Diplôme national du brevet
Session 2021

Mathématiques

Série générale

Amérique du Nord

4 juin 2021

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

Exercice n° 1	26 points
Exercice n° 2	21 points
Exercice n° 3	16 points
Exercice n° 4	16 points
Exercice n° 5	21 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE nº 1 — Six affirmations *26 points*

Pour chacune des six affirmations suivantes, indiquer sur votre copie, si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que chaque réponse doit être justifiée.

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x - 7$.
Affirmation nº 1 : « L'image par f du nombre -1 est 2. »

2. On considère l'expression $\mathrm{E} = (x-5)(x+1)$.
Affirmation nº 2 : « L'expression E a pour forme développée et réduite $x^2 - 4x - 5$. »

3. n est un entier positif.
Affirmation nº 3 : « Lorsque n est égal à 5 , le nombre $2^n + 1$ est un nombre premier. »

4. On a lancé 15 fois un dé à six face numérotées de 1 à 6 et on a noté les fréquences d'apparition dans le tableau ci-dessous :

Numéro de la face apparente	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	...

Affirmation nº 4 : « La fréquence d'apparition du 6 est 0. »

5. On considère un triangle RAS rectangle en S.
Le côté [AS] mesure 80 cm et l'angle $\widehat{\mathrm{ARS}}$ mesure 26°.
Affirmation nº 5 : « Le segment [RS] mesure environ 164 cm.

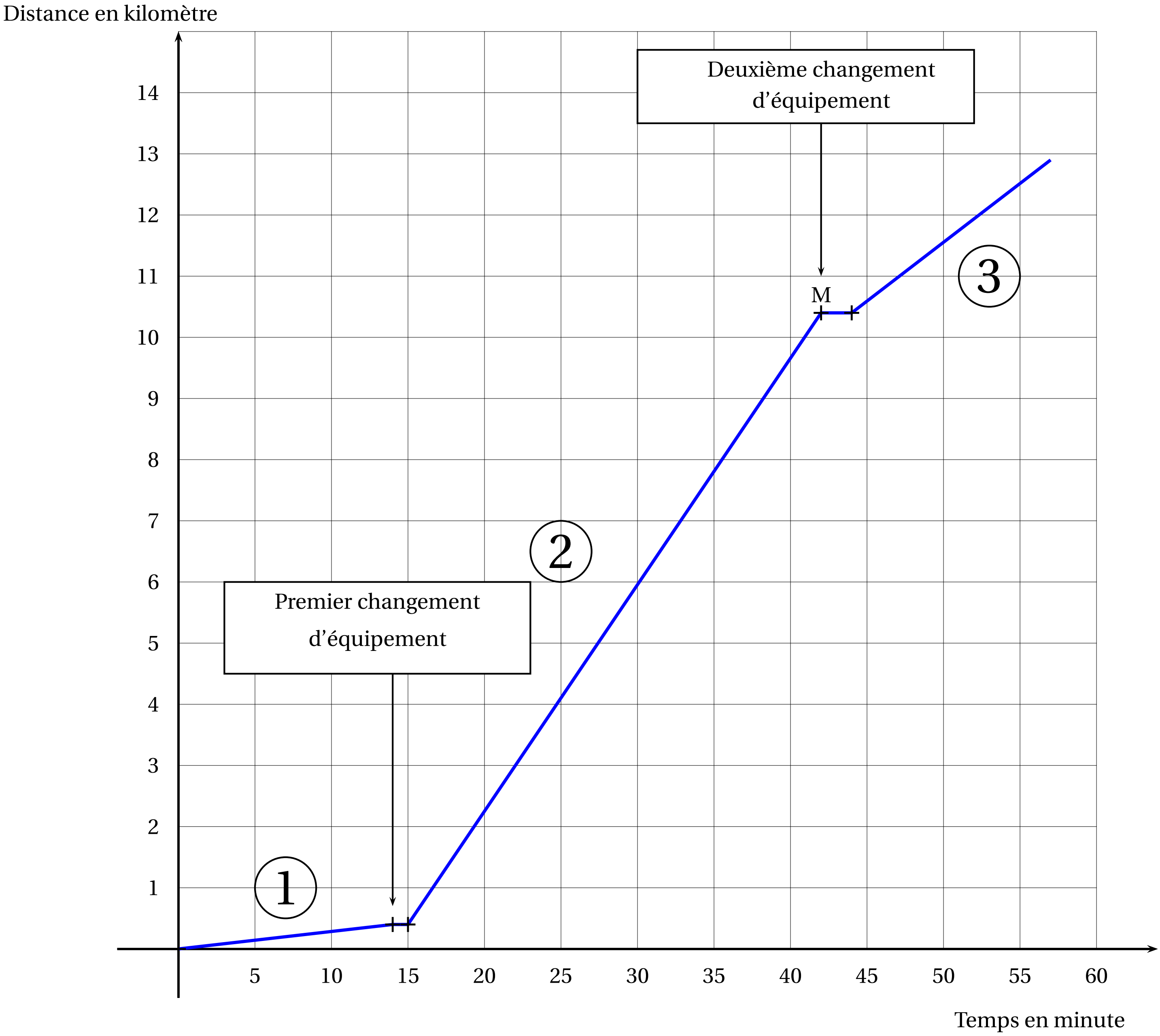
6. Un rectangle ABCD a pour longueur 160 cm et pour largeur 95 cm.
Affirmation nº 6 : « Les diagonales de ce rectangle mesurent exactement 186 cm.

Exercice n° 2 — Le triathlon *21 points*

Une athlète a réalisé un triathlon d'une longueur totale de 12,9 km. Les trois épreuves se déroulent dans l'ordre suivant :

— **Épreuve n° 1 :** Natation — Distance 400 m ;
— **Épreuve n° 2 :** Cyclisme ;
— **Épreuve n° 3 :** Course à pied — Distance 2,5 km.

Entre deux épreuves, l'athlète doit effectuer sur place un changement d'équipement.
Le graphique ci-dessous représente la distance parcourue (exprimée en kilomètre) par l'athlète, en fonction du temps de parcours (exprimé en minute) de l'athlète pendant son triathlon.



Le point M a pour coordonnées abscisse 42 et pour ordonnée $10,4$.
À l'aide des informations ci-dessus et du graphique avec la précision qu'il permet, répondre aux questions suivantes en justifiant la démarche.

1. Au bout de combien de temps l'athlète s'est-elle arrêtée pour effectuer son premier changement d'équipement ?

2. Quelle est la longueur, exprimée en kilomètre, du parcours de l'épreuve de cyclisme ?

3. En combien de temps l'athlète a-t-elle effectué l'épreuve de course à pied ?

4. Parmi les trois épreuves, pendant laquelle l'athlète a été la moins rapide ?

5. On considère que les changements d'équipement entre les épreuves font partie du triathlon.
La vitesse moyenne de l'athlète sur l'ensemble du triathlon est-elle supérieure à 14 km/h ?

EXERCICE n° 3 — Étoile et transformations géométriques

16 points

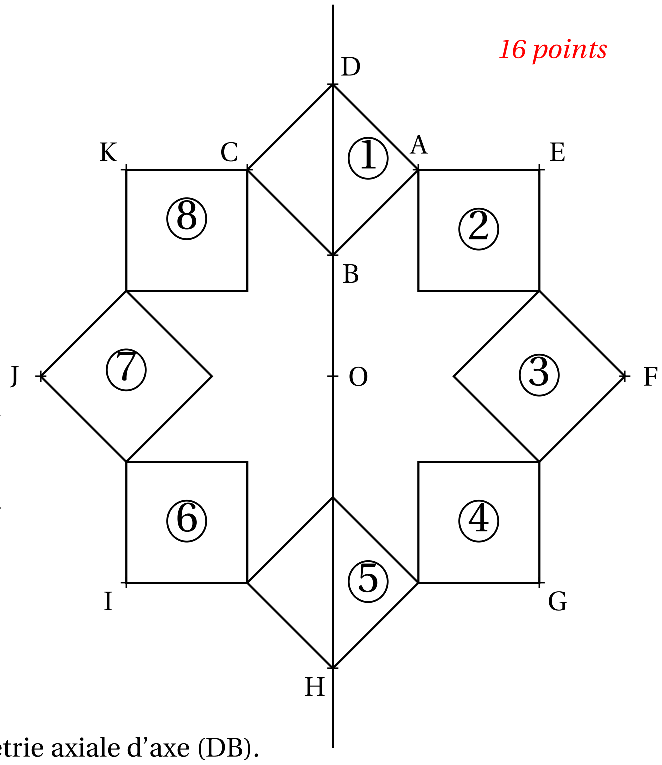
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

On a construit un carrée ABCD.

On a construit le point O sur la droite (DB), à l'extérieur du segment [DB] et tel que OB = AB.
Le point H est le symétrique de D par rapport à O.

On a obtenu la figure ci-contre en utilisant plusieurs fois la même rotation de centre O et d'angle 45°.

La figure obtenue est symétrique par rapport à l'axe (DB) et par rapport au point O.



1. Citer deux carrés différents, image l'un de l'autre par la symétrie axiale d'axe (DB).

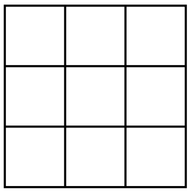
2. Le carré ③ est-il l'image du carré ⑧ par la symétrie de centre O ?

3. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ① en le carré ②.
Quelle est l'image du carré ⑧ par cette rotation ?

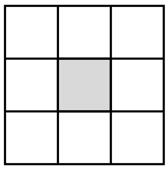
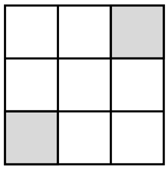
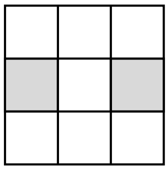
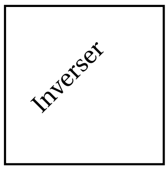
4. On considère la rotation de centre O qui transforme le carré ② en le carré ⑤.
Préciser l'image du segment [EF] par cette rotation.

EXERCICE n° 4 — Le carré programmable *16 points*

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.



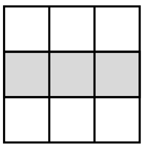
On dispose d'un tableau carré ci-contre partagé en neuf cases blanches de mêmes dimensions qui constituent un motif.
Quatre instructions A, B, C, et E permettent de changer l'aspect de certaines cases, lorsqu'on applique ces instructions. Ainsi :

Instruction	Descriptif	Effet de l'instruction
A	La case centrale du motif est noircie	
B	Dans le motif, la case en bas à gauche et la case en haut à droite sont noircies.	
C	Dans le motif, la case médiane à gauche et la case médiane à droite sont noircies.	
E	Les couleurs du motif sont inversées : les cases blanches deviennent noires et les cases noires deviennent blanches	

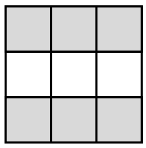
Remarque : si une case du motif est déjà noire et une instruction demande à la noircir, alors cette case ne change pas de couleur et reste noire à la suite de cette instruction.

Exemples : à partir d'un motif dont toutes les cases sont blanches :

La suite d'instruction A C permet d'obtenir le motif



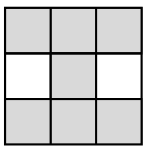
La suite d'instruction A C E permet d'obtenir le motif



Pour chacune des questions suivantes, on dispose au départ d'un motif dont toutes les cases sont blanches.

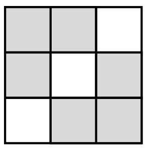
1. Représenter le motif obtenu avec la suite d'instruction A B

2. Parmi les quatre propositions suivantes, deux propositions permettent d'obtenir le motif ci-contre. Lesquelles ?



- **Proposition n° 1 :** A B C
- **Proposition n° 2 :** C E
- **Proposition n° 3 :** B C E C
- **Proposition n° 4 :** C A E A

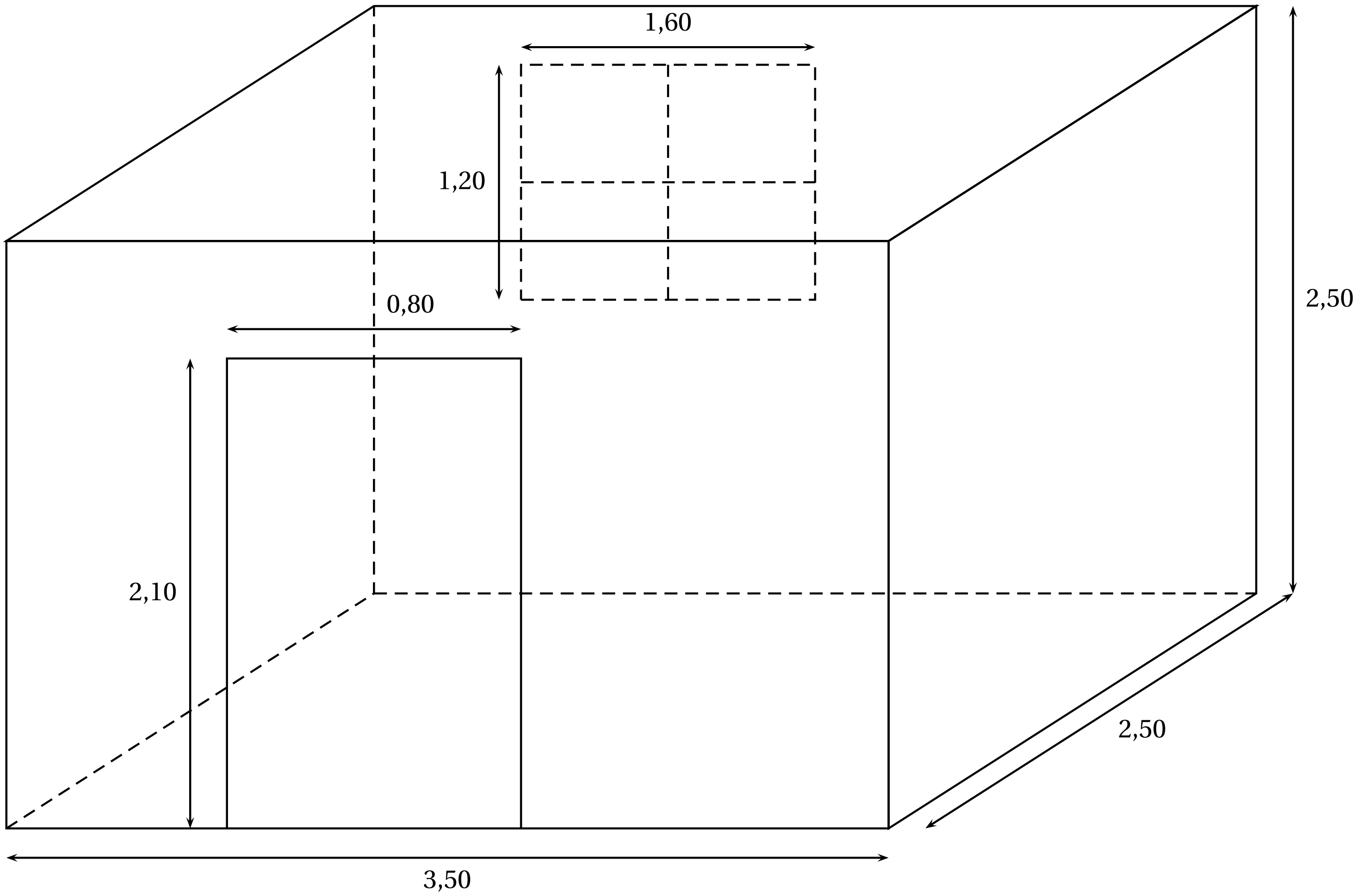
3. Donner la suite d'instructions qui permet d'obtenir le motif ci-contre.



Exercice n° 5 — La rénovation de la salle de bain *21 points*

On souhaite rénover une salle de bain qui à la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur les portes, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma de la salle de bain, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint	**Prix de la colle**
— le papier peint est vendu en rouleau entier ; — un rouleau coûte 16,95 € ; — un rouleau permet de recouvrir 5,3 m^2.	— la colle est vendu en pot entier ; — un pot a une masse de 0,2 kg ; — un pot coûte 5,70 €.
Conseil du vendeur : Prévoir un rouleau de papier en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.	*Conseil du vendeur :* Compter un pot de colle pour quatre rouleaux de papier peint.

1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m^2.

2. Calculer le prix en euro d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.

3. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation de la salle de bain.

4. Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.
Quel est le prix à payer après remise? Arrondir au centime d'euro.

☞ Corrigé proposé sous licence ATTRIBUTION - PARTAGE DANS LES MÊMES CONDITIONS 4.0 (CC-BY-SA) ☜
Merci de m'indiquer les erreurs et les coquilles éventuelles en me laissant un commentaire à l'adresse ***https://pi.ac3j.fr/brevet*** — F. ARNAUD

✂ -

BREVET — 2021 — AMÉRIQUE DU NORD — SÉRIE GÉNÉRALE

CORRECTION

Le premier sujet de brevet post COVID. Un sujet assez court avec deux exercices où aucune justification n'est demandée. L'exercice d'algorithmique est original.

EXERCICE nº 1 — Six affirmations *26 points*

Fonctions — Calcul littéral — Arithmétique — Probabilités — Trigonométrie — Théorème de Pythagore

Un exercice varié qui ne présente pas de difficulté particulière. Seule la valeur approchée de l'affirmation nº 6 peut être une source d'erreur.

Il faut absolument justifier ses réponses dans ce genre d'exercice !
1. *La fonction f est affine mais cela ne joue pas de rôle dans cet exercice.*

$f(-1) = 3 \times (-1) - 7 = -3 - 7 = -10$

Affirmation nº 1 : Fausse

On remarque que $f(2) = 3 \times 2 - 7 = 6 - 7 = -1$
Ainsi l'image de 2 est -1 par la fonction f ou encore -1 est l'image de 2.

2. Développons E :
$E = (x-5)(x+1)$
$E = x^2 + x - 5x - 5$

Je déconseille d'écrire les détails de calculs comme $x \times x$ ou $-5 \times x$. Il faut faire ce travail de tête et écrire directement chaque terme. Cela évite les erreurs car les détails des produits rendent l'écriture confuse.

$E = x^2 - 4x - 5$

Affirmation nº 2 : Vraie

3. $2^5 + 1 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 1 = 32 + 1 = 33$.
Or $33 = 3 \times 11$ il n'est pas premier !

Affirmation nº 3 : Fausse

Cette affirmation me fait penser aux nombres de la forme $M_n = 2^n - 1$ sont des nombres de Mersenne (Marin Mersenne, moine et mathématicien français (1588-1648)). Quand un nombre de Mersenne est premier alors n est premier (la réciproque est fausse, $M_{11} = 2^{11} - 1 = 2\,047 = 23 \times 89$.
Celui de l'exercice est premier, il s'agit de M_5. On connaît à ce jour 51 nombre de Mersenne premier. Le plus grand est $M_{82\,589\,933}$.

4. La somme des fréquences d'apparition doit être égale à 1.

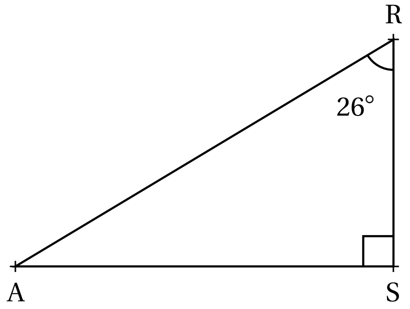
On a : $\dfrac{3}{15}+\dfrac{4}{15}+\dfrac{5}{15}+\dfrac{2}{15}+\dfrac{1}{15}=\dfrac{15}{15}=1$.

Ainsi la fréquence d'apparition du 6 vaut 0.

$\boxed{\textbf{Affirmation n° 4 : } \text{Vraie}}$

5.

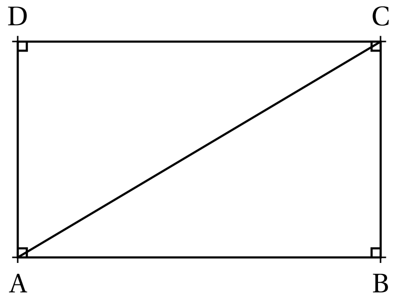
Dans le triangle ARS rectangle en S.
[AS] est le côté opposé à l'angle $\widehat{\text{ARS}}$ et [RS] est le côté adjacent de cet angle.
Nous allons donc utiliser la tangente de l'angle à 26°.



$\tan 26° = \dfrac{80\,\text{cm}}{\text{RS}}$ donc $\text{RS} = \dfrac{80\,\text{cm}}{\tan 26°} \approx 164\,\text{cm}$

$\boxed{\textbf{Affirmation n° 5 : } \text{Vraie}}$

6.



On sait que dans un rectangle les diagonales ont la même longueur.
Calculons la mesure de la diagonale [AC] dans le triangle ABC rectangle en B.
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$\text{BA}^2+\text{BC}^2=\text{AC}^2$$
$$160^2+95^2=\text{AC}^2$$
$$25\,600+9\,025=\text{AC}^2$$
$$\text{AC}^2=34\,625$$
$$\text{AC}=\sqrt{34\,625}$$
$$\text{AC}\approx 186,08$$

Or $186^2 = 34\,596$ donc $\text{AC} \neq 186$.

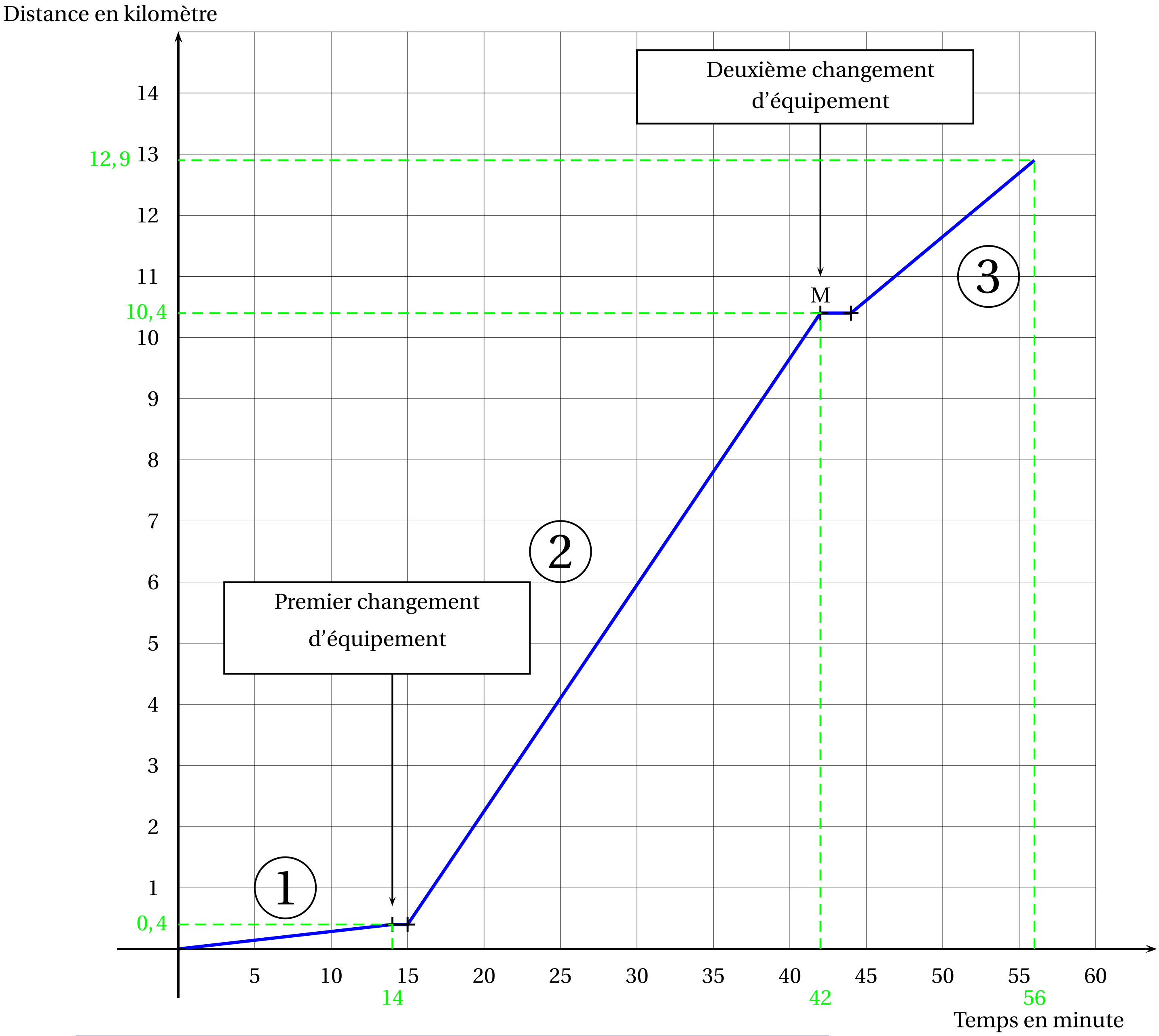
$\boxed{\textbf{Afirmation n° 6 : } \text{Fausse}}$

Attention à ne pas se laisser abuser par la valeur approchée de $\sqrt{34625}$!

Exercice n° 2 — Le triathlon *21 points*

Lecture graphique — Vitesse

*Un exercice classique de lecture graphique. La question **4.** est délicate : entre interprétation graphique et calculs !*



1. $\boxed{\text{D'après le graphique, le premier changement a eu lieu après environ 14 min}}$

2. On sait que l'épreuve de natation se fait sur une distance de 400 m = 0,4 km.
Le point M a pour ordonnée 10,4 ce qui signifie que l'épreuve de course à pied débute après 10,4 km de course.

$\boxed{\text{La distance de l'épreuve de cyclisme vaut 10,4 km} - \text{0,4 km} = \text{10 km}}$

3. On sait que l'épreuve de course à pied débute après 42 min puisque le point M a pour abscisse 42. En tenant compte du changement d'équipement, on peut considérer que le début de la course à pied a lieu après 44 min.
D'après le graphique cette épreuve se termine après 56 min.

$\boxed{\text{Elle a parcouru la dernière épreuve en 56 min} - \text{44 min} = \text{12 min.}}$

4. *Cette question est difficile! Pour justifier le résultat on peut utiliser un résultat sur le coefficient directeur des fonctions affines (mais ce n'est pas au programme) ou par le calcul... Dans ce cas il faut calculer trois vitesses!*

En observant les segments qui correspondent à la progression sur chaque étape, on constate que la pente est la plus faible pour la natation. Il s'agit certainement de l'épreuve pour laquelle la vitesse est la plus faible. Vérifions ce résultat :

Vitesse pour l'épreuve de natation :

Elle a parcouru 400 m en 14 min soit $\dfrac{400\,\text{m}}{14\,\text{min}} \approx 28{,}6\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de cyclisme :

Elle a parcouru $10\,\text{km} = 10\,000\,\text{m}$ en $42\,\text{min} - 15\,\text{min} = 27\,\text{min}$ soit $\dfrac{10\,000\,\text{m}}{27\,\text{min}} \approx 370{,}4\,\text{m/min}$

Vitesse pour l'épreuve de course à pied :

Elle a parcouru $2{,}5\,\text{km} = 2\,500\,\text{m}$ en 12 min soit $\dfrac{2\,500\,\text{m}}{12\,\text{min}} \approx 208{,}3\,\text{m/min}$

Elle a été le moins rapide sur l'épreuve de natation.

4. Elle a parcouru l'ensemble du triathlon soit 12,9 km en 56 min.
Pour calculer la vitesse moyenne on considère que la distance et le temps sont proportionnels.

Distance	12,9 km	$\dfrac{60\,\text{min} \times 12{,}9\,\text{km}}{56\,\text{min}} \approx 13{,}82\,\text{km}$
Temps	56 min	$1\,\text{h} = 60\,\text{min}$

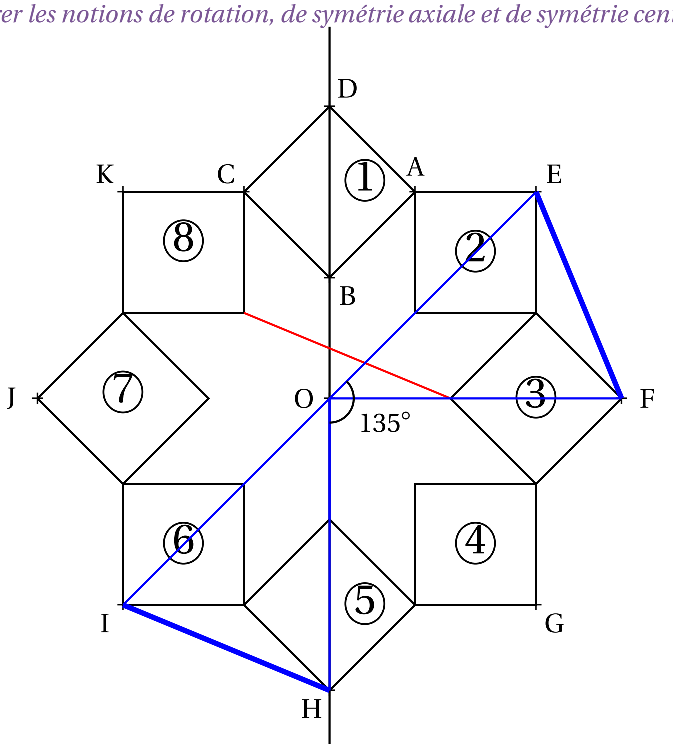
Cela représente une vitesse d'environ 13,82 km/h.

La vitesse moyenne de l'athlète n'est donc pas supérieure à 14 km/h !

EXERCICE n° 3 — Étoile et transformations géométriques — *16 points*

Rotation — Symétrie axiale — Symétrie centrale

Un exercice intéressant pour illustrer les notions de rotation, de symétrie axiale et de symétrie centrale.



1. Le carré 2 et le carré 8

ou Le carré 3 et le carré 7

ou Le carré 4 et le carré 6

2. Non

On constate que l'orientation des carrés n'est pas la même. On remarque aussi que les points des deux carrés ne sont pas alignés avec le centre O. (Voir segment rouge).

3. Le carré 8 devient le carré 1

4. On constate que le point E devient H et que le point F devient I (voir segment bleu).

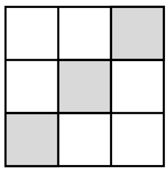
Le segment [EF] a pour image le segment [IH]

Exercice n° 4 — Le carré programmable — *16 points*

Algorithmique

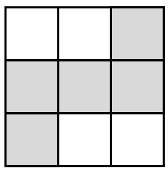
Un exercice original qui traite d'algorithmique : sans Scratch pour une fois !!

1. Avec l'instruction A B on obtient le motif suivant :

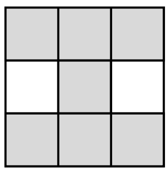


2.

Avec l'instruction A B C on obtient le motif suivant :

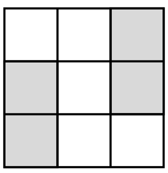


Avec l'instruction C E on obtient le motif suivant :

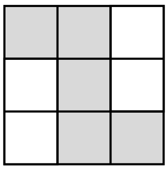


Déterminons le motif obtenu avec le code B C E C.

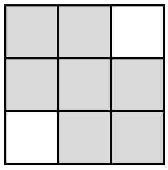
Avec B C on obtient :



Puis E :

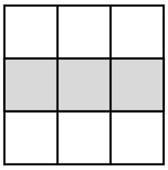


Enfin l'instruction B C E C on obtient le motif suivant :

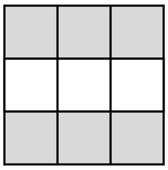


Déterminons le motif obtenu avec le code C A E A.

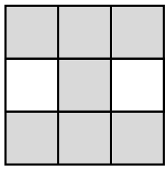
Avec C A on obtient :



Puis E :

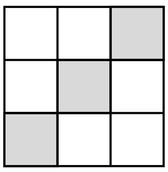


Enfin l'instruction C A E A on obtient le motif suivant :



$\boxed{\text{Les deux propositions sont les } \textbf{Proposition n° 2} \text{ et } \textbf{Proposition n° 4}}$

3. En effectuant l'instruction A B ou B A on obtient :



Puis il faut inverser les couleurs.

$\boxed{\text{L'instruction cherchée est A B E ou B A E}}$

EXERCICE n° 5 — La rénovation de la salle de bain *21 points*

Aire du rectangle — Tâche complexe — Pourcentage

Une tâche complexe assez classique.

1. Nous allons calculer l'aire des faces latérales de la pièce puis retirer l'aire de la porte et de la fenêtre.

Aire de la face avant : $3{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 8{,}75\,\text{m}^2$

Aire de la face latérale gauche : $2{,}50\,\text{m} \times 2{,}50\,\text{m} = 6{,}25\,\text{m}^2$

Somme des faces latérales : $2 \times 8{,}75\,\text{m}^2 + 2 \times 6{,}25\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2 + 12{,}5\,\text{m}^2 = 30\,\text{m}^2$

Aire de la porte : $0{,}80\,\text{m} \times 2{,}10\,\text{m} = 1{,}68\,\text{m}^2$

Aire de la fenêtre : $1{,}20\,\text{m} \times 1{,}60\,\text{m} = 1{,}92\,\text{m}^2$

$\boxed{\text{La surface a recouvrir mesure } 30\,\text{m}^2 - 1{,}68\,\text{m}^2 - 1{,}92\,\text{m}^2 = 26{,}4\,\text{m}^2}$

2. On sait qu'un rouleau coûte 16,95€ et que un rouleau recouvre une surface de $5{,}3\,\text{m}^2$.

$\dfrac{16{,}95\text{€}}{5,3} \approx 3{,}20\text{€}$

$\boxed{\text{Un mètre carré de papier peint coûte environ } 3{,}20\text{€.}}$

3. La surface totale à recouvrir mesure $26{,}4\,\text{m}^2$ et un rouleau recouvre $5{,}3\,\text{m}^2$.

$\dfrac{26{,}4\,\text{m}^2}{5{,}3\,\text{m}^2} \approx 4,98$

Il faut donc 5 rouleaux. En suivant les conseils du vendeur, nous en prendrons 6.

Pour 4 rouleaux il faut un pot de colle, nous allons donc en prendre deux.

Le prix à payer est donc : $6 \times 16{,}95\text{€} + 2 \times 5{,}70\text{€} = 101{,}70\text{€} + 11{,}40\text{€} = 113{,}10\text{€}$.

$\boxed{\text{En suivant les conseils du vendeur, le prix de la rénovation coûtera } 113{,}10\text{€.}}$

4. On peut utiliser le coefficient de réduction : $1 - \dfrac{8}{100} = \dfrac{92}{100}$.

Ainsi $\dfrac{92}{100} \times 113{,}10\text{€} \approx 104{,}05\text{€}$

On pouvait aussi calculer la réduction puis la déduire.

$\boxed{\text{Après la réduction le prix payé sera environ } 104{,}05\text{€}}$