DIPLÔME NATIONAL DU BREVET
SESSION 2020

MATHÉMATIQUES

SÉRIE GÉNÉRALE

AMÉRIQUE DU NORD

9 SEPTEMBRE 2020

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	15 points
Exercice n° 3	18 points
Exercice n° 4	24 points
Exercice n° 5	23 points

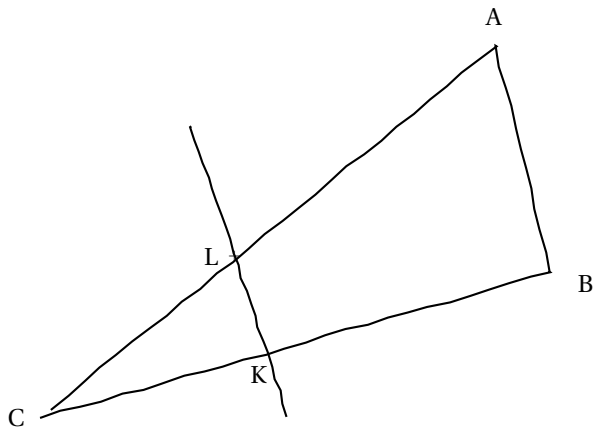
Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE n° 1 — Les bases de la géométrie *20 points*

La figure ci-contre est dessinées à main levée.

On donne les informations suivantes :



- ABC est un triangle tel que
  AC = 10,4 cm, AB = 4 cm et BC = 9,6 cm ;
- les points A, L et C sont alignés ;
- les points B, K et C sont alignés ;
- la droite (KL) est parallèle à la droite (AB) ;
- CK = 3 cm.

1. À l'aide des instruments de géométrie, construire la figure en vraie grandeur sur la copie en laissant les traits de construction apparents.

2. Prouver que le triangle ABC est rectangle en B.

3. Calculer la longueur CL en cm.

4. À l'aide de la calculatrice, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$, au degré près.

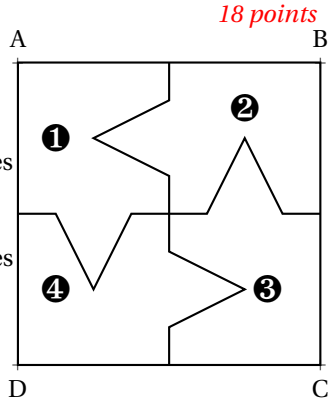
EXERCICE n° 2 — QCM à 5 questions *15 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des cinq questions, quatre réponses sont proposées, une seule d'entre elle est exacte.
Pour chacune des cinq questions, indiquer la copie le numéro de la question et la réponse choisie.
On rappelle que toute réponse doit être justifiée.
Une réponse fausse ou une absence de réponse ne retire pas de point.

	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1.	Si on multiplie la longueur de chaque arête d'un cube par 3, alors le volume du cube sera multiplié par :	3	9	12	27
2.	Lorsque $x = -4$ alors $x^2 + 3x + 4$ est égal à :	8	0	-24	-13
3.	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{2}{7}$	0,583	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{7}$
4.	La notation scientifique de 1 500 000 000 est	15×10^{-8}	15×10^{8}	$1,5 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^{9}$
5.	$(x-2) \times (x+2) =$	$x^2 - 4$	$x^2 + 4$	$2x - 4$	$2x$

EXERCICE nº 3 — La frise

18 points



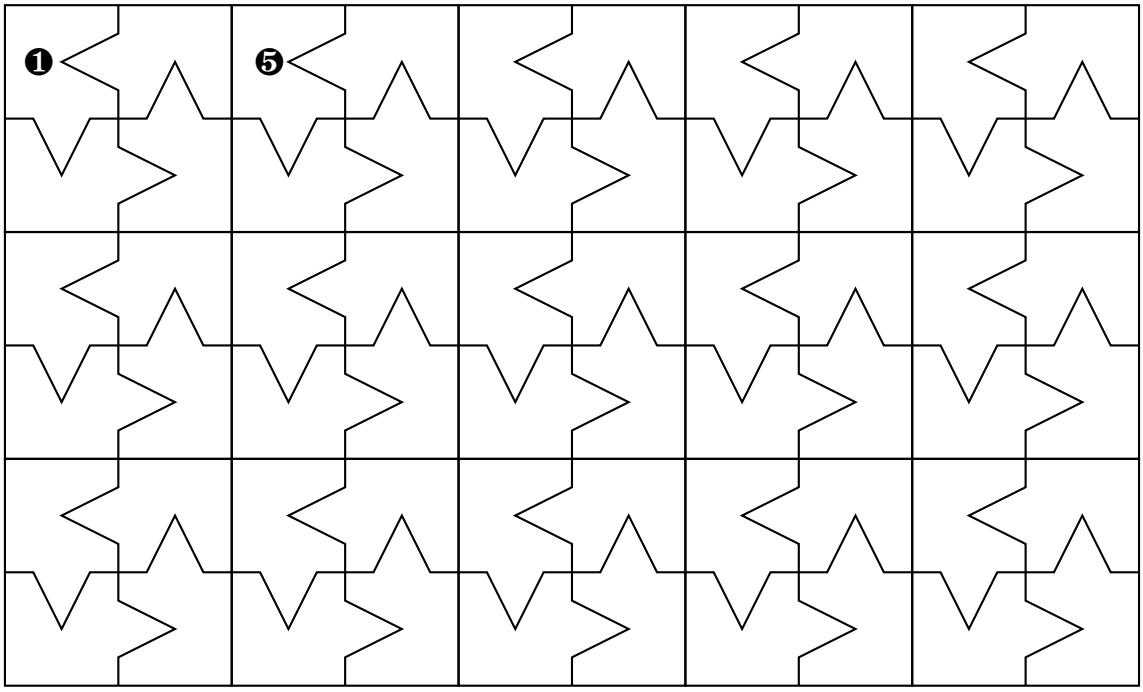
Dans cet exercice, le carré ABCD n'est pas représenté en vraie grandeur.
Aucune justification n'est attendue pour les questions **1.** et **2.**. On attend des réponses justifiées pour la question **3.**.

1. On considère le carré ABCD de centre O représenté ci-contre, partagé en quatre polygones superposables, numérotés ❶, ❷, ❸ et ❹.

1.a. Quelle est l'image du polygone ❶ par la symétrie centrale de centre O ?

1.b. Quelle est l'image du polygone ❹ par la rotation de centre O qui transforme le polygone ❶ en le polygone ❷ ?

2. La figure ci-dessous est une partie d'un pavage dont un motif de base est le carré ABCD de la question **1.**
Quelle transformation partant du polygone ❶ permet d'obtenir le polygone ❺ ?



3. On souhaite faire imprimer ces motifs sur un tissu rectangulaire de longueur 315 cm et de largeur 270 cm.
On souhaite que le tissu soit entièrement par les carrés identiques à ABCD, sans découpe et de sorte que les côtés du carré mesure un nombre entier de centimètres.

3.a. Montrer qu'on peut choisir des carrés de 9 cm de côté.

3.b. Dans ce cas, combien de carrés de 9 cm de côté seront imprimés sur le tissu ?

EXERCICE nº 4 — Médailles d'or en natation

24 points

Voici la série des temps exprimés en secondes, et réalisé par des nageuses lors de la finale du 100 mètres féminin nage-libre lors des championnats d'Europe de natation en 2018 :

53,23	54,04	53,61	54,52	53,35	52,93	54,56	54,07

1. La nageuse française, Charlotte BONNET, est arrivée troisième à cette finale.
Quel est le temps exprimé en secondes, de cette nageuse ?

2. Quelle est la vitesse moyenne, exprimée en m/s, de la nageuse ayant parcouru les 100 mètres en $52,93\ s$?
Arrondir au dixième près.

3. Comparer moyenne et médiane des temps de cette série.

Sur une feuille de calcul, on a reporté le classement des dix premiers pays selon le nombre de médailles d'or lors de ces championnats d'Europe de natation, toutes disciplines confondues :

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	Nation	Or	Argent	Bronze	Total
2	1	Russie	23	15	9	47
3	2	Grande-Bretagne	13	12	9	34
4	3	Italie	8	12	19	39
5	4	Hongrie	6	4	2	12
6	5	Ukraine	5	6	2	13
7	6	Pays-Bas	5	5	2	12
8	7	France	4	2	6	12
9	8	Suède	4	0	0	4
10	9	Allemagne	3	6	10	19
11	10	Suisse	1	0	1	2

4. Est-il vrai qu'à elle deux, la Grande-Bretagne et l'Italie ont obtenu autant de médailles d'or que la Russie ?

5. Est-il vrai que plus de 35 % des médailles remportées par la France sont des médailles d'or ?

6. Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule **F2** de cete feuille de calcul, avant qu'elle soit étirée vers le bas jusqu'à la cellule **F11** ?

EXERCICE n° 5 — Les boules bleues et rouges *23 points*

On dispose de deux urnes :

— une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées ②, ③ et ④ ;

— une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées ②, ③, ④ et ⑤.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirée.

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante :

« On tire au hasard une boule bleue, on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Exemple : si on tire la boule bleue numérotée ③ puis la boule rouge numérotée ④, le tirage obtenu sera noté $(3;4)$.

On précise que le tirage $(3;4)$ est différent du tirage $(4;3)$.

1. On définit les deux événements suivants :
« On obtient deux nombres premiers. »et « La somme des deux nombres est égale à 12. »

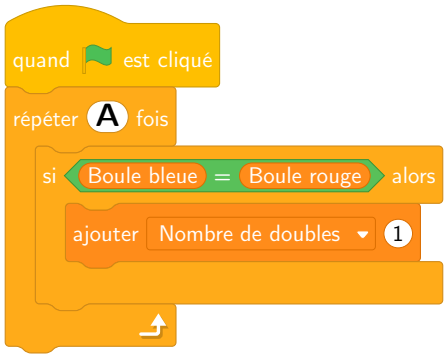
1.a. Pour chacun des deux événements précédents dire s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.

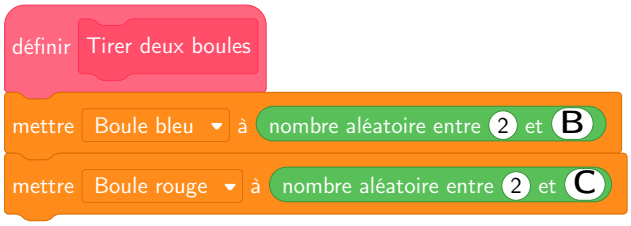
1.b. Déterminer la probabilité de l'événement « On obtient deux nombres premiers. »

2. On obtient un « double »lorsque les deux boules tirées portent le même numéro.

Justifier que la probabilité d'obtenir « un double »lors de cette expérience est $\frac{1}{4}$.

3. Dans cette question aucune justification n'est attendue.
On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois.
Pour cela on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet. Voici des copies d'écran :





Dans le script ci-dessus, Boule bleue, Boule rouge et Nombre de doubles sont des variables.

Le block Tirer deux boules est à insérer dans le script principal.

3.a. Pour quels nombres faut-il remplacer les lettres **A**, **B** et **C**

3.b. Dans le script principal, indiquer où placer le block Tirer deux boules.

3.c. Dans le script principal , indiquer où placer l'élément mettre Nombre de doubles à 0.

3.d. On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles »obtenus.
Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter » ?

Proposition ①

Proposition ②

Proposition ③

Brevet — 2020 — Amérique du Nord — Série générale

Correction

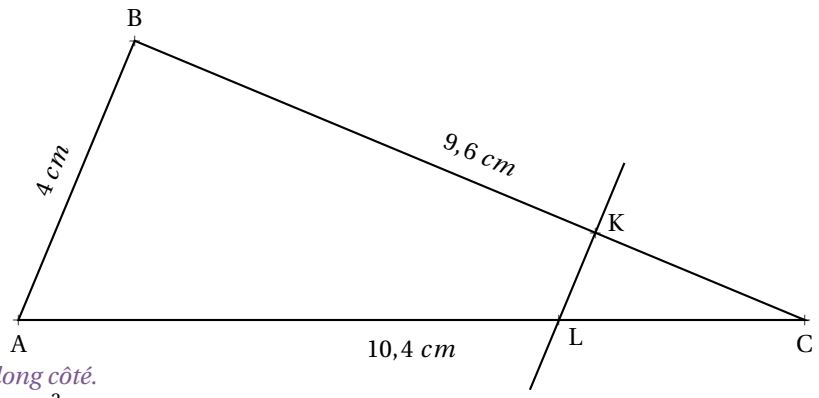
Un sujet avec seulement cinq exercices. Une frise impressionnante. Du tableur, un QCM et Scratch.

Exercice n° 1 — Les bases de la géométrie *20 points*

Construction — Réciproque du théorème de Pythagore — Thalès — Trigonométrie

Un exercice particulièrement classique.

1.



2. *Le côté* AC *est le plus long côté.*
Comparons $BC^2 + BA^2$ et AC^2 :

$BC^2 + BA^2$	AC^2
$9,6^2 + 4^2$	$10,4^2$
$92,16 + 16$	
$108,16$	$108,16$

Comme $BC^2 + BA^2 = AC^2$, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** $\boxed{\text{le triangle ABC est rectangle en B}}$.

3. Les droites (LA) et (KB) sont sécantes en C, les droites (LK) et (AB) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{CK}{CB} = \frac{CL}{CA} = \frac{KL}{BA}$$

$$\frac{3\ cm}{9,6\ cm} = \frac{CL}{10,4\ cm} = \frac{KL}{4\ cm}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$CL = \dfrac{10,4\ cm \times 3\ cm}{9,6\ cm}$ d'où $CL = \dfrac{31,2\ cm^2}{9,6\ cm}$ et $CL = 3,25\ cm$

$\boxed{CL = 3,25\ cm}$

4. Dans le triangle CAB rectangle en B,

$\cos\widehat{CAB} = \dfrac{BA}{AC}$ donc $\cos\widehat{CAB} = \dfrac{4\ cm}{10,4\ cm} = \dfrac{5}{13}$

À la calculatrice on arrive à $\boxed{\widehat{CAB} \approx 67° \text{ au degré près.}}$

On pouvait aussi utiliser le sinus de l'angle :

$$\sin\widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \; donc \; \sin\widehat{CAB} = \frac{9,6\ cm}{10,4\ cm} = \frac{12}{13}$$

Ou la tangente :

$$\tan\widehat{CAB} = \frac{BC}{BA} \; donc \; \cos\widehat{CAB} = \frac{9.6\ cm}{4\ cm} = 2,4$$

EXERCICE n° 2 — QCM à 5 questions *15 points*

Agrandissement — Calcul littéral — Substitution — Fractions — Écriture scientifique

Un QCM sans originalité particulière.

1. On sait que « quand on multiplie les longueurs d'une figure de géométrie par une nombre k, les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3 ».

Comme $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, $\boxed{\text{Réponse D}}$.

2. Remplaçons x par -4 dans l'expression $x^2 + 3x + 4$, on obtient :
$(-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 8$
$\boxed{\text{Réponse A}}$

Il ne faut pas se tromper sur le signe d'un carré, en particulier pour les nombres négatifs ! $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.

3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.

$\boxed{\text{Réponse C}}$

4. La notation scientifique de 1 500 000 000 est $1,5 \times 10^9$.
$\boxed{\text{Réponse D}}$

5. Développons $(x-2)(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$.
$\boxed{\text{Réponse A}}$

EXERCICE n° 3 — La frise *18 points*

Transformations du plan — Rotation — Symétrie centrale — Translation — Arithmétique

Un exercice assez simple qui mélange transformations du plan et arithmétique.

1.a. $\boxed{\text{L'image du polygone ❶ par la symétrie de centre O est le polygone ❸}}$

1.b. $\boxed{\text{L'image du polygone ❹ par la rotation ce centre O qui transforme ❶ en ❷ est ❶}}$

2. $\boxed{\text{C'est la translation qui transforme A en B}}$

3.a. Comme $315\ cm = 9\ cm \times 35$ et que $270\ cm = 9\ cm \times 30\ cm$, On peut choisir des carrés de $9\ cm$ de côté.

3.b. On va pouvoir en imprimer 35 sur la longueur et 30 sur la largeur soit 35 colonnes et 30à lignes.

On va imprimer $35 \times 30 = 1\,050$ motifs.

EXERCICE n° 4 — Médailles d'or en natation

24 points

Statistiques — Vitesse — Tableur

Un exercice de statistiques avec un tableur. La médiane est sur un nombre pair de valeurs.

1. Il faut classer ces nageuses dans l'ordre croissant de leurs temps :

$$52,92\ s\ ;\ \ 53,23\ s\ ;\ \ 53,35\ s\ ;\ \ 53,61\ s\ ;\ \ 54,04\ s\ ;\ \ 54,07\ s\ ;\ \ 54,52\ s\ ;\ \ 54,56\ s$$

Charlotte BONNET a nagé en $53,35\ s$

2. Cette nageuse a parcouru $100\ m$ en $52,93\ s$.
Comme $100\ m \div 52,93 \approx 1,9\ m$.

On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

Distance	$100\ m$	$\dfrac{1\ s \times 100\ m}{52,93\ s} \approx 1,9\ m$
Temps	$52,93\ s$	$1\ s$

La vitesse de cette nageuse est $1,9\ m/s$

3. Il y a 8 valeurs dans cette série. La médiane est donc la moyenne du quatrième et du cinquième temps.
La quatrième temps est $53,61\ s$, le cinquième temps est $54,04\ s$.

La moyenne des deux est : $\dfrac{53,61\ s + 54,04\ s}{2} = 53,825\ s$.

La médiane de cette série statistique est $53,825\ s$.

La moyenne de la série est : $\dfrac{52,92\ s + 53,23\ s + 53,35\ s + 53,61\ s + 54,04\ s + 54,07\ s + 54,52\ s + 54,56\ s}{8} = 53,7875\ s$

La moyenne, $53,7875\ s$ et la médiane $53,825\ s$ sont très proches ce qui indiquent que les valeurs sont bien réparties !

4. La Grande-Bretagne a gagné 13 médailles d'or. L'Italie en a gagné 8 et la Russie 23.

Comme $13 + 8 = 21$ l'affirmation est vraie.

5. La France a gagné 12 médailles dont 4 en or.

$\dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} \approx 0,33$ et $0,33 = \dfrac{33}{100}$.

C'est faux ! Moins de 35 % des médailles françaises sont en or.

6. **=C2+D2+E2** ou **=SOMME(C2 :E2)**

EXERCICE n° 5 — Les boules bleues et rouges *23 points*

Probabilités — Scratch

1.a. Pour les boules bleues, les numéro 2 et 3 correspondent à des nombres premiers.
Pour les boules rouges, les numéros 2, 3 et 5 sont aussi des nombres premiers.

L'événement « On obtient deux nombres premiers »est possible.

Les boules ayant les numéros les plus élévés, le 4 pour les bleues et le 5 pour les rouges donnent une somme de 9.

L'événement « la somme des deux nombres est égale à 12 »est impossible.

1.b. Il s'agit d'une expérience aléatoire à deux épreuves où les issues sont équiprobables. On peut les représenter dans un tableau.

Boules bleues \ Boules rouges	②	③	④	⑤
②	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
③	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
④	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)

Il y a 12 issues possibles. Parmi celles-ci seules 6 sont favorables.

La probabilité cherchée est $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$ soit 50 %

2. En observant le tableau précédent on constate qu'il y a 3 doubles : (2,2), (3,3) et (4,4).

La probabilité cherchée est $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

3.a. A = 1 000, B = 4 et C = 5

3.b. Il faut placer le bloc au début de la boucle répéter.

3.c. Il faut placer le bloc juste après le bloc quand le drapeau vert est cliqué.

3.d. Proposition ②

Informations légales

- Auteur : Fabrice ARNAUD
- Web : pi.ac3j.fr
- Mail : contact@ac3j.fr

- Nom fichier : Brevets.tex
- Dernière modification : 24 juin 2023 à 11:36

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

Versions de logiciels libres utilisés :

- pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24 (TeX Live 2022/Debian)
- kpathsea version 6.3.4
- Compiled with libpng 1.6.39 ; using libpng 1.6.39
- Compiled with zlib 1.2.13 ; using zlib 1.2.13
- Compiled with xpdf version 4.04

Licence CC-BY-SA 4.0
Ce document est placé sous licence CC-BY-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.
Vous êtes autorisé :

- PARTAGER : copier, distribuer le matériel par tous moyens et sous tous formats ;
- ADAPTER : remixer, transformer et créer à partir du matériel pour toute utilisation, y compris commerciale.

Selon les conditions suivantes :

- ATTRIBUTION : vous devez créditer le matériel, indiquer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées. Vous devez indiquer ces informations par tous moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'auteur vous soutient.
- PARTAGE DANS LES MÊMES CONDITIONS : Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Oeuvre originale, vous devez diffuser l'Oeuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec la même licence avec laquelle l'Oeuvre originale a été diffusée.
- PAS DE RESTRICTIONS SUPPLÉMENTAIRES : Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter : https ://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr

Pour citer cette ressource :

- **Auteur :** Fabrice ARNAUD
- **Mail :** contact@ac3j.fr
- **Origine :** https ://pi.ac3j.fr/brevet/ — Le blog de Fabrice ARNAUD
- **Version du :** 24 juin 2023 à 11:36