Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Asie Pacifique

20 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 — 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 6 pages numérotées de la page 1 sur 6 à la page 6 sur 6.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

Exercice n° 1	20 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	20 points
Exercice n° 4	25 points
Exercice n° 5	15 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

EXERCICE n° 1 — Trois situations *20 points*

Cet exercice est composé de trois situations qui n'ont pas de lien entre elles.

Situation n° 1

On considère le programme de calcul ci-contre :

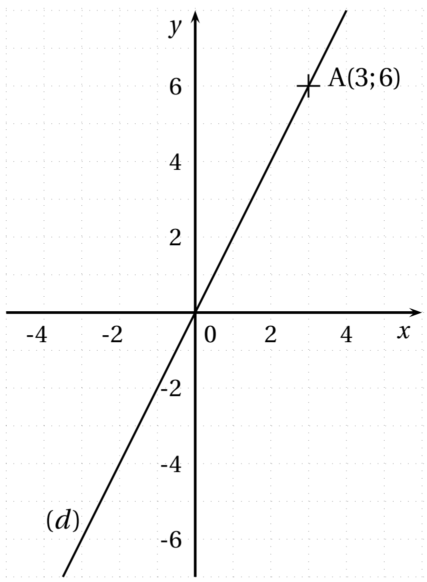
Nombre de départ
↓
Soustraire 7
Multiplier par 5
Soustraire le double du nombre de départ
↓
Résultat

1. Montrer que si le nombre de départ est 10, le résultat obtenu est -5.

2. On note x le nombre de départ auquel on applique ce programme de calcul. Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au programme de calcul ?
Aucune justification n'est attendue pour cette question.

Expression A : $x - 7 \times 5 - 2x$	**Expression C :** $5(x-7) - 2x$
Expression B : $5(x-7) - x^2$	**Expression D :** $5x - 7 - 2x$

Situation n° 2



Dans le repère ci-contre, la droite (d) représente une fonction linéaire f.

Le point A appartient à la droite (d).

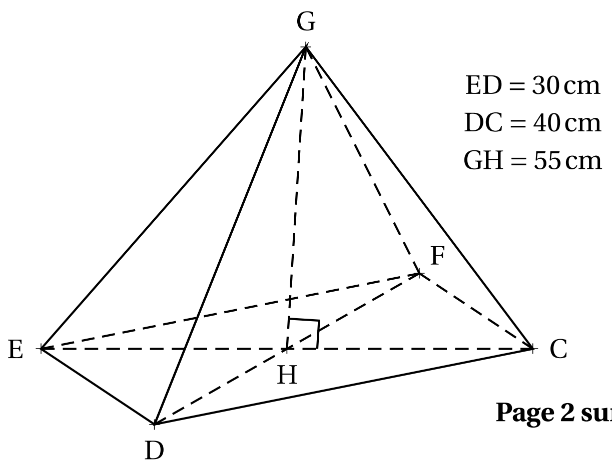
1. À l'aide du graphique, déterminer l'image de -2 par la fonction f.

2. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

Situation n° 3

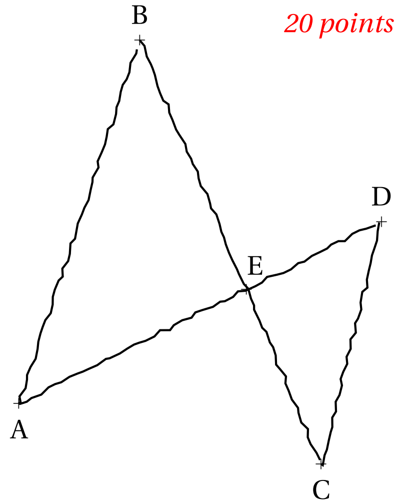
Le dessin ci-contre représente une pyramide de sommet G dont la base CDEF est un rectangle.

Le volume de la pyramide est-il supérieur à 20 L ?



Exercice n° 2 — Une figure à main levée

20 points



La figure ci-contre est réalisée à main levée.

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) (BC) sont sécantes en E.
On sait que :

— ED = 3,6 cm, CD = 6 cm

— EB = 7,2 cm, AB = 9 cm

1. Démontrer que le segment [EC] mesure 4,8 cm.

2. Le triangle ECD est-il rectangle ?

3. Parmi les transformations ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle ABE à partir du triangle ECD ?
Recopier la réponse sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

Symétrie axiale	Homothétie	Rotation	Symétrie centrale	Translation

4. On sait que la longueur BE est 1,5 fois plus grande que la longueur EC.
L'affirmation suivante est-elle vraie.
On rappelle que la réponse doit être justifiée.

Affirmation : « L'aire du triangle ABE est 1,5 fois plus grande que l'aire du triangle ECD. »

EXERCICE n° 3 — Les jeux paralympiques de 2021 *20 points*

Lors des jeux paralymiques de 2021, les médias ont proposé un classement des pays en fonction de la répartition des médailles obtenues. Voici le classement pour les 15 premiers pays :

	A	B	C	D	E	F
1	Nations	Classement	Or	Argent	Bronze	Total
2	Chine	1	96	60	51	207
3	Grande-Bretagne	2	41	38	45	124
4	États-Unis	3	37	36	31	104
5	Comité paralympique Russe	4	36	33	49	118
6	Pays-Bas	5	25	17	17	59
7	Ukraine	6	24	47	27	98
8	Brésil	7	22	20	30	72
9	Australie	8	21	29	30	80
10	Italie	9	14	29		69
11	Azerbaïdjan	10	14	1	4	19
12	Japon	11	13	15	23	51
13	Allemagne	12	13	12	18	43
14	Iran	13	12	11	1	24
15	France	14	11	15	28	54
16	Espagne	15	9	15	12	36

Source : paralympic.org

1. Combien de médailles d'argent l'Australie a-t-elle obtenues ?

2. Calculer le nombre de médailles de bronze obtenues par l'Italie ?

3. Quelle formule a pu être saisie en **F2** avant d'être étirée vers le bas ?

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

Affirmation n° 1 : « 20 % *des médailles obtenues par l'équipe de France sont en or.* »

Affirmation n° 2 : « *La médiane du nombre de médailles d'argent obtenues par ces* 15 *pays est* 29. »

5. Aux jeux paralympiques de Rio en 2016, la prime pour une médaille d'or française était de 50 000 € . Pour ceux de Tokyo en 2021, cette prime était de 65 000 € .
Quel est le pourcentage d'augmentation de cette prime entre 2016 et 2021 ?

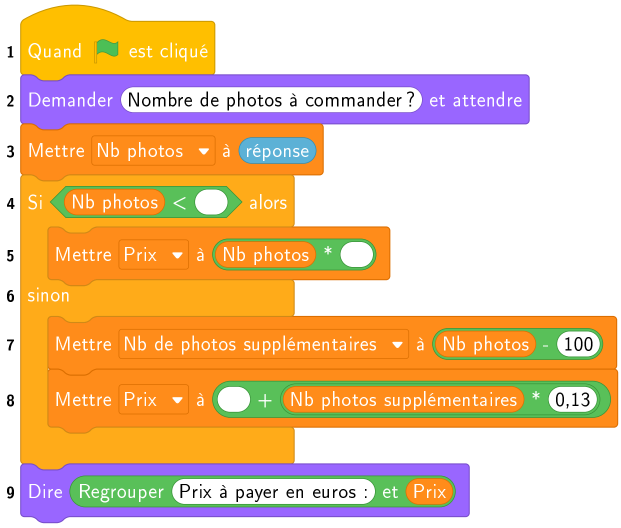
Exercice nº 4 — La boutique en ligne *25 points*

1. Une boutique en ligne vend des photos et affiche les tarifs suivants :

Nombre de photos commandées	Prix à payer
De 1 à 100 photos	0,17 € par photo
Plus de 100 photos	17 €pour l'ensemble des 100 premières photos et 0,13 € par photo supplémentaire.

1.a. Quel est le prix à payer pour 35 photos ?
1.b. Vérifier que le prix à payer pour 150 photos est de 23,50 € .
1.c. On dispose d'un budget de 10 € . Combien de photos peut-on commander au maximum.

On a commencé à construire un programme qui doit permettre de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées :



Informations

Le programme comporte trois variables :

— Nb photos
Nombre de photos commandées ;

— Nb de photos supplémentaires
Nombre de photos commandées au-delà des 100 premières photos ;

— Prix

2. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*
Par quelles valeurs peut-on compléter les instructions des lignes 4, 5 et 8 pour que le programme permette de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées ?
Sur la copie, écrire le numéro de chaque ligne à compléter et la valeur correspondante.

3. Pendant les soldes, il y a une réduction de 30 % sur le prix à payer, pour toute commande supérieure à 20 € .

3.a. Calculer le prix à payer pour 150 photos en période de solde.

3.b. *Dans cette question, aucune justification n'est attendue.*
On modifie le programme pour qu'il donne le prix à payer en période de soldes en insérant le bloc ci-contre entre les lignes 8 et 9.

Dans la liste suivante, indiquer une proposition qui convient pour compléter les cases vides :

Proposition nº 1 : Prix - 30

Proposition nº 2 : Prix - Prix * 0.3

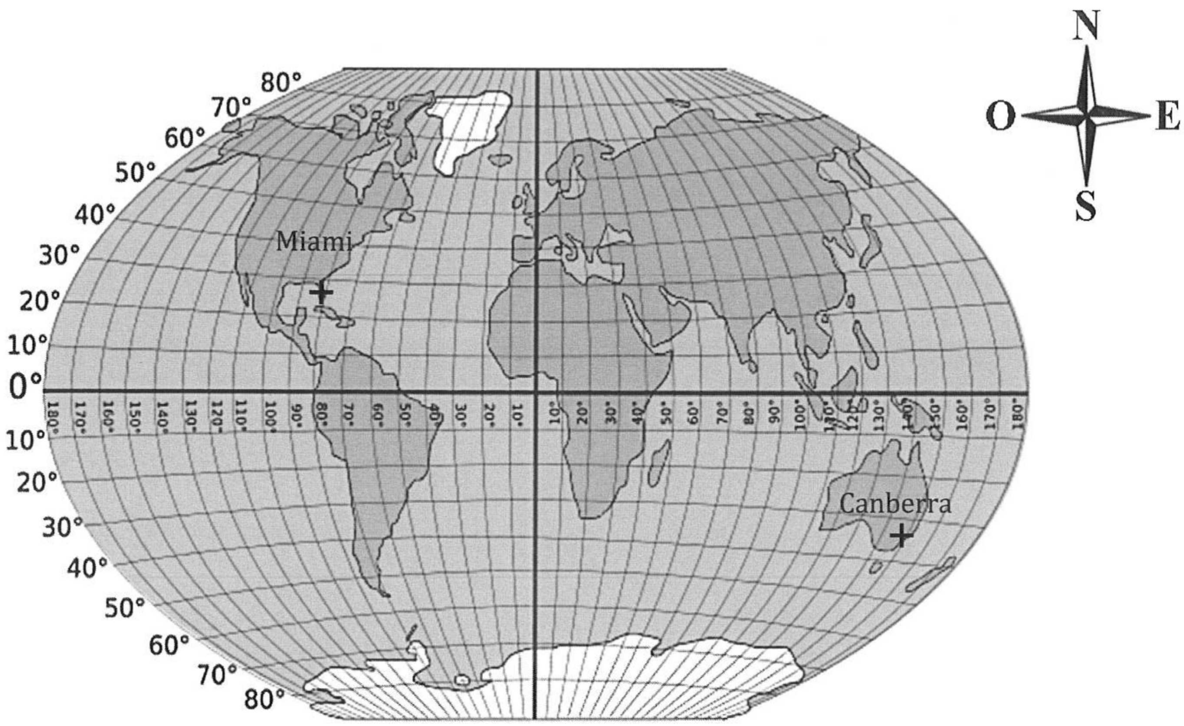
Proposition nº 3 : Prix * 30 / 100

Proposition nº 4 : Prix * 0.7

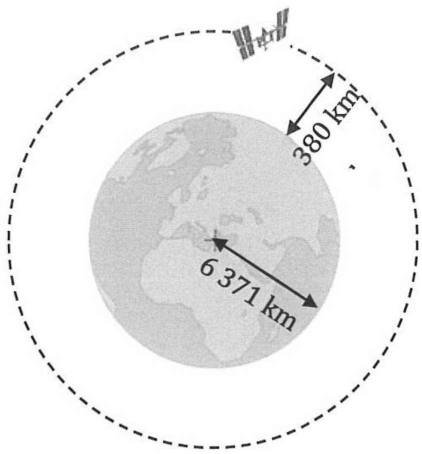
EXERCICE nº 5 — L'International Space Station *15 points*

L'ISS (International Space Station) est une station spatiale internationale placée en orbite autour de la Terre.

1. Dans la journée du 21 juin 2021, l'ISS est passée à la verticale de Canberra (Australie) puis à la verticale de Miami (États-Unis). À l'aide du planisphère ci-dessous, donner les coordonnées géographiques des deux villes avec la précision permise par le graphique.



On représente la Terre, l'ISS et son orbite (trajectoire de l'ISS) à l'aide du schéma ci-dessous :



On considère que :

— la Terre est assimilée à une sphère de rayon 6 371 km;

— l'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que celui de la Terre;

— l'ISS tourne autour de la Terre a une altitude de 380 km.

2. Montrer que l'ISS parcourt environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.

3. On estime que l'ISS tourne autour de la Terre à la vitesse moyenne de 27 600 km/h.
3.a. Montrer qu'il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.
3.b. Le 19 juin 2020, de 14 h 30 min à 21 h 45 min (heure de Paris), le spationaute français Thomas Pesquet a effectué une sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.
Durant cette sortie, combien de fois Thomas Pesquet a-t-il fait le tour complet de la Terre ?

BREVET — 2022 — ASIE PACIFIQUE — SÉRIE GÉNÉRALE
CORRECTION

Un sujet très complet qui aborde la plupart des thèmes au programme du brevet. J'aime bien le dernier exercice sur Thomas Pesquet. Le Scratch concerne un programme de calcul sur un tarif. À nouveau une petite homothétie de rapport négatif!

EXERCICE nº 1 — Trois situations *20 points*

Programme de calcul — Calcul littéral — Fonctions — Fonctions linéaires — Volume de la pyramide

Trois situations très classiques

Situation nº 1

1. En partant du nombre 10 au départ on obtient successivement :
10 puis $10-7=3$, $3\times 5=15$ et enfin $15-2\times 10=15-20=-5$.

$\boxed{\text{En partant du nombre 10 au départ on obtient bien } -5 \text{ comme résultat final.}}$

2. Même si aucune justification n'est demandée, tentons d'expliquer un peu notre réponse!

On part du nombre x. On obtient ensuite $x-7$, ensuite on multiplie par 5 soit $5(x-7$ et enfin $5(x-7)-2x$.

$\boxed{\text{L'expression qui correspond au résultat du programme de calcul est l'}\textbf{Expression C} : 5(x-7)-2x.}$

Situation nº 2

1. On constate que sur la droite (d) le point d'abscisse -2 a pour ordonnée -4.

$\boxed{\text{Graphiquement, on lit que l'image de } -2 \text{ par } f \text{ vaut } -4 \text{ soit } f(-2)=-4.}$

2. On sait que la fonction est linéaire, d'ailleurs sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine, ainsi $f(x)=ax$. On cherche la valeur du coefficient a.

On peut utiliser les coordonnées du point A$(3;6$ qui appartient à la droite (d).
Ainsi $f(3)=6$.
Comme $f(3)=3a$ on a $3a=6$ et $a=\dfrac{6}{3}=2$.

D'ailleurs à la question **1.** on a bien constaté que l'image -4 valait le double de -2.

$\boxed{\text{La fonction linéaire cherchée est la fonction } f(x)=2x.}$

Situation nº 3

On sait que le volume de la pyramide est donné par la formule :

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

La base est un rectangle qui mesure 40 cm de long sur 30 cm de large. Son aire mesure $40\,\text{cm}\times 30\,\text{cm} = 1\,200\,\text{cm}^2$.

$$\text{Ainsi Volume de la pyramide} = \frac{1\,200\,\text{cm}^2\times 55\,\text{cm}}{3} = \frac{66\,000\,\text{cm}^3}{3} = 22\,000\,\text{cm}^3$$

On sait que $1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{L} = 1\,000\,\text{cm}^3$. Ainsi Volume de la pyramide = 22 L.

Le volume de la pyramide est supérieur à 20 L.

Exercice n° 2 — Une figure à main levée *20 points*

Théorème de Thalès — Réciproque du théorème de Pythagore — Homothétie — Agrandissement

Un exercice classique au départ avec Thalès et Pythagore. On passe par une homothétie de rapport négatif, même si on ne demande ni le centre ni le rapport. On termine avec un agrandissement et son lien avec les aires. Les homothéties de rapport négatif sont à la mode en 2022 (voir Amérique du Nord)

1. Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E, les droites (AB) et (CD) sont parallèles,
D'après **le théorème de Thalès** on a :

$$\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC}$$

$$\frac{EA}{ED} = \frac{7{,}2\,\text{cm}}{EC} = \frac{9\,\text{cm}}{6\,\text{cm}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$EC = \dfrac{7{,}2\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}}{9\,\text{cm}}$ d'où $EC = \dfrac{43{,}2\,\text{cm}^2}{9\,\text{cm}}$ et $EC = 4{,}8\,\text{cm}$

Finalement on a bien EC = 4,8 cm

2. Comparons $ED^2 + EC^2$ et DC^2 :

$ED^2 + EC^2$	DC^2
$3,6^2 + 4,8^2$	6^2
$12,96 + 23,04$	
36	36

Comme

$$ED^2 + EC^2 = DC^2$$

, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore** le triangle EDC est rectangle en E .

3. On constate que les triangles ECD et EAB ne sont pas égaux, ils sont semblables. On pourrait le justifier en avançant le parallélisme des droites (AB) et (CD) et l'angle opposé par le sommet en E.
Finalement, le triangle EAB est un agrandissement du triangle ECD.

La transformation qui permet de passer de ECD à EAB est une homothétie.

Il n'était pas demandé de justifier cette réponse. De plus signalons que l'homothétie dont on parle ici est une homothétie de rapport négatif. La figure est en effet dans la configuration « papillon ». Plus précisément, il s'agit d'une homothétie de centre E *et de rapport* $-\dfrac{9\,\text{cm}}{6\,\text{cm}} = -1,5$.

4. Le triangle EAB est un agrandissement du triangle ECD. Les longueurs de EAB sont 1,5 fois plus grandes que celles du triangle ECD.
On sait que **Si les longueurs d'une figure sont multipliées par un nombre positif k alors les aires sont multipliées par k^2 et les volumes par k^3.**

L'aire du triangle EAB est donc $1,5^2 = 2,25$ fois plus grande que celle du triangle ECD.

L'affirmation est fausse.

Exercice n° 3 — Les jeux paralympiques de 2021 *20 points*

Tableur — Pourcentage — Médiane — Augmentation en pourcentage

Un exercice assez facile qui utilise le tableur.

1. L'Australie a remporté 29 médailles d'argent.

2. L'Italie a gagné 69 médailles en tout dont 14 en or et 29 en argent.
Comme $69 - 29 - 14 = 26$, l'Italie a remporté 26 médailles de bronzes.

3. Il faut faire la somme des colonnes précédentes. La formule **=C2+D2+E2** a été saisie en **F2** puis étirée vers le bas.

4. Affirmation n° 1 :
La France a remporté 54 médailles dont 11 en or.
La fréquence de médailles d'or gagné est égale à $\dfrac{11}{54} \approx 0,203$ soit environ 20 %. ($0,203 = \dfrac{20,3}{100}$.)

L'**Affirmation n° 1** est vraie.

Affirmation n° 2 :
La série statistique constituées des nombres de médailles d'argent est constituée de 15 valeurs. La médiane de cette série est donc la huitième valeur classé dans l'ordre croissant. En effet $15 = 7 + 1 + 7$.

Classons le nombre de médailles d'argent dans l'ordre croissant :

1 — 11 — 12 — 15 — 15 — 15 — 17 — 20 — 29 — 29 — 33 — 36 — 38 — 47 — 60

La médiane de cette série statistique est 17. L'**Affirmation n° 2** est fausse.

5. On peut raisonner à partir de l'augmentation :
Entre 2016 et 2021, la prime a augmenté de $65\,000$ € $-50\,000$ € $= 15\,000$ €.
Or $\dfrac{15\,000}{50\,000} = 0,3$ soit 30 % puisque $0,3 = 0,30 = \dfrac{30}{100}$.

On peut aussi déterminer le coefficient k d'augmentation :
On cherche le nombre k tel que $50\,000 \times k = 65\,000$. Ainsi $k = \dfrac{65\,000}{50\,000} = 1,3$.
Comme $1,3 = 1 + 0,30 = 1 + \dfrac{30}{100}$.

Le pourcentage d'augmentation de la prime entre 2016 et 2021 est de 30 %.

Exercice n° 4 — La boutique en ligne *25 points*

Scratch — Programme de calcul — Pourcentages

Un Scratch qui mélange programme de calcul et pourcentages. Un exercice assez complet, très utile en période de révision.

1.a. Pour 35 photos on applique le tarif pour 1 à 100 photos.
$\boxed{\text{Le prix pour 35 photos est } 35 \times 0,17 \text{ €} = 5,95 \text{ €}.}$

1.b. Pour 150 photos on applique le tarif pour plus de 100 photos.
Dans ce cas, on paye 17 € pour les 100 premières photos et 0,13 € pour chacunes des 50 photos supplémentaires.

$\boxed{\text{Le prix pour 150 photos est } 17 \text{ €} + 50 \times 0,13 \text{ €} = 17 \text{ €} + 6,50 \text{ €} = 23,50 \text{ €}.}$

1.c. Pour 10 €, on va commander moins de 100 photos puisque 10 € < 17 €.
Ainsi le prix d'une photo est de 0,17 €.

Il faut donc déterminer le nombre x tel que :

$$\begin{aligned} 0,17x &= 10 \\ x &= \frac{10}{0,17} \\ x &\approx 58,82 \end{aligned}$$

On peut donc commander au maximum 58 photos.
Vérifions : $58 \times 0,17$ € = 9,86 € et $59 \times 0,17$ € = 10,03 €.

$\boxed{\text{Avec 10 € on peut commander au maximum 58 photos.}}$

On aurait pu résoudre l'inéquation $0,17x < 10$. *Cependant cette notion ne fait plus partie des attendus du collège!*

2.

- **Ligne 4 :** $\boxed{100}$: la limite entre les deux tarifs;
- **Ligne 5 :** $\boxed{0,17}$: le prix pour un nombre de photos inférieur à 100;
- **Ligne 8 :** $\boxed{17}$: le prix des 100 premières photos.

3.a. On a vu à la question **1.b.** que le prix pour 150 photos était 23,50 €.
Il faut appliquer une réduction de 30 % sur ce prix.

On peut calculer 30 % de ce prix, soit $\frac{30}{100} \times 23,50$ € $= 0,30 \times 23,50$ € $= 7,05$ €.
On va alors payer 23,50 € − 7,05 € = 16,45 €.

On peut aussi utiliser le coefficient de réduction.
Enlever 30 % à une grandeur revient à la multiplier par $1 - \frac{30}{100} = 1 - 0,30 = 0,70$.
Or $0,70 \times 23,50$ € = 16,45 €.

$\boxed{\text{Pour 150 photos en période de soldes on va payer 16,45 €.}}$

3.b. Les **Propositions 1 et 3** ne donnent pas le nouveau prix.
En revanche les **Propositions 2 et 4** conviennent.
En effet, nous avons vu à la question précédente que pour calculer le prix soldé on pouvait effectuer au choix :

- Prix $\times 0,7$;
- Prix $- 0,3 \times$ Prix.

Les **Propositions 2 et 4** peuvent compléter la case vide !

Exercice n° 5 — L'International Space Station *15 points*

Coordonnées géographiques — Périmètre du cercle — Vitesse

Un exercice très agréable sur l'ISS et Thomas Pesquet. Excellent pour préparer le brevet !

1. On lit directement sur le planisphère.

Canberra se trouve dans l'hémisphère Sud, à l'Est du méridien de Greenwich.
Les coordonnées de Canberra sont : **Latitude :** 34° **Sud — Longitude :** 149° **Est**

Miami se trouve dans l'hémisphère Nord, à l'Ouest du méridien de Greenwich.
Les coordonnées de Miami sont : **Latitude :** 27° **Nord — Longitude :** 80° **Ouest**

Par curiosité, en consultant un site dédié sur Internet, on trouve : Canberra — Latitude : $35°\ 18'$ *Sud — Longitude :* $149°\ 07'$ *Est et Miami — Latitude :* $25°\ 17'$ *Nord — Longitude :* $80°\ 13'$ *Ouest.*

2. Comme l'orbite de l'ISS est un cercle ayant le même centre que la Terre, son rayon vaut $380\,\text{km} + 6\,371\,\text{km} = 6\,751\,\text{km}$.
On sait que **le périmètre d'un cercle de rayon** r **vaut** $2\pi r$ **où** $\pi \approx 3,14$**.**

Périmètre de l'orbite $= 2\pi \times 6\,751\,\text{km} \approx 42\,396\,\text{km}$

On peut affirmer que la longueur de cette orbite mesure environ 42 400 km.

3.a. On se demande combien de temps il faut pour parcourir 42 400 km à la vitesse moyenne de 27 600 km/h.
On sait que la distance et le temps sont proportionnels :

Distance	27 600 km	42 400 km
Temps	1 h = 60 min	$\dfrac{60\,\text{min} \times 42\,400\,\text{km}}{27\,600\,\text{km}} \approx 92\,\text{min}$

Or comme $92 = 1 \times 60 + 32$, il faut bien environ 1 h 32 min à l'ISS pour faire un tour complet de la Terre.

3.b. Entre 14 h 30 min et 21 h 45 min, il s'est écoulé $7\,\text{h}\ 15\,\text{min} = 7 \times 60\,\text{min} + 15\,\text{min} = 435\,\text{min}$.
L'ISS fait un tour complet environ toutes les 92 min.

Comme $\dfrac{435\,\text{min}}{92\,\text{min}} \approx 4,7$, Thomas Pesquet a fait quatre tours complets de la Terre pendant sa sortie extravehiculaire.