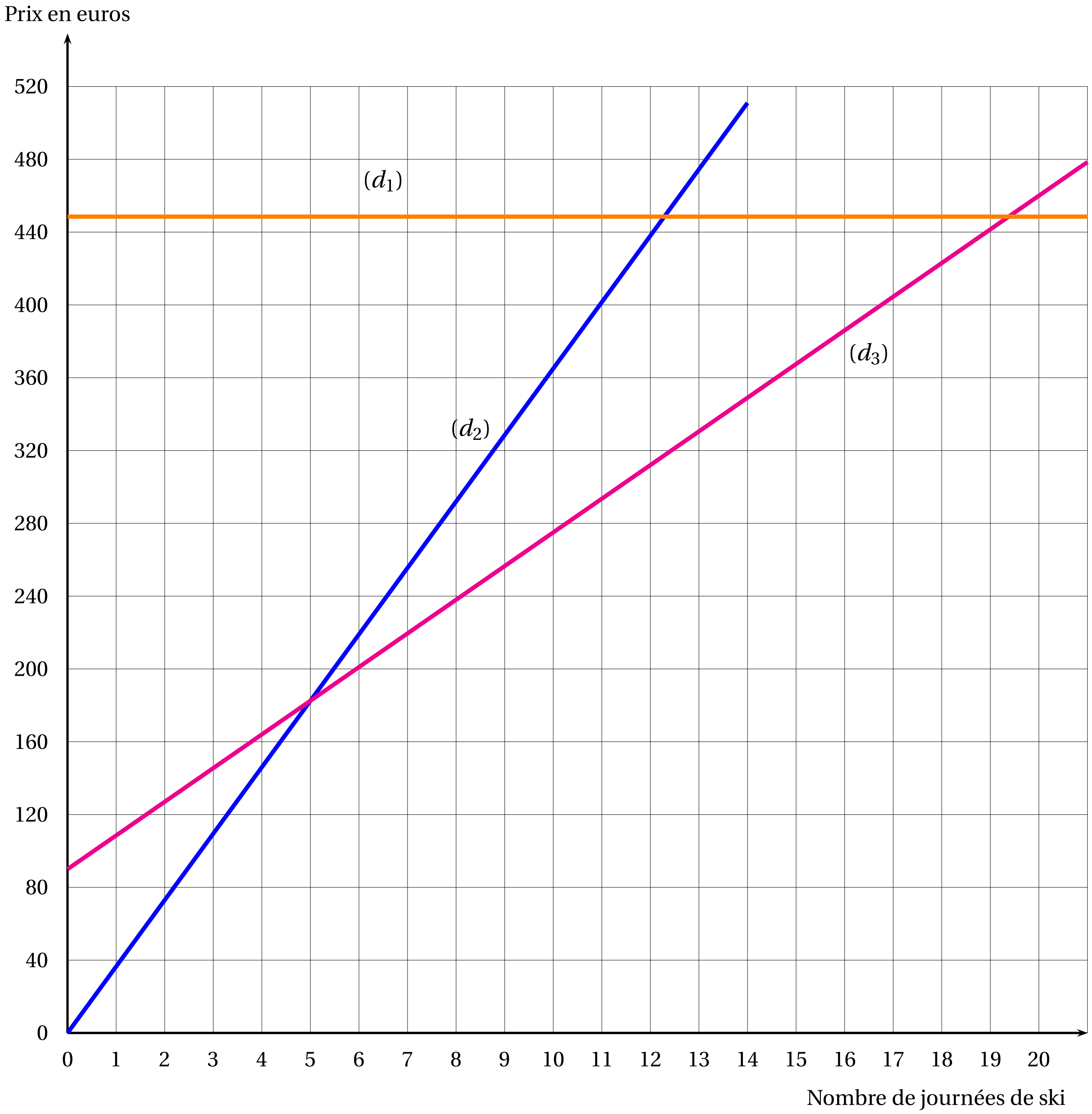
**3.** On a représenté graphiquement les trois fonctions dans le graphique page 7.

Sans justifier et à l'aide du graphique :

**3.a.** Associer chaque représentation graphique $d_1$, $d_2$ et $d_3$ à la fonction $f$, $g$ ou $h$ correspondante.

**3.b.** Déterminer le nombre maximum de journées pendant lesquelles Marin peut skier avec un budget de 320 €, en choisissant la formule la plus avantageuse.

**3.c.** Déterminer à partir de combien de journées de ski il devient avantageux de choisir la formule C.


Prix en euros
520
480
440
400
360
320
280
240
200
160
120
80
40
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Nombre de journées de ski
$(d_1)$
$(d_2)$
$(d_3)$

# ANNEXES à rendre avec votre copie

**Exercice 1 — Question n° 5**

| **Longueurs** | **Angles** | **Périmètre du triangle** RST | **Aire du triangle** RST |
|---|---|---|---|
| RS = 10 mm | $\widehat{\text{RST}} = 90°$ | | |
| ST = 24 mm | $\widehat{\text{STR}} \approx$ | $\mathscr{P} =$ | $\mathscr{A} =$ |
| RT = 26 mm | $\widehat{\text{SRT}} \approx$ | | |

**Exercice 2 — Partie 2 — Question n° 2.a.**

| Dé vert / Dé rouge | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | 7 | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | 7 | | | | |
| 6 | | | | | | |

**Exercice 1 — Question n° 1**

| Nombre de journées de ski | 2 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|
| Formule A | 73 € | | |
| Formule B | 127 € | | |
| Formule C | 448,50 € | | |

✂ – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – –

# BREVET — 2021 — CENTRES ÉTRANGERS — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

*Un sujet assez exigeant qui parcoure de nombreuses compétences de fin de cycle 4. L'exercice de probabilité est un peu décevant : c'est une situation souvent abordée en classe. L'avant dernier exercice demande un calcul de pente. Il est assez complet en terme de géométrie. On termine avec un exercice de forfait avec une fonction affine, une linéaire et une fonction constante. C'est un bon sujet de préparation au brevet.*

## EXERCICE nº 1 — Cinq questions indépendantes

*24 points*

**Arithmétique — Transformations — Fractions — Écriture scientifique — Volume — Trigonométrie — Aire**

*Un exercice assez simple qui mélange des notions disparates.*

*Aucune justification est demandée. J'ajouterai cependant quelques commentaires pour rendre la lecture de cette correction plus intéressante.*

**1.**

| | |
|---|---|
| 360 | 2 |
| 180 | 2 |
| 90 | 2 |
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$\boxed{360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \text{ donc } 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5}$

**2.a** L'image du point B par la symétrie d'axe (BD) est le point B.
Comme le point J est sur la droite (BD) sont image est lui-même aussi J.
L'image du point E par rapport à la droite (BD) est le point F.

L'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est donc le triangle BJF.

**2.b.** La translation considérée transforme le point A en le point E.
Elle transforme le point M en le point F et le point H en le point M.
*Dans chacun des cas précédent on a bien le parallélisme, l'égalité des longueurs et le sens de la translation.*

L'image du triangle AMH par la translation qui transforme E en B est le triangle EFM.

**2.c.** On remarque que le triangle AMD est un agrandissement du triangle AIH. Il est précisement deux fois plus grands. De plus le point A est commun au deux triangles.

Le triangle AMD est l'image du triangle AIH par l'homothétie de centre A et de coefficient 2.

**3.** $A=\dfrac{7}{2}+\dfrac{15}{6}\times\dfrac{7}{25}$ donc $A=\dfrac{7}{2}+\dfrac{15\times 7}{6\times 25}$ d'où $A=\dfrac{7}{2}+\dfrac{5\times 3\times 7}{2\times 3\times 5\times 5}$ et $A=\dfrac{7}{2}+\dfrac{7}{10}$ puis $A=\dfrac{7\times 5}{2\times 5}+\dfrac{7}{10}$

$A=\dfrac{35}{10}+\dfrac{7}{10}$ et $A=\dfrac{42}{10}$ enfin $A=\dfrac{2\times 21}{2\times 5}$ ainsi $\boxed{A=\dfrac{21}{5}}$

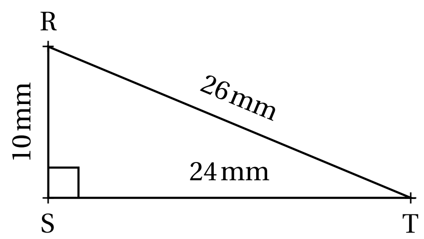
**4.** On modélise la Lune comme une boule de diamètre 3 474 km soit un rayon de 1 737 km.
On sait que le volume d'une boule de rayon R est donnée par la formule :

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

Dans ce cas on obtient $V=\dfrac{4}{3}\times\pi\times(1\,737\,\text{km})^3=\dfrac{4}{3}\times\pi\times 5\,240\,822\,553\,\text{km}^3=6\,987\,763\,404\pi\ km^3$

Une valeur approchée de ce résultat en écriture scientifique est $\boxed{V\ \approx 2{,}195\times 10^{10}\,\text{km}^3\approx 2{,}2\times 10^{10}\,\text{km}^3}$

**5.** Voici ce triangle :




*Juste par acquis de conscience on peut vérifier que ce triangle est bien rectangle puisque* $10^2+24^2=100+576=676$ *et que* $26^2=676$.

Dans ce triangle rectangle on peut calculer le sinus, le cosinus ou la tangente de l'angle $\widehat{STR}$, au choix :

$\cos\widehat{STR}=\dfrac{ST}{RT}=\dfrac{24\,\text{mm}}{26\,\text{mm}}=\dfrac{12}{13}$ $\quad\sin\widehat{STR}=\dfrac{RS}{RT}=\dfrac{10\,\text{mm}}{26\,\text{mm}}=\dfrac{5}{13}$ $\quad\tan\widehat{STR}=\dfrac{RS}{RT}=\dfrac{10\,\text{mm}}{24\,\text{mm}}=\dfrac{5}{12}$

Dans les trois cas à la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{STR}\approx 23°}$

Comme les angles $\widehat{STR}$ et $\widehat{SRT}$ sont complémentaires (leur somme vaut 90°) on a $\boxed{\widehat{SRT}\approx 90°-23°\approx 67°.}$

Le périmètre du triangle $\boxed{\mathscr{P}=RS+ST+TR=10\,\text{mm}+24\,\text{mm}+26\,\text{mm}=60\,\text{mm}}$

L'aire du triangle $\boxed{\mathscr{A}=\dfrac{RS\times ST}{2}=\dfrac{24\,\text{mm}\times 10\,\text{mm}}{2}=\dfrac{240\,\text{mm}^2}{2}=120\,\text{mm}^2}$

| **Longueurs** | **Angles** | **Périmètre du triangle** RST | **Aire du triangle** RST |
|---|---|---|---|
| $RS=10\,\text{mm}$ | $\widehat{RST}=90°$ | | |
| $ST=24\,\text{mm}$ | $\widehat{STR}\approx 23°$ | $\mathscr{P}=60\,\text{mm}$ | $\mathscr{A}=120\,\text{mm}^2$ |
| $RT=26\,\text{mm}$ | $\widehat{SRT}\approx 67°$ | | |

❧

**EXERCICE n° 2** — Lancer de dés *21 points*

**Probabilités**

*Un exercice très classique qui est d'ailleurs souvent présenté en classe pendant le cours de probabilités.*

**PARTIE 1**

**1.** Il y a six issues possibles : « Obtenir 1 », « Obtenir 2 », « Obtenir 3 », « Obtenir 4 », « Obtenir 5 », « Obtenir 6 »

**2.** Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité puisque le dé est équilibré. Il y a donc une chance sur six pour chaque issue.

La probabilité d'obtenir 2 est $\frac{1}{6} \approx 0,167$ soit environ 16,7 %

**3.** L'événement **B** est constitué de trois issues : « Obtenir 1 », « Obtenir 3 »et « Obtenir 5 ».

La probabilité de l'événement **B** est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %.

**PARTIE 2**

**1.** Le plus grand « score »possible en faisant la somme de deux dés numérotés de 1 à 6 est 12.

La probabilité de l'événement **C** est 0 : c'est l'événement impossible.

**2.a.**

| Dé vert / Dé rouge | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

**2.b.** Les scores possibles sont : 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12

**3.a.** On constate en regardant le tableau qu'il y a 36 issues équiprobables possibles.
L'événement **D** est constitué des trois issues suivantes : $6+4$, $5+5$ et $4+6$.

La probabilité de l'événement D est $\frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,083$ soit environ 8,3 %

**3.b.** Le score est un multiple de 4 si il vaut 4, 8 ou 12.
L'événement **E** est constitué des neuf issues suivantes : $1+3=4$, $2+2=4$, $3+1=4$, $2+6=8$, $3+5=8$, $4+4=8$, $5+3=8$, $6+2=8$ et $6+6=12$.

La probabilité de l'événement E est $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25$ soit 25 %.

**3.c.** L'événement « le score est un nombre premier »est constitué des scores 2, 3, 5, 7 et 11.

Les issues pour obtenir ces scores sont : $1+1=2$, $1+2=3$, $2+1=3$, $1+4=5$, $2+3=5$, $3+2=5$, $4+1=5$, $1+6=7$, $2+5=7$, $3+4=7$, $4+3=7$, $5+2=7$, $6+1=7$, $5+6=11$ et $6+5=11$. Il y a 15 issues !

L'événement « le score est strictement plus grand que 7 »est constitué des scores 8, 9, 10, 11 et 12.
Les issues pour obtenir ces scores sont : $2+6=8$, $3+5=8$, $4+4=8$, $5+3=8$, $6+2=8$, $3+6=9$, $4+5=9$, $5+4=9$, $6+3=9$, $4+6=10$, $5+5=10$, $6+4=10$, $5+6=11$, $6+5=11$ et $6+6=12$. Il y a 15 issues !

15 issues favorables : les probabilités des deux événements sont égales à $\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}\approx 0,417$ soit environ 41,7 %

**Exercice n° 3** — Les trois programmes de calcul *16 points*

**Scratch — Programme de calcul**

*Encore un exercice très classique qui mélange Scratch et programme de calcul. Une équation produit à résoudre et une équation du premier degré.*

**1.a.** En prenant le nombre 1 avec le **Programme A** on obtient successivement :
$1 — 1+1=2 — 3\times 2=6$ puis $6-3=3$.

Ne prenant 1 avec le **Programme A** affiche « On obtient 3 »pendant 2 secondes.

**1.b.** En prenant le nombre 2 avec le **Programme B** on obtient successivement :
$2 — 2+3=5$ d'une part et $2-5=-3$ d'autre part puis $5\times(-3)=-15$.

Ne prenant 2 avec le **Programme B** affiche « On obtient $-15$ »pendant 2 secondes.

**2.** En prenant le nombre générique $x$ pour nombre de départ dans le **Programme C** on obtient successivement :
$x — 7x — 7x+3 — 7x+3-x=6x+3$.

En prenant $x$ comme nombre générique au départ du **Programme C** on obtient l'expression $6x+3$.

**3.** Prenons $x$ comme nombre générique de départ dans le **Programme A** on obtient successivement :
$x — x+1$ puis $3\times(x+1)=3x+3$ et enfin $3x+3-3=3x$.

Prenons $x$ comme nombre générique de départ dans le **Programme B** on obtient successivement :
$x — x+3$ d'une part et $x-5$ d'autre part et enfin $(x+3)(x-5)$.

En observant les trois expressions obtenues on constante que Le **Programme A** renvoit le triple du nombre de départ.

**4.a.**

$$(x+3)(x-5)=0$$

**Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul**

$$x+3=0 \qquad\qquad x-5=0$$
$$x+3-3=0-3 \qquad\qquad x-5+5=0+5$$
$$x-3 \qquad\qquad x=5$$

Il y a donc deux solutions : $\boxed{-3 \text{ et } 5}$

**4.b.** On constate en utilisant la question précédente que le **Programme B** correspond à l'expression littérale $(x+3)(x-5)$.

Le **Programme B** affiche 0 en prenant $-3$ ou 5 au départ.

**5.** Il faut résoudre l'équation :

$$\begin{aligned}
3x &= 6x+3 \\
3x-6x &= 6x+3-6x \\
-3x &= 3 \\
x &= \frac{3}{-3} \\
x &= -1
\end{aligned}$$

Vérifions :
En prenant $-1$ avec le **Programme A** on obtient successivement :
$-1$ — $-1+1=0$ — $3\times 0=0$ et $0-3=-3$.
En prenant $-1$ avec le **Programme C** on obtient successivement :
$-1$ — $7\times(-1)=-7$ — $-7+3=-4$ — $-4-(-1)=-4+1=-3$.

En prenant $-1$ au départ les **Programme A** et **Programme C** donnent le même résultat $-3$.

## Exercice n° 4 — Le col de Hardknott *19 points*

**Théorème de Thalès — Théorème de Pythagore — Vitesse — Pourcentages**

*Un exercice assez difficile qui mélange théorème de Thalès, théorème de Pythagore, vitesse et notion de pente*

**1.** Il suffit de calculer l'écart entre les altitudes.

$\boxed{\text{EC} = 393\,\text{m} - 251\,\text{m} = 142\,\text{m}}$

**2.a.** Les droites (BD) et (EC) sont perpendiculaires à la droite (AC).
On sait que **Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.**

Les droites (BD) et (EC) sont donc parallèles.

**2.b.**
Les droites (AE) et (AC) sont sécantes en A, les droites (BD) et (EC) sont parallèles,
D''après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{\text{AD}}{\text{AE}} = \frac{\text{BD}}{\text{CE}}$$

$$\frac{\text{AB}}{\text{AC}} = \frac{51{,}25\,\text{m}}{\text{AE}} = \frac{11{,}25\,\text{m}}{142\,\text{m}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$\text{AE} = \dfrac{51{,}25\,\text{m} \times 142\,\text{m}}{11{,}25\,\text{m}}$ d'où $\text{AE} = \dfrac{7\,277{,}5\,\text{m}^2}{11{,}25\,\text{m}}$ et $\text{AE} \approx 647\,\text{m}$

Finalement $\text{DE} = \text{AE} - \text{AD} = 647\,\text{m} - 51{,}25\,\text{m} \approx 596\,\text{m}$

**3.** Aurélie roule à la vitesse moyenne de 8 km/h, la distance et le temps sont proportionnels :

| | | |
|---|---|---|
| Distance | $8\,\text{km} = 8\,000\,\text{m}$ | $596\,\text{m}$ |
| Temps | $1\,\text{h} = 60\,\text{min}$ | $\dfrac{596\,\text{m} \times 60\,\text{min}}{8\,000\,\text{m}} \approx 4{,}47\,\text{min}$ |

Aurélie arrivera à environ 9 h 59 min.

**4.** Il faut d'abord calculer la distance horizontale AC.
Dans le triangle ACE rectangle en C,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{CA}^2 + \text{CE}^2 = \text{AE}^2$$
$$\text{CA}^2 + 142^2 = (51,25 + 596)^2$$
$$\text{CA}^2 + 142^2 = 647,25^2$$
$$\text{CA}^2 = 647,25^2 - 142^2$$
$$\text{CA}^2 \approx 398\,769$$
$$\text{CA} \approx \sqrt{398\,769}$$
$$\text{CA} \approx 631$$

La distance horizontale mesure environ 631 m.

La pente est égale à $\dfrac{142\,\text{m}}{631\,\text{m}} \approx 0,225$ soit environ 22,5 %.

## EXERCICE n° 5 — Les forfait de la station de ski *20 points*

**Fonctions affines — Fonctions linéaires — Proportionnalité — Lecture graphique**

*Un exercice sur les fonctions affines, linéaires et constantes. Le fameux exercice avec les forfaits de ski ! Les professeurs de mathématiques sont des sportifs : après le vélo, le ski !*

**1.**

| Nombre de journées de ski | 2 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|
| Formule A | 73 € | 219 € | 365 € |
| Formule B | 127 € | 201 € | 275 € |
| Formule C | 448,50 € | 448,50 € | 448,50 € |

**2.a.** Une situation de proportionnalité correspond à une fonction linéaire, c'est à dire une fonction dont la forme algébrique est du type $k(x) = ax$ où $a$ est un nombre.

$\boxed{h(x) = 36,5x \text{ est une fonction linéaire de coefficient } 36,5 \text{ : elle correspond à une situation de proportionnalité.}}$

**2.b.** $\boxed{\text{La } \textbf{Formule A} \text{ correspond à la fonction } h.}$

$\boxed{\text{La } \textbf{Formule B} \text{ correspond à la fonction } f.}$

$\boxed{\text{La } \textbf{Formule C} \text{ correspond à la fonction } g.}$

**2.c.** Il faut résoudre l'équation :

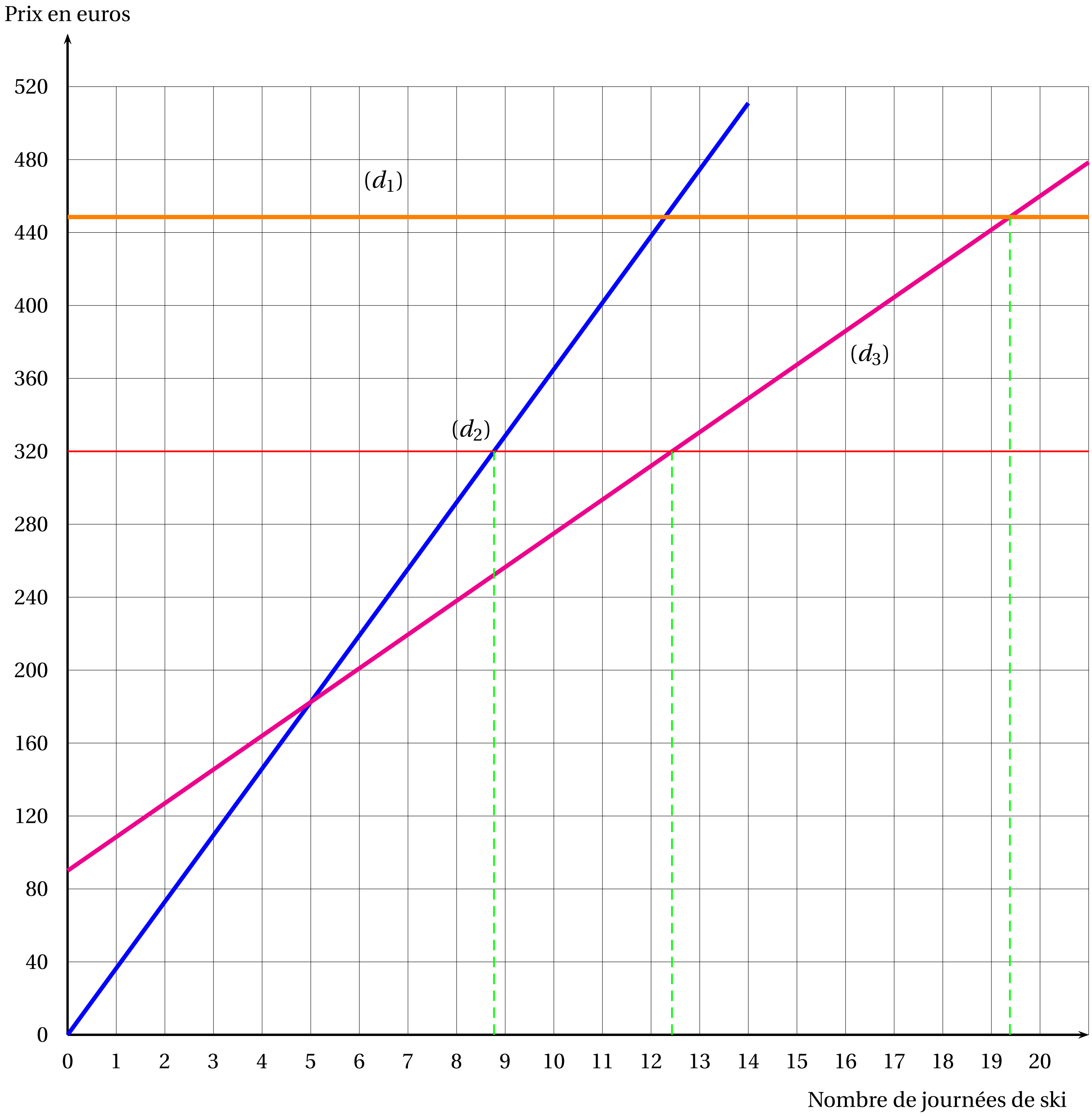
$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) \\ 36,5x &= 90 + 18,5x \\ 36,5x - 18,5x &= 90 + 18,5x - 18,5x \\ 18x &= 90 \\ x &= \frac{90}{18} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$\boxed{\text{Pour 5 journées de ski les } \textbf{Formule A} \text{ et } \textbf{Formule B} \text{ correspondent au même prix.}}$

**3.a.** On sait que la fonction $h$ est linéaire : sa représentation graphique est une droite passant par l'origine. Il s'agit de la droite $(d_2)$.

On sait que la fonction $g$ est constante : sa représentation graphique est une droite horizontale. Il s'agit de la droite $(d_1)$.

On sait que la fonction $f$ est affine : sa représentation graphique est une droite passant par $(0;90)$. Il s'agit de la droite $(d_3)$.




**3.b.** Avec 320 € il peut skier au maximum 12 jours avec la **Formule B**

**3.c.** À partir de 20 jours de ski la **Formule C** est la plus rentable.

# Diplôme national du brevet
# Session 2021

## Mathématiques

## Série générale

### Amérique du Nord

### 4 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

| | |
|---|---|
| Exercice n° 1 | 26 points |
| Exercice n° 2 | 21 points |
| Exercice n° 3 | 16 points |
| Exercice n° 4 | 16 points |
| Exercice n° 5 | 21 points |

**Indications portant sur l'ensemble du sujet.**

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

## EXERCICE nº 1 — Six affirmations *26 points*

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur votre copie, si elle est vraie ou fausse.
**On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.**

**1.** On considère la fonction $f$ définie par $f(x) = 3x - 7$.

**Affirmation nº 1 :** « L'image par $f$ du nombre $-1$ est 2. »

**2.** On considère l'expression $\text{E} = (x-5)(x+1)$.

**Affirmation nº 2 :** « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$. »

**3.** $n$ est un entier positif.

**Affirmation nº 3 :** « Lorsque $n$ est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier. »

**4.** On a lancé 15 fois un dé à six face numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

| Numéro de la face apparente | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence d'apparition | $\frac{3}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{5}{15}$ | $\frac{2}{15}$ | $\frac{1}{15}$ | ... |

**Affirmation nº 4 :** « La fréquence d'apparition du 6 est 0. »

**5.** On considère un triangle RAS rectangle en S.
Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{\text{ARS}}$ mesure 26°.

**Affirmation nº 5 :** « Le segment [RS] mesure environ 164 cm.

**6.** Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.

**Affirmation nº 6 :** « Les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

**EXERCICE n° 2** — Le triathlon *21 points*

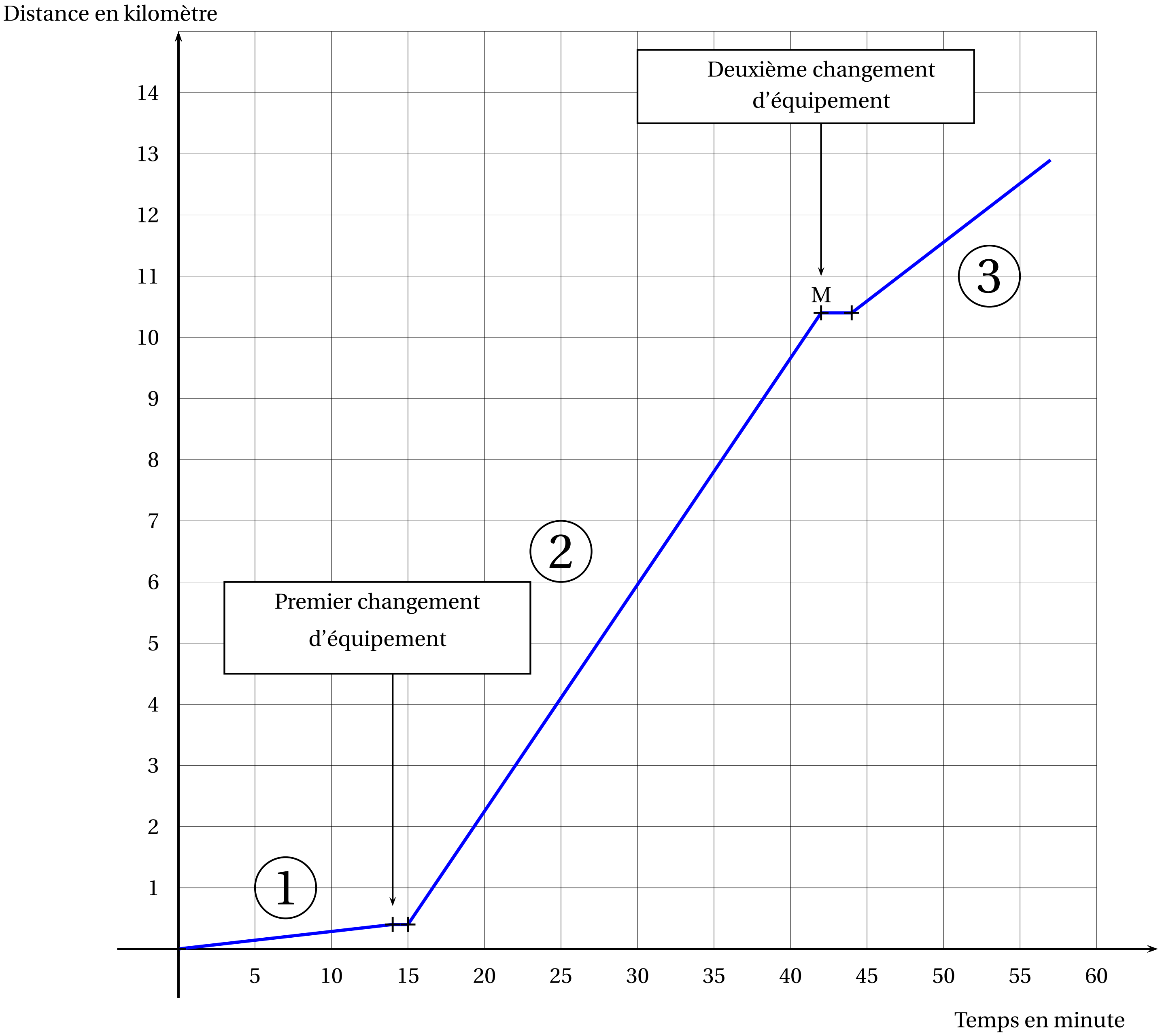
Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 km. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

— **Épreuve n° 1 :** Natation — Distance 400 m ;

— **Épreuve n° 2 :** Cyclisme ;

— **Épreuve n° 3 :** Course à pied — Distance 2,5 km.

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.
Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.




Le point M a pour coordonnées abscisse 42 et pour ordonnée $10,4$.
À l'aide des informations ci-dessus et du graphique avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes en justifiant la démarche.

**1.** Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?

**2.** Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?

**3.** En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?

**4.** Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?

**5.** On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.
La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?

## **Exercice n° 3** — Étoile et transformations géométriques

*16 points*

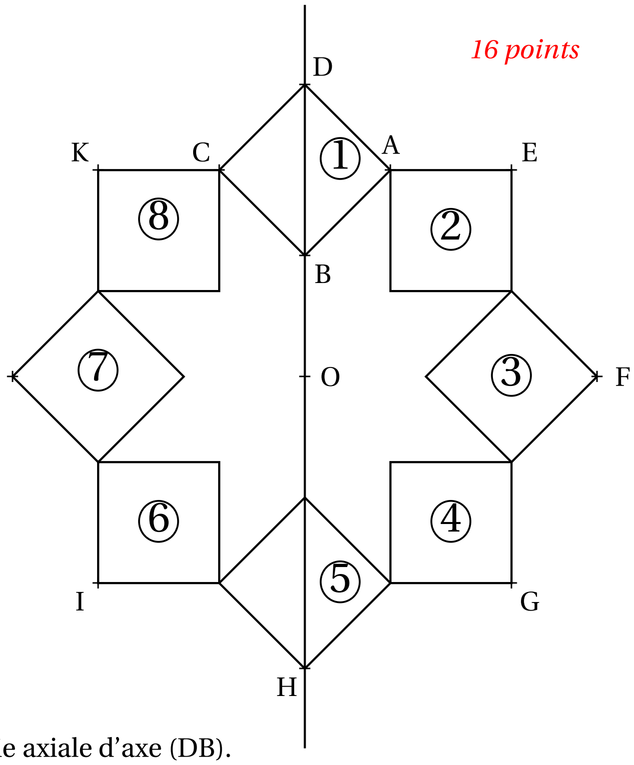
*Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.*

On a construit un carrée ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que OB = AB.
Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45°.

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.




**1.** Citer deux carrés différents, image l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

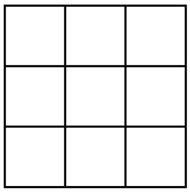
**2.** Le carré 3 est-il l'image du carré 8 par la symétrie de centre O ?

**3.** On considère la rotation de centre O qui transforme le carré 1 en le carré 2.
Quelle est l'image du carré 8 par cette rotation ?

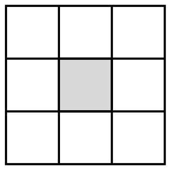
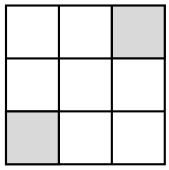
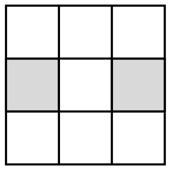
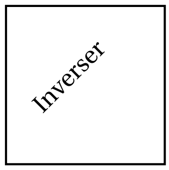
**4.** On considère la rotation de centre O qui transforme le carré 2 en le carré 5.
Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

**EXERCICE n° 4** — Le carré programmable *16 points*

*Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.*

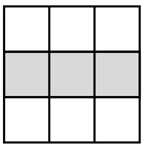


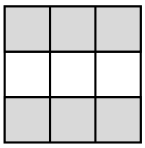
On dispose d'un tableau carré ci-contre partagé en neuf cases blanches de mêmes dimensions qui constituent un motif.
Quatre instructions A, B, C, et E permettent de changer l'aspect de certaines cases, lorsqu'on applique ces instructions. Ainsi :

| Instruction | Descriptif | Effet de l'instruction |
|---|---|---|
| A | La case centrale du motif est noircie |  |
| B | Dans le motif, la case en bas à gauche et la case en haut à droite sont noircies. |  |
| C | Dans le motif, la case médiane à gauche et la case médiane à droite sont noircies. |  |
| E | Les couleurs du motif sont inversées : les cases blanches deviennent noires et les cases noires deviennent blanches |  |

**Remarque :** si une case du motif est déjà noire et une instruction demande à la noircir, alors cette case ne change pas de couleur et reste noire à la suite de cette instruction.

**Exemples :** à partir d'un motif dont toutes les cases sont blanches :

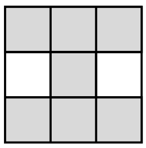
La suite d'instruction A C permet d'obtenir le motif 

La suite d'instruction A C E permet d'obtenir le motif 

Pour chacune des questions suivantes, on dispose au départ d'un motif dont toutes les cases sont blanches.

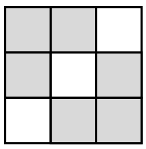
**1.** Représenter le motif obtenu avec la suite d'instruction A B

**2.** Parmi les quatre propositions suivantes, deux propositions permettent d'obtenir le motif ci-contre. Lesquelles ?



- **Proposition n° 1 :** A B C
- **Proposition n° 2 :** C E
- **Proposition n° 3 :** B C E C
- **Proposition n° 4 :** C A E A

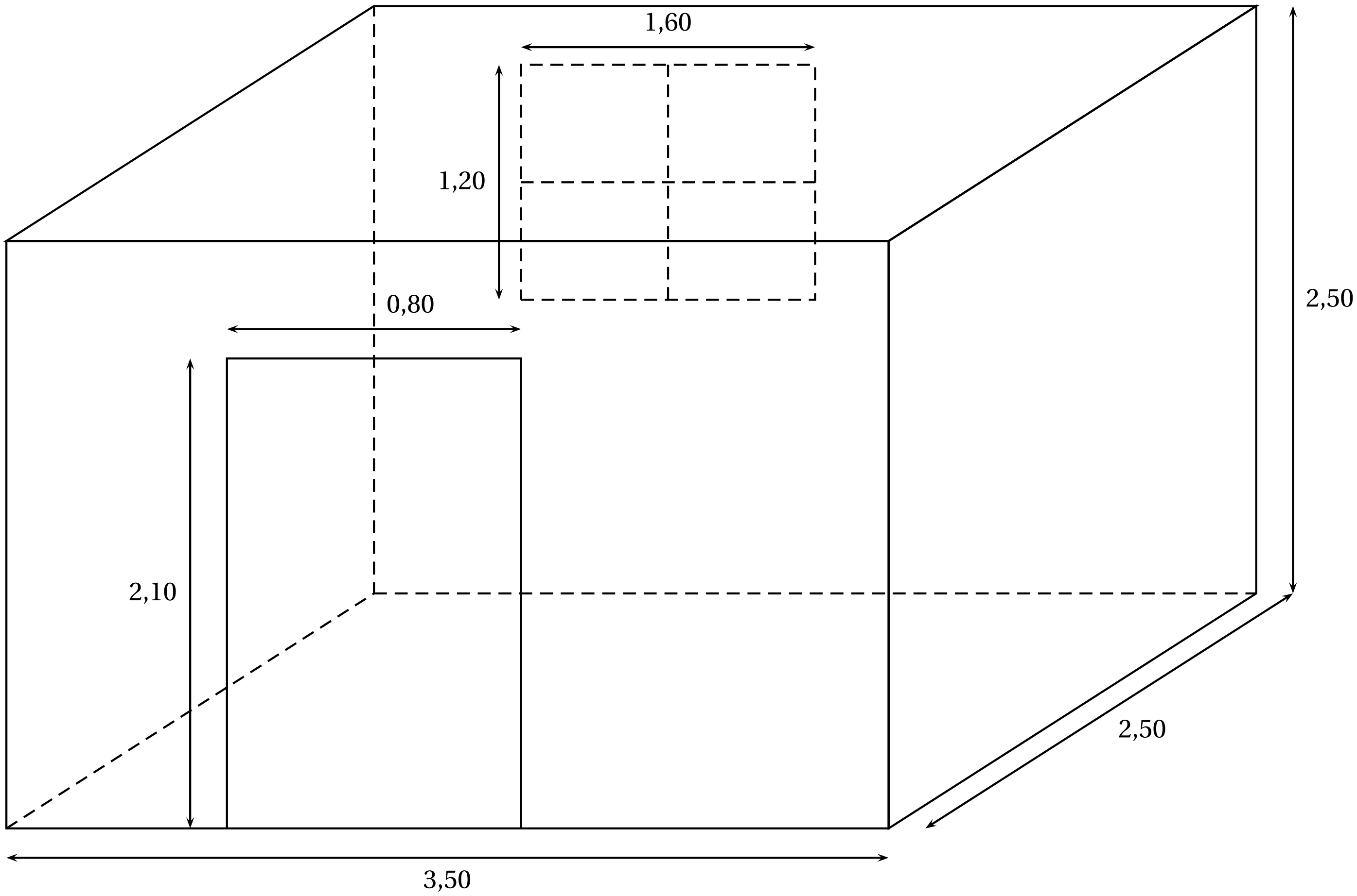
**3.** Donner la suite d'instructions qui permet d'obtenir le motif ci-contre.



**EXERCICE n° 5** — La rénovation de la salle de bain *21 points*

On souhaite rénover une salle de bain qui à la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur les portes, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :




On dispose des informations suivantes :

| **Prix du papier peint** | **Prix de la colle** |
|---|---|
| — le papier peint est vendu en rouleau entier;<br>— un rouleau coûte 16,95 € ;<br>— un rouleau permet de recouvrir 5,3 $m^2$.<br><br>*Conseil du vendeur :*<br><br>Prévoir un rouleau de papier en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes. | — la colle est vendu en pot entier;<br>— un pot a une masse de 0,2 kg;<br>— un pot coûte 5,70 €.<br><br>*Conseil du vendeur :*<br><br>Compter un pot de colle pour quatre rouleaux de papier peint. |

**1.** Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 $m^2$.

**2.** Calculer le prix en euro d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.

**3.** Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain.

**4.** Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.
Quel est le prix à payer après remise? Arrondir au centime d'euro.

✂ - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

# BREVET — 2021 — AMÉRIQUE DU NORD — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

*Le premier sujet de brevet post COVID. Un sujet assez court avec deux exercices où aucune justification n'est demandée. L'exercice d'algorithmique est original.*

## EXERCICE n° 1 — Six affirmations *26 points*

**Fonctions — Calcul littéral — Arithmétique — Probabilités — Trigonométrie — Théorème de Pythagore**

*Un exercice varié qui ne présente pas de difficulté particulière. Seule la valeur approchée de l'affirmation n° 6 peut être une source d'erreur.*

*Il faut absolument justifier ses réponses dans ce genre d'exercice !*

**1.** *La fonction $f$ est affine mais cela ne joue pas de rôle dans cet exercice.*

$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$

**Affirmation n° 1 :** Fausse

*On remarque que $f(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$*
*Ainsi l'image de 2 est $-1$ par la fonction $f$ ou encore $-1$ est l'image de 2.*

**2.** Développons E :
$\text{E} = (x-5)(x+1)$
$\text{E} = x^2 + x - 5x - 5$

*Je déconseille d'écrire les détails de calculs comme $x \times x$ ou $-5 \times x$. Il faut faire ce travail de tête et écrire directement chaque terme. Cela évite les erreurs car les détails des produits rendent l'écriture confuse.*

$\text{E} = x^2 - 4x - 5$

**Affirmation n° 2 :** Vraie

**3.** $2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33$.
Or $33 = 3 \times 11$ il n'est pas premier !

**Affirmation n° 3 :** Fausse

*Cette affirmation me fait penser aux nombres de la forme $\text{M}_n = 2^n - 1$ sont des nombres de Mersenne (Marin Mersenne, moine et mathématicien français (1588-1648)). Quand un nombre de Mersenne est premier alors $n$ est premier (la réciproque est fausse, $\text{M}_{11} = 2^{11} - 1 = 2\,047 = 23 \times 89$.*
*Celui de l'exercice est premier, il s'agit de $\text{M}_5$. On connaît à ce jour 51 nombre de Mersenne premier. Le plus grand est $\text{M}_{82\,589\,933}$.*

**4.** La somme des fréquences d'apparition doit être égale à 1.

On a : $\frac{3}{15}+\frac{4}{15}+\frac{5}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}=\frac{15}{15}=1$.

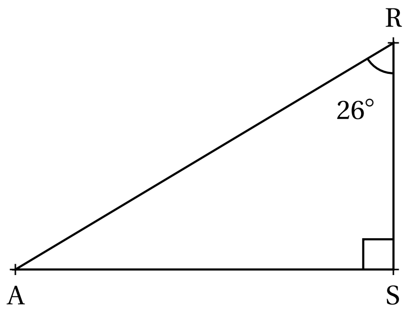
Ainsi la fréquence d'apparition du 6 vaut 0.

**Affirmation nº 4 :** Vraie

**5.**

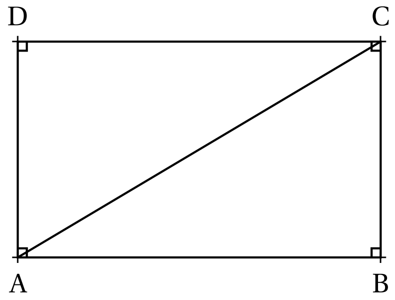
Dans le triangle ARS rectangle en S.
[AS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ARS}$ et [RS] est le côté adjacent de cet angle.
Nous allons donc utiliser la tangente de l'angle à 26°.

$\tan 26° = \dfrac{80\,\text{cm}}{\text{RS}}$ donc $\text{RS} = \dfrac{80\,\text{cm}}{\tan 26°} \approx 164\,\text{cm}$




**Affirmation nº 5 :** Vraie

**6.**




On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur.
Calculons la mesure de la diagonale [AC] dans le triangle ABC rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\begin{aligned}
\text{BA}^2+\text{BC}^2 &= \text{AC}^2\\
160^2+95^2 &= \text{AC}^2\\
25\,600+9\,025 &= \text{AC}^2\\
\text{AC}^2 &= 34\,625\\
\text{AC} &= \sqrt{34\,625}\\
\text{AC} &\approx 186,08
\end{aligned}$$

Or $186^2 = 34\,596$ donc $\text{AC} \neq 186$.

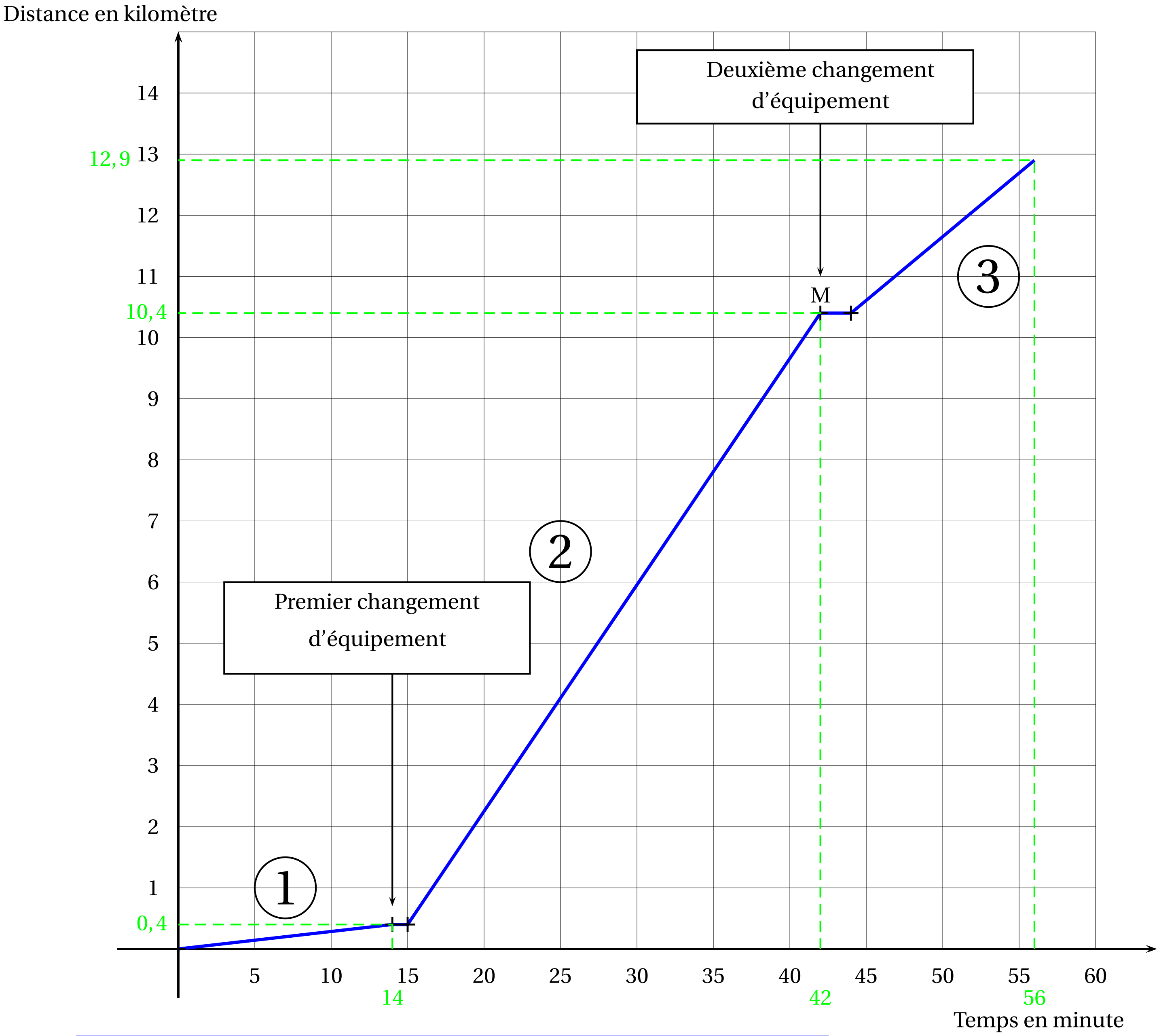
**Afirmation nº 6 :** Fausse

*Attention à ne pas se laisser abuser par la valeur approchée de $\sqrt{34625}$ !*

## Exercice nº 2 — Le triathlon *21 points*

**Lecture graphique — Vitesse**

*Un exercice classique de lecture graphique. La question **4.** est délicate : entre interprétation graphique et calculs !*




**1.** $\boxed{\text{D'après le graphique, le premier changement a eu lieu après environ 14 min}}$

**2.** On sait que l'épreuve de natation se fait sur une distance de 400 m = 0,4 km.
Le point M a pour ordonnée 10,4 ce qui signifie que l'épreuve de course à pied débute après 10,4 km de course.

$\boxed{\text{La distance de l'épreuve de cyclisme vaut 10,4 km} - \text{0,4 km} = \text{10 km}}$

**3.** On sait que l'épreuve de course à pied débute après 42 min puisque le point M a pour abscisse 42. En tenant compte du changement d'équipement, on peut considérer que le début de la course à pied a lieu après 44 min.
D'après le graphique cette épreuve se termine après 56 min.

$\boxed{\text{Elle a parcouru la dernière épreuve en 56 min} - \text{44 min} = \text{12 min.}}$

**4.** *Cette question est difficile! Pour justifier le résultat on peut utiliser un résultat sur le coefficient directeur des fonctions affines (mais ce n'est pas au programme) ou par le calcul... Dans ce cas il faut calculer trois vitesses!*

En observant les segments qui correspondent à la progression sur chaque étape, on constate que la pente est la plus faible pour la natation. Il s'agit certainement de l'épreuve pour laquelle la vitesse est la plus faible. Vérifions ce résultat :

**Vitesse pour l'épreuve de natation :**

Elle a parcouru 400 m en 14 min soit $\dfrac{400\,\text{m}}{14\,\text{min}} \approx 28{,}6\,\text{m/min}$

**Vitesse pour l'épreuve de cyclisme :**

Elle a parcouru 10 km = 10 000 m en 42 min − 15 min = 27 min soit $\dfrac{10\,000\,\text{m}}{27\,\text{min}} \approx 370{,}4\,\text{m/min}$

**Vitesse pour l'épreuve de course à pied :**

Elle a parcouru 2,5 km = 2 500 m en 12 min soit $\dfrac{2\,500\,\text{m}}{12\,\text{min}} \approx 208{,}3\,\text{m/min}$

Elle a été le moins rapide sur l'épreuve de natation.

**4.** Elle a parcouru l'ensemble du triathlon soit 12,9 km en 56 min.
Pour calculer la vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

| | | |
|---|---|---|
| Distance | 12,9 km | $\dfrac{60\,\text{min} \times 12{,}9\,\text{km}}{56\,\text{min}} \approx 13{,}82\,\text{km}$ |
| Temps | 56 min | 1 h = 60 min |

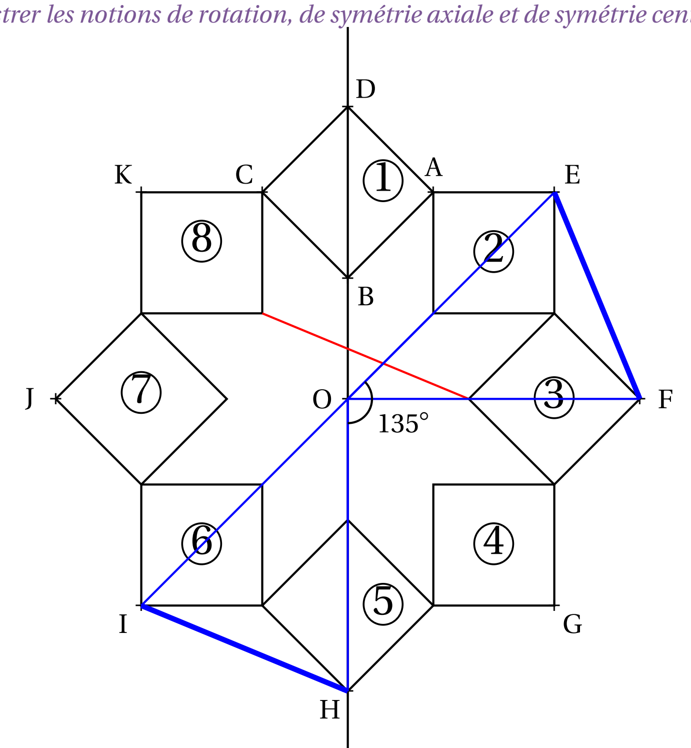
Cela représente une vitesse d'environ 13,82 km/h.

La vitesse moyenne de l'athlète n'est donc pas supérieure à 14 km/h !

## **Exercice n° 3** — Étoile et transformations géométriques *16 points*

**Rotation — Symétrie axiale — Symétrie centrale**

*Un exercice intéressant pour illustrer les notions de rotation, de symétrie axiale et de symétrie centrale.*



**1.** Le carré ② et le carré ⑧

ou Le carré ③ et le carré ⑦

ou Le carré ④ et le carré ⑥

**2.** Non

*On constate que l'orientation des carrés n'est pas la même. On remarque aussi que les points des deux carrés ne sont pas alignés avec le centre O. (Voir segment rouge).*

**3.** Le carré ⑧ devient le carré ①

**4.** On constate que le point E devient H et que le point F devient I (voir segment bleu).

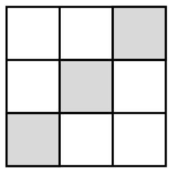
Le segment [EF] a pour image le segment [IH]

## **Exercice n° 4** — Le carré programmable *16 points*

**Algorithmique**

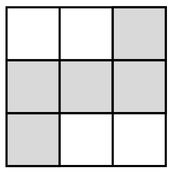
*Un exercice original qui traite d'algorithmique : sans Scratch pour une fois !!*

**1.** Avec l'instruction A B on obtient le motif suivant :

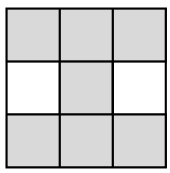


**2.**

Avec l'instruction A B C on obtient le motif suivant :

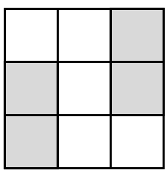


Avec l'instruction C E on obtient le motif suivant :

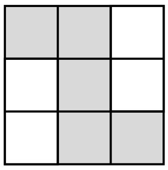


Déterminons le motif obtenu avec le code B C E C.

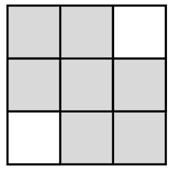
Avec B C on obtient :



Puis E :

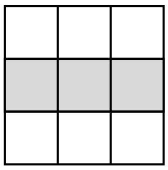


Enfin l'instruction B C E C on obtient le motif suivant :

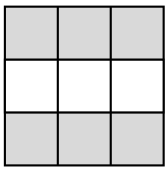


Déterminons le motif obtenu avec le code C A E A.

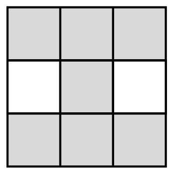
Avec C A on obtient :



Puis E :

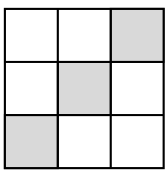


Enfin l'instruction C A E A on obtient le motif suivant :



Les deux propositions sont les **Proposition n$^{\text{o}}$ 2** et **Proposition n$^{\text{o}}$ 4**

**3.** En effectuant l'instruction A B ou B A on obtient :



Puis il faut inverser les couleurs.

L'instruction cherchée est A B E ou B A E

**Exercice n$^{\text{o}}$ 5** — La rénovation de la salle de bain *21 points*

**Aire du rectangle — Tâche complexe — Pourcentage**

*Une tâche complexe assez classique.*

**1.** Nous allons calculer l'aire des faces latérales de la pièce puis retirer l'aire de la porte et de la fenêtre.

**Aire de la face avant :** $3{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 8{,}75\,\text{m}^2$

**Aire de la face latérale gauche :** $2{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 6{,}25\,\text{m}^2$

**Somme des faces latérales :** $2 \times 8{,}75\,\text{m}^2 + 2 \times 6{,}25\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2 + 12{,}5\,\text{m}^2 = 30\,\text{m}^2$

**Aire de la porte :** $0{,}80\,\text{m} \times 2{,}10\,\text{m} = 1{,}68\,\text{m}^2$

**Aire de la fenêtre :** $1{,}20\,\text{m} \times 1{,}60\,\text{m} = 1{,}92\,\text{m}^2$

$\boxed{\text{La surface a recouvrir mesure } 30\,\text{m}^2 - 1{,}68\,\text{m}^2 - 1{,}92\,\text{m}^2 = 26{,}4\,\text{m}^2}$

**2.** On sait qu'un rouleau coûte 16,95 € et que un rouleau recouvre une surface de $5{,}3\,\text{m}^2$.

$$\frac{16{,}95\,€}{5{,}3} \approx 3{,}20\,€$$

$\boxed{\text{Un mètre carré de papier peint coûte environ } 3{,}20\,€.}$

**3.** La surface totale à recouvrir mesure $26{,}4\,\text{m}^2$ et un rouleau recouvre $5{,}3\,\text{m}^2$.

$$\frac{26{,}4\,\text{m}^2}{5{,}3\,\text{m}^2} \approx 4{,}98$$

Il faut donc 5 rouleaux. En suivant les conseils du vendeur, nous en prendrons 6.

Pour 4 rouleaux il faut un pot de colle, nous allons donc en prendre deux.

Le prix à payer est donc : $6 \times 16{,}95\,€ + 2 \times 5{,}70\,€ = 101{,}70\,€ + 11{,}40\,€ = 113{,}10\,€$.

$\boxed{\text{En suivant les conseils du vendeur, le prix de la rénovation coûtera } 113{,}10\,€.}$

**4.** On peut utiliser le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{8}{100} = \dfrac{92}{100}$.

Ainsi $\dfrac{92}{100} \times 113{,}10\,€ \approx 104{,}05\,€$

On pouvait aussi calculer la réduction puis la déduire.

$\boxed{\text{Après la réduction le prix payé sera environ } 104{,}05\,€}$