Diplôme national du brevet
Session 2022

Mathématiques

Série générale

Centres étrangers

14 juin 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 | 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.
Il comporte 5 pages numérotées de la page 1 sur 5 à la page 5 sur 5.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé
L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé

Exercice n° 1	19 points
Exercice n° 2	20 points
Exercice n° 3	21 points
Exercice n° 4	15 points
Exercice n° 5	25 points

Indications portant sur l'ensemble du sujet.

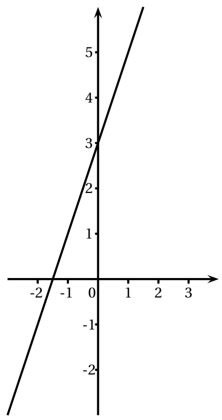
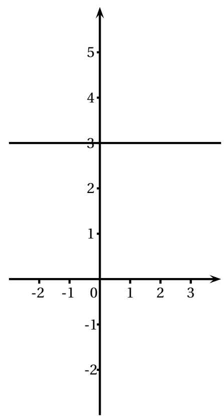
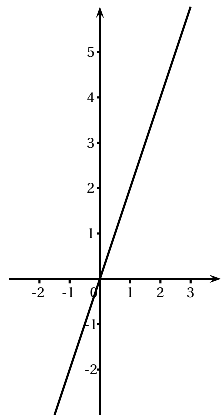
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice n° 1 — QCM et exercices rapides *19 points*

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer, **sans justifier dans cette partie seulement**, la réponse choisie.
Dans toute cette partie, on considère la fonction définie par : $f(x) = 2x + 3$

<table>
<tr><th></th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1. La représentation graphique de cette fonction est :</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>2. L'image de -2 par la fonction f est :</td><td>-7</td><td>-1</td><td>3</td></tr>
<tr><td><table><tr><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr><tr><td>1</td><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>f(x)</td><td></td><td></td></tr></table>
3. Dans cette feuille de calcul extraite d'un tableur, la formule à saisir dans la cellule B2 avant de l'étirer vers la droite est :</td><td>=2*A1+3</td><td>=2*B1+3</td><td>=2*(-2)+3</td></tr>
</table>

Partie B

1. Montrer que : $(2x - 1)(3x + 4) - 2x = 6x^2 + 3x - 4$

2. On considère le triangle CDE tel que CD = 3,6 cm ; CE = 4,2 cm et DE = 5,5 cm.
Le triangle CDE est-il rectangle ?

EXERCICE n° 2 — La Paris-Nice *20 points*

La Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Étape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'École → Saint-Cyr-l'École	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Moncient → Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône → Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne → Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles → Blot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montagneux	Le Broc → Valdeblore La Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	le Plan-du-Var → Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourue par étapes.
1.a. Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de kilomètre.
1.b. Calculer la médiane des distances parcourues par étape.
1.c. Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.

2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. »A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.

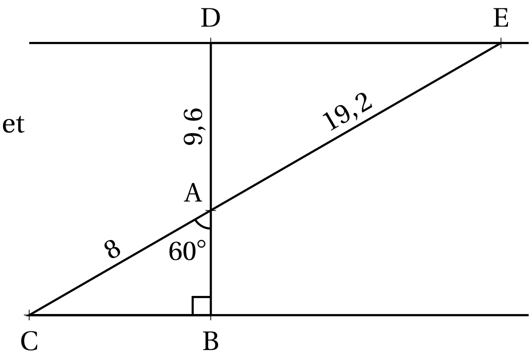
3. L'allemand Maximillian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.
Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.
Combien de retard le dernier du classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?

4. L'irlandais Sam BENNET a remporté la première étape en 3 h 51 min.
Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

Exercice n° 3 — Thalès et trigonométrie *21 points*

On considère la figure suivante, où toutes les longueurs sont données en centimètre. Les points C, A et E sont alignés et les points B, A et D sont alignés.

La figure n'est pas représentée en vraie grandeur.



1. Prouver que le segment [AB] mesure 4 cm.

2. En utilisant la question précédente, démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

3. En déduire que la droite (DB) est perpendiculaire à la droite (DE).

4. Calculer l'aire du triangle ADE arrondie à l'unité.

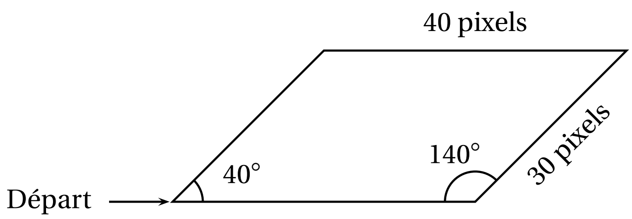
Exercice n° 4 — Un frise en Scratch avec des parallèlogrammes *15 points*

Dans cet exercice, toutes les longueurs sont exprimées en pixel.

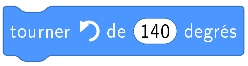
Partie A

Un professeur donne a ses élèves un motif en forme de parallélogramme et le script en partie rédigé, qui permet de tracer ce motif. On précise que le lutin est au point de départ, comme indiqué sur la figure ci-desous, et qu'il est orienté vers la droite :

Parallèlogramme obtenu



Recopier dans le bon ordre, sur votre copie, les instructions suivantes à insérer dans le script du motif permettant de tracer le parallèlogramme ci-dessus :

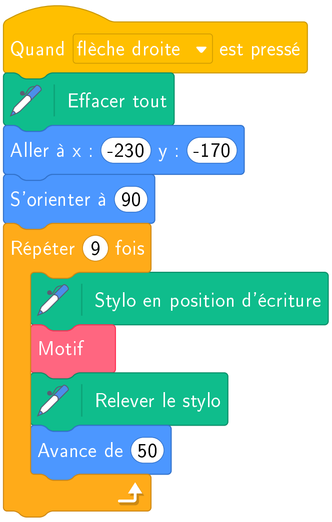


Partie B

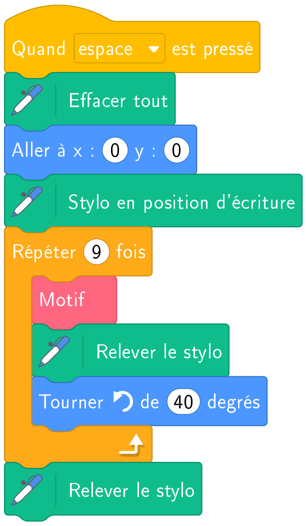
Le professeur demande ensuite à ses élèves d'intégrer ce script dans un programme de leur choix permettant de tracer des figures composées de plusieurs de ces motifs.

Voici les programmes écrits par deux élèves.

Programme de l'élève A



Programme de l'élève B



On rappelle que « s'orienter à 90 degrés »signifie que l'on est orienté vers la droite.

1. Quelle action au clavier permet de lancer le programme de l'élève B ?

2. Parmi les figures suivantes, indiquer **sans justifier** :

2.a. Laquelle est obtenue avec le programme de l'élève A ?
2.b. Laquelle est obtenue avec le programme de l'élève B ?

Figure 1

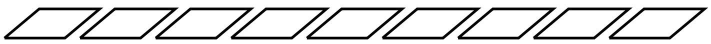


Figure 2

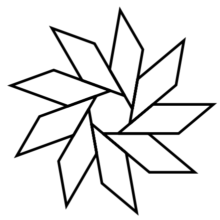


Figure 3

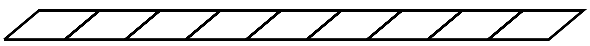
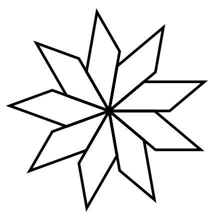


Figure 4



EXERCICE nº 5 — La boite de truffes au chocolat *25 points*

Pour fêter les 25 ans de sa boutique, un chocolatier souhaite offrir aux premiers clients de la journée une boîte contenant des truffes au chocolat.

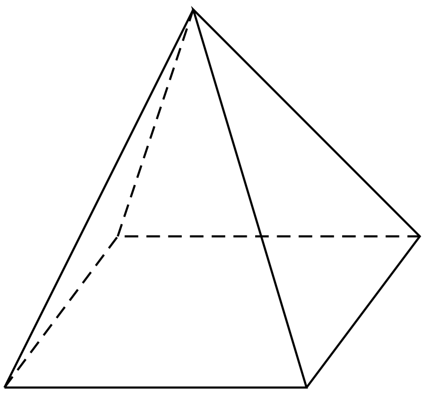
1. Il a confectionné 300 truffes : 125 truffes parfumées au café et 175 truffes enrobées de noix de coco.
Il souhaite fabriquer des boîtes de sorte que :

- Le nombre de truffes parfumées au café soit le même dans chaque boîte;
- Le nombre de truffes enrobées de noix de coco soit le même dans chaque boîte;
- Toutes les truffes soient utilisées.

1.a. Décomposer 125 et 175 en produit de facteurs premiers.
1.b. En déduire la liste des diviseurs communs à 125 et 175.
1.c. Quel nombre maximal de boîtes pourra-t-il réaliser?
1.d. Dans ce cas, combien y aura-t-il de truffes de chaque sorte dans chaque boîte?

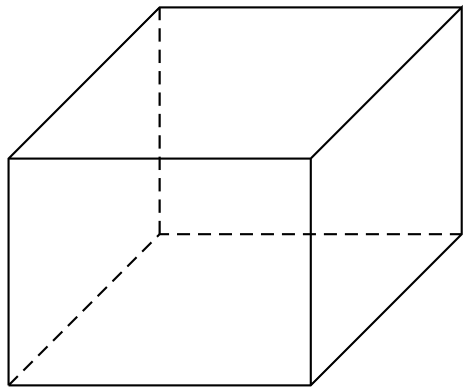
2. Le chocolatier souhaite fabriquer des boîtes contenant 12 truffes. Pour cela, il a le choix entre deux types de boîtes qui peuvent contenir les 12 truffes, et dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Type A



Pyramide à base carrée de côté 4,8 cm
et de hauteur 5 cm

Type B



Pavé droit de longueur 5 cm
de largeur 3,5 cm et de hauteur 3,5 cm

Dans cette question, chacune des 12 truffes est assimilée à une boule de diamètre 1,5 cm.
À l'intérieur d'une boîte, pour que les truffes ne s'abîment pas pendant le transport, le volume occupé par les truffes doit être supérieur au volume non occupé par les truffes.
Quel(s) type(s) de boîtes le chocolatier doit-il choisir pour que cette condition soit respectée?

Rappels :

Le volume d'une boule de rayon r est : $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

Le volume d'une pyramide est : $\frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$

Le volume d'un pavé droit est : Longueur × Largeur × Hauteur

Brevet — 2022 — Centres étrangers — Série générale

Correction

Un sujet complet d'un niveau tout à fait intéressant dans le cadre d'une préparation au brevet. De nombreux thèmes sont abordés. Il termine même par une tâche complexe mettant en jeu des volumes.

Exercice nº 1 — QCM et exercices rapides *19 points*

Fonctions affines — Généralités sur les fonctions — Tableur — Développement — Réciproque de Pythagore

Un QCM assez simple et original. Trois questions sans justification et deux exercices indépendants.

1. Les trois représentations graphiques sont celles de fonctions affines. La deuxième est une fonction constante égale à 3. La troisième est une fonction linéaire puisque c'est une droite qui passe par l'origine du repère.
Par élimination, la fonction $f(x) = 2x+3$ qui n'est ni linéaire, ni constante correspond à la première représentation graphique.

$\boxed{\textbf{1.} : \text{Réponse A}}$

2. $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$.

$\boxed{\textbf{2.} : \text{Réponse B}}$

3. La valeur du nombre de départ se trouve dans la cellule **B1** et non pas dans la cellule **A1**.

$\boxed{\textbf{3.} : \text{Réponse B}}$

Partie B

1. Développons :
$A = (2x-1)(3x+4) - 2x$
$A = 6x^2 + 8x - 3x - 4 - 2x$
$A = 6x^2 + 3x - 4$

$\boxed{\text{Finalement } (2x-1)(3x+4) - 2x = 6x^2 + 3x - 4.}$

2.
Comparons $CD^2 + CE^2$ et DE^2 :

$CD^2 + CE^2$	DE^2
$3{,}6^2 + 4{,}2^2$	$5{,}5^2$
$12{,}96 + 17{,}64$	
$30{,}6$	$30{,}25$

Comme

$$CD^2 + CE^2 \neq DE^2$$

d'après **le théorème de Pythagore** (contraposé) $\boxed{\text{le triangle CDE n'est pas rectangle}}$.

Exercice n° 2 — La Paris-Nice *20 points*

Statistiques

Un exercice de statistiques réaliste et assez facile. Une médiane sur une série d'effectif impair.

1.a. Distance moyenne $= \dfrac{166\,\text{km} + 188\,\text{km} + 187{,}5\,\text{km} + 200\,\text{km} + 202{,}5\,\text{km} + 119{,}5\,\text{km} + 93\,\text{km}}{7} = \dfrac{1\,156{,}5\,\text{km}}{7} \approx 165{,}2\,\text{km}$

La moyenne de cette série vaut environ 165,2 km.

1.b. Il faut classer les sept distances dans l'ordre croissant. La médiane est la quatrième valeur de cette série ($7 = 3 + 1 + 3$).
93 km — 119 km — 166 km — 187,5 km — 188 km — 200 km — 202,5 km

La médiane de cette série statistiques vaut 187,5 km.

1.c. La distance la plus courte vaut 93 km, la distance la plus longue 202,5 km.

L'étendue de cette série vaut 202,5 km − 93 km = 109,5 km.

2. Quatre étapes sur sept se sont déroulées sur un parcours accidenté.

$\dfrac{4}{7} \approx 0{,}57$ soit environ 57 % puisque $0{,}57 = \dfrac{57}{100}$.

Il a raison, environ 57 % des étapes a eu lieu sur un parcours accidenté.

3. Il faut calculer 30 h 12 min − 28 h 50 min.

L'écart entre le premier et le dernier est de 1 h 22 min.

4. Sam BENNET a parcouru 166 km en 3 h 51 min.

On peut utiliser la formule $v = \dfrac{d}{t}$:

Vitesse $= \dfrac{166\,\text{km}}{3\,\text{h}\ 51\,\text{min}} = \dfrac{166\,\text{km}}{180\,\text{min} + 51\,\text{min}} = \dfrac{166\,\text{km}}{331\,\text{min}} \approx 0{,}501\,\text{km/min}$

Comme 1 h = 60 min, 0,501 km × 60 = 30,06 km soit une vitesse d'environ 30 km/h

On peut aussi utiliser la proportionnalité de la distance et du temps :

Distance	166 km	$\dfrac{60\,\text{min} \times 166\,\text{km}}{331\,\text{min}} \approx 30{,}09$
Temps	3 h 51 min = 331 min	1 h = 60 min

Sa vitesse moyenne est d'environ 30 km/h.

Exercice n° 3 — Thalès et trigonométrie *21 points*

Trigonométrie — Réciproque du théorème de Thalès — Aire du triangle

Un exercice basique de géométrie qui demande une bonne maîtrise.

1. Dans le triangle ABC rectangle en B.
On connaît l'hypoténuse et on cherche le côté adjacent à l'angle à 60°.

$\cos 60° = \dfrac{AB}{8\,\text{cm}}$ donc $AB = 8\,\text{cm} \times \cos 60° = 4\,\text{cm}$

$\boxed{\text{Le côté [AB] mesure bien 4 cm.}}$

2. Comparons $\dfrac{AD}{AB}$ et $\dfrac{AE}{AC}$.

$\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{9{,}6\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} = 2{,}4$ et $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{19{,}2\,\text{cm}}{8\,\text{cm}} = 2{,}4$.

Comme $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$ et comme les points A, D et B sont alignés et dans le même ordre que les points alignés A, C et E, d'après **la réciproque du théorème de Thalès**, les droites (CB) et (DE) sont parallèles.

$\boxed{\text{Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.}}$

3. Les droites (BC) et (DE) sont parallèles. On sait que ABC est un triangle rectangle en B, les doites (BC) et (DB) sont perpendiculaires.
On sait que **Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.**

$\boxed{\text{Les droites (DB) et (DE) sont perpendiculaires.}}$

4. Pour calculer l'aire du triangle ADE on utilise la formule Aire du triangle $= \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$.
Ici il faut calculer $\dfrac{DE \times DA}{2}$. Il manque la longueur DE.

On peut utiliser le théorème de Pythagore :
Dans le triangle ADE rectangle en D,
D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$DE^2 + DA^2 = AE^2$$
$$DE^2 + 9{,}6^2 = 19{,}2^2$$
$$DE^2 + 92{,}16 = 368{,}04$$
$$DE^2 = 368{,}04 - 92{,}16$$
$$DE^2 = 276{,}48$$
$$DE = \sqrt{276{,}48}$$
$$DE \approx 16{,}63$$

On pouvait aussi utiliser la trigonométrie.
Les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DAE}$ sont **opposés par le sommet** : ils sont égaux.
Dans le triangle ADE rectangle en E.
On connait l'hypoténuse et on cherche le côté opposé.

$\sin 60° = \dfrac{\text{DE}}{19{,}2\,\text{cm}}$ et $\text{DE} = 19{,}2\,\text{cm} \times \sin 60° \approx 16{,}63\,\text{cm}$.

Finalement Aire du triangle ADE $= \dfrac{16{,}63\,\text{cm} \times 9{,}6\,\text{cm}}{2} \approx 80\,\text{cm}^2$

$\boxed{\text{L'aire du triangle ADE mesure environ } 80\,\text{cm}^2}$

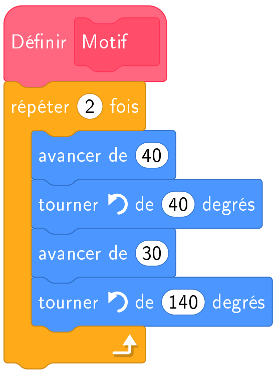
Exercice n° 4 — Un frise en Scratch avec des parallèlogrammes *15 points*

Parallélogramme — Scratch

Un exercice d'algorithmique où l'activité de l'élève est plutôt minimale. Seulement trois réponses sans justification !

Partie A

Attention, les angles dans Scratch sont relatifs au personnage. Cela rend le programme contre-intuitif !



Partie B

1. $\boxed{\text{Il s'agit de la touche Espace}}$

2.a. Dans le **Programme de l'élève A**, l'algorithme avance de 50 pixels après avoir tracé le parallèlogramme. Il n'y a aucune rotation supplémentaire.

$\boxed{\text{La \textbf{Figure 1} correspond au \textbf{Programme de l'élève A}}}$

2.b. Dans le **Programme de l'élève B**, l'algorithme tourne de 40 degrés après avoir tracé le parallèlogramme. Il n'y a pas de déplacement supplémentaire.

$\boxed{\text{La \textbf{Figure 4} correspond au \textbf{Programme de l'élève B}}}$

Exercice n° 5 — La boite de truffes au chocolat *25 points*

Arithmétique — Volume de la pyramide — Volume du pavé — Volume de la boule

Un exercice intéressant mélangeant volume et arithémétique. La fin de l'exercice s'apparente à une tâche complexe.

1.a.

125	5			175	5
25	5			35	5
5	5			7	7
1				1	

$\boxed{125 = 5 \times 5 \times 5 \text{ donc } 125 = 5^3}$ $\boxed{175 = 5 \times 5 \times 7}$

1.b.

Les diviseurs de 125 sont : 1 — 5 — 25 et 125.

Les diviseurs de 175 sont : 1 — 5 — 7 — 25 — 35 et 175.

1.c. Le nombre de boîte est un diviseur commun à 125 et 175. Le nombre maximal est le plus grand diviseur commun à ces deux nombres.
Le plus grand diviseur commun à 125 et 175 est 25.

Il peut faire au maximum 25 boîtes.

1.d. Comme $125 = 25 \times 5$ et $175 = 25 \times 7$.

Il pourra faire au maximum 25 boîtes contenant chacune 5 truffes au café et 7 truffes à la noix de coco.

2. Il faut calculer le volume des deux types de boîtes, puis le volume des douzes truffes.

Volume de la boîte de Type A

$$\text{Volume de la boîte de type A} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} = \frac{(4,8\,\text{cm})^2 \times 5\,\text{cm}}{3} = \frac{23,04\,\text{cm}^2 \times 5\,\text{cm}}{3} = \frac{115,2\,\text{cm}^3}{3} = 38,4\,\text{cm}^3$$

$$\text{Volume de la boîte de type B} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur} = 5\,\text{cm} \times 3,5\,\text{cm} \times 3,5\,\text{cm} = 61,25\,\text{cm}^3$$

Volume des douze truffes

Le diamètre d'une truffe mesure 1,5 cm donc le rayon mesure la moitié soit 0,75 cm.

$$\text{Volume d'une truffe} = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (0,75\,\text{cm})^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 0,421\,875\,\text{cm}^3 = 0,5625\,\pi\text{cm}^3 \approx 1,767\,\text{cm}^3$$

$$\text{Volume des 12 truffes} = 12 \times 0,5625\,\pi\text{cm}^3 = 6,75\,\pi\text{cm}^3 \approx 21,21\,\text{cm}^3$$

Volume restant dans chaque boîte

$$\text{Volume restant dans la boîte de type A} = 38,4\,\text{cm}^3 - 21,21\,\text{cm}^3 = 17,19\,\text{cm}^3$$

$$\text{Volume restant dans la boîte de type B} = 61,25\,\text{cm}^3 - 21,21\,\text{cm}^3 = 40,04\,\text{cm}^3$$

Seul dans le cas de la boîte de type A, le volume de truffes est supérieur au volume restant.