

# DIPLÔME NATIONAL DU BREVET SESSION 2022

### **M**ATHÉMATIQUES

### SÉRIE GÉNÉRALE

#### **FRANCE**

30 JUIN 2022

Durée de l'épreuve : 2h00 100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet. Il comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'usage de calculatrice avec mode examen actif est autorisé. L'usage de calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé.

Exercice nº 1	20 points
Exercice nº 2	20 points
Exercice nº 3	20 points
Exercice nº 4	20 points
Exercice nº 5	20 points

22GENMATMEAG1 Page 1 sur 7

#### Indications portant sur l'ensemble du sujet.

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

#### **EXERCICE** nº 1 — La famille au bord de la rivière

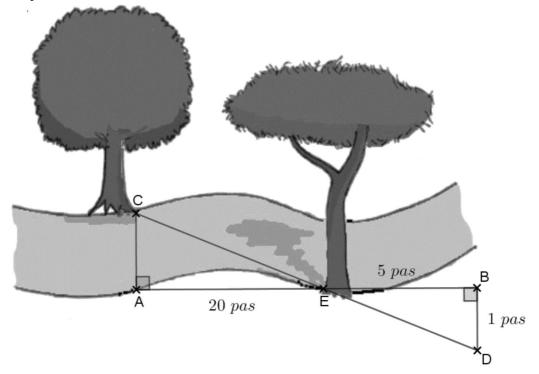
20 points

Une famille se promène au bord d'une rivière.

Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière.

Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés.

(Le schéma n'est pas à l'échelle.)



AE = 20 pas

BE = 5 pas

BD = 1 pas

- 1. Démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
- 2. Déterminer, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.

Pour les questions qui suivent, on assimile la longueur d'un pas à 65 cm.

- 3. Montrer que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.
- **4.** L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E. Avec le courant, le bâton se déplace en ligne droite en 5 secondes jusqu'au point C . **4.a.** Calculer la vitesse du bâton en m/s.
- 4.b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10 km/h »?

22GENMATMEAG1 Page 2 sur 7

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, trois réponses (A, B et C) sont proposées. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la réponse.

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. On considère les deux figures suivantes : Par quelle transformation la <b>Figure 2</b> est-elle l'image de la <b>Figure 1</b>			
B A B' A' E	Une translation	Une homothétie	Une symétrie axiale
2. On considère la représentation graphique de la fonction $g$ suivante :	2	1	4

Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
<b>3.</b> Soit $f$ la fonction définie par :			
$f(x) = 3x^2 - 7$	29 est l'image de	f(3) = 20	f est une
Quelle affirmation est correcte?	2 par la fonction $f$	j (3) – 20	fonction affine
4. On a relevé les performances, en mètres, obtenues au lancer du poids par un groupe de 13 élèves d'une classe.  3,41 m; 5,25 m; 5,42 m; 4,3 m; 6,11 m; 4,28 m; 5,15 m  3,7 m; 6,07 m; 5,82 m; 4,62 m; 4,91 m; 4,01 m  Quelle est la médiane de cette série de valeurs?	4	4,91	5,15
5. On considère la configuration suivante, dans laquelle les triangles LAC et BUT sont semblables.  A  L  2,5 cm  C  U  Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du triangle LAC pour obtenir l'aire du triangle BUT?	3	6	9

22GENMATMEAG1 Page 3 sur 7

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu »et 156 cartes de type « terre ».

**1.a.** Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition nº 1	Proposition nº 2	Proposition nº 3
$2^2 \times 9 \times 7$	2 × 2 × 3 × 21	$2^2 \times 3^2 \times 7$

- 1.b. Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.
- **2.** Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est à dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre »et le même nombre de cartes « feu »en utilisant toutes ses cartes.
- 2.a. Peut-elle faire 36 paquets?
- 2.b. Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser?
- 2.c. Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet?
- 3. Elle choisit une carte au hasard parmi toutes ses cartes. On suppose les cartes indiscernables au toucher.

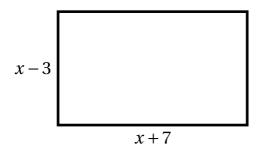
Calculer la probabilité que ce soit une carte de type « terre ».

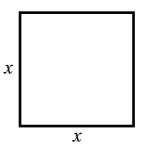
22GENMATMEAG1 Page 4 sur 7

Dans cet exercice, *x* est un nombre strictement supérieur à 3.

On s'intéresse aux deux figures géométriques dessinées ci-dessous :

- un rectangle dont les côtés ont pour longueurs x-3 et x+7;
- un carré de côté x.





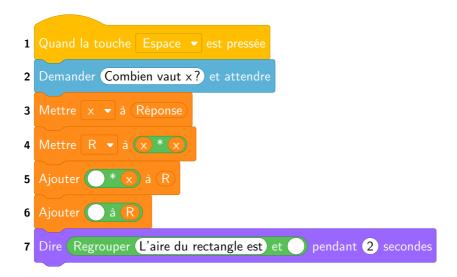
1. Quatre propositions sont écrites ci-dessous.

Recopier sur la copie celle qui correspond à l'aire du carré. On ne demande pas de justifier.

4 <i>x</i>	4+x	$x^2$	2 <i>x</i>

- **2.** Montrer que l'aire du rectangle est égale à :  $x^2 + 4x 21$
- **3.** On a écrit le script ci-dessous dans Scratch. On veut que ce programme renvoie l'aire du rectangle lorsque l'utilisateur a rentré une valeur de *x* (strictement supérieure à 3).

Écrire sur la copie les contenus des trois cases vides des lignes 5, 6 et 7, en précisant les numéros de lignes qui correspondent à vos réponses.



- 4. On a pressé la touche espace puis saisi le nombre 8. Que renvoie le programme?
- 5. Quel nombre *x* doit-on choisir pour que l'aire du rectangle soit égale à l'aire du carré? *Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte.*

22GENMATMEAG1 Page 5 sur 7

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau.

On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous;
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde;
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).



#### Caractéristiques de la vasque :

Diamètre intérieur : 40 cm;

Hauteur intérieure : 15 cm;

— Masse: 25 kg

#### Rappels:

Volume du cylindre =  $\pi \times \text{Rayon}^2 \times \text{Hauteur}$ 

$$1\,\mathrm{dm}^3 = 1\,\mathrm{L}$$

- 1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
- 2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.
- 3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.
- **4.** L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque ? Justifier la réponse.
- 5. À la fin du XIXe siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par jour. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004. En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.

Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.

22GENMATMEAG1 Page 6 sur 7

## Brevet — 2022 — France — Série Générale



#### **EXERCICE nº 1** — La famille au bord de la rivière

20 points

Pythagore — Géométrie de base — Vitesse

Un exercice assez facile et relativement peu original. On retrouve ce schéma dans le manuel Cycle 4 de Sesamath. Les questions sur les vitesses sont assez simples.

1. D'après la figure, on remarque que les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la droite (AB). On sait que si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

- $\textbf{2.} \ Les \ droites \ (CD) \ et \ (AB) \ sont \ s\'{e}cantes \ en \ E, \ les \ droites \ (AC) \ et \ (BD) \ sont \ parallèles,$
- D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{EA}{EB} = \frac{EC}{ED} = \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{20 \text{ pas}}{5 \text{ pas}} = \frac{\text{EC}}{\text{ED}} = \frac{\text{AC}}{1 \text{ pas}}$$

En utilisant la règle de trois on obtient :

$$AC = \frac{1 \text{ pas} \times 20 \text{ pas}}{5 \text{ pas}} \text{ d'où } AC = 4 \text{ pas}$$

La largeur de la rivière mesure 4 pas.

**3.** Dans le triangle EAC rectangle en A, D'après **le théorème de Pythagore** on a :

$$AE^2 + AC^2 = EC^2$$

$$20^2 + 4^2 = EC^2$$

$$400 + 16 = EC^2$$

$$EC^2 = 416$$

$$EC = \sqrt{416}$$

$$EC \approx 20,40$$

CE mesure environ 20,40 pas. Or 1 pas mesure 65 cm. Comme  $20,40 \times 65$  cm = 1326 cm = 13,26 m.

CE mesure environ 13,3 m au décimètre près.

**4.a.** Le bâton parcoure la distance CE en 5 s et CE = 13,3 m.

On peut évidemment effectuer  $\frac{13.3 \,\text{m}}{5 \,\text{s}} = 2,66 \,\text{m} \,\text{s}^{-1}$ .

On peut aussi utiliser le fait que le temps et la distance sont proportionnelles :

Distance	13,3 m	$\frac{1 \text{s} \times 13,3 \text{ m}}{5 \text{s}} = 2,66 \text{ m}$
Temps	5 s	1 s

#### La vitesse du bâton est de 2,66 m/s soit 2,66 m/s

**4.b.** On sait que 1 h=60 min=3600 s. Comme 2,66 m s<sup>-1</sup> correspond à 2,66 m en 1 s. Or  $3600 \times 2,66$  m = 9576 m = 9,576 km.

C'est vrai, le bâton se déplace à la vitesse de 9,576 km h<sup>-1</sup> ce qui est inférieur à 10 km h<sup>-1</sup>



20 points

#### **EXERCICE nº 2** — Un QCM à cinq questions

Translation — Lecture d'antécédent — Fonctions — Médiane — Agrandissement

Un QCM assez classique qui mélange fonction, lecture graphique et agrandissement.

- 1. Question nº 1 : Réponse A
- 2. On lit graphiquement que l'image de 1 est égale à 2 c'est à dire que 1 est un antécédent de 2 par la fonction g.

**Question nº 2** : Réponse B

**3.** Calculons  $f(2) = 3 \times 2^2 - 7 = 3 \times 4 - 7 = 21 - 7 = 14$ . Calculons  $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$ .

Enfin signalons que la présence du carré montre que cette fonction n'est pas affine!

Question nº 3 : Réponse B

- 4. Il faut classer les treize valeurs dans l'ordre croissant. Comme 13 = 6 + 1 + 6, la médiane est la septième valeur.
- 3,41 m 3,7 m 4,01 m 4,28 m 4,3 m 4,62 m 4,91 m 5,15 m 5,25 m 5,42 m 5,82 m 6,07 m 6,11 m

**Question nº 4** : Réponse B

5. On sait que si les longueurs d'une figure sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par  $k^2$  et les volumes par  $k^3$ .

 $Comme \ les \ triangles \ LAC \ et \ BUT \ sont \ semblables, \ le \ second \ est \ l'agrandissement \ du \ premier.$ 

Le côté qui mesure 2,4 cm mesure dans l'agrandissement 7,2 cm.

Le coefficient d'agrandissement k est tel que  $k \times 2.4$  cm = 7,2 cm, d'où  $k = \frac{7.2 \text{ cm}}{2.4 \text{ cm}} = 3$ .

Les longueurs sont multipliées par 3, on peut le vérifier, les aires sont donc multipliées par  $3^2 = 9$ .

**Question nº 5** : Réponse C



Arithmétique — Probabilités

Un exercice d'arithmétiques qui mélange nombres entiers et probabilités.

1.a.

252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

On pouvait aussi tenter d'éliminer les mauvaises propositions :

Dans la proposition 1, le nombre 9 n'est pas premier.

Dans la proposition 2, le nombre 21 n'est pas premier.

Proposition nº 3

1.b.

$$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$$

**2.a.** 
$$252 \div 36 = 7$$
 donc  $252 = 7 \times 36$ 

$$156 \div 36 \approx 4{,}33 \text{ car } 156 = 36 \times 4 + 12.$$

Comme 156 n'est pas divisible par 36, elle ne peut pas faire 36 paquets identiques!

**2.b.** Il faut chercher le plus grand diviseur commun aux deux nombres 156 et 252.

En observant les facteurs premiers des deux décompositions, on constate que ce plus grand diviseur doit contenir les facteurs 2, 2 et 3.

Le plus grand nombre ayant ces trois facteurs sont  $2 \times 2 \times 3 = 12$ .

Il peut réaliser au maximum 12 paquets.

**2.c.** Comme  $252 = 12 \times 21$  et  $156 = 12 \times 13$ .

Il faut placer 21 cartes « feu »et 13 cartes « terre ».

**3.** Comme les cartes sont indiscernables au toucher, nous sommes dans **une situation d'équiprobabilité** où chaque les issues sont équiprobables.

Il y a 252 + 156 = 408 cartes en tout dont 156 « terre ».

La probabilité cherchée est 
$$\frac{156}{408} = \frac{12 \times 13}{12 \times 34} = \frac{13}{34} \approx 0,38$$
 soit environ 38 % ou 13 chances sur 34.



Calcul littéral — Aire — Scratch

Un exercice de calcul littéral qui peut poser des difficultés. L'équation finale est difficile.

**1.** Un carré de côté x a une aire de  $x \times x = x^2$ .

L'aire du carré de côté x mesure  $x^2$ .

**2.** L'aire du rectangle se calcule avec l'expression (x-3)(x+7.

Développons :

$$(x-3)(x+7) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21.$$

L'aire du rectangle correspond bien à  $x^2 + 4x - 21$ .

**4.** En remplaçant *x* par le nombre 8 on obtient :  $8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 = 75$ 

En saisissant le nombre 8, le programme renvoie « L'aire du rectangle est 75 ».

5. Il faut résoudre l'équation :

$$x^{2} + 4x - 21 = x^{2}$$

$$x^{2} + 4x - 21 - x^{2} = x^{2} - x^{2}$$

$$4x - 21 = 0$$

$$4x - 21 + 21 = 0 + 21$$

$$4x = 21$$

$$x = \frac{21}{4}$$

$$x = 5,25$$

On peut vérifier:  $5,25^2 = 27,5625$  et  $5,25^2 + 4 \times 5,25 - 21 = 27,5625 - 21 + 21 = 27,5625$ .

En choisissant le nombre x = 5,25, le rectangle et le carré ont la même aire.



**EXERCICE nº 5** — La consommation d'eau

Volume — Tâche complexe

20 points

1. Le robinet fuit au débit de une goutte par seconde.

On sait que une journée est constituée de 24 h, que 1 h=60 min et que 1 min=60 s.

Dans une journée il y a donc :  $24 \times 60 \times 60$  s = 86400 s.

Il tombe bien 86 400 gouttes en une journée.

2. On sait que 20 gouttes correspondent à 1 mL.

Comme  $86400 \div 20 = 4320$ , en une journée le volume d'eau perdu mesure  $4320\,\text{mL} = 4{,}32\,\text{L}$ . En une semaine, soit 7 jours, il coule  $7 \times 4{,}32\,\text{L} = 30{,}24\,\text{L}$ .

#### En une semaine, il s'écoule 30,24 L.

3. La vasque est un cylindre de rayon  $40 \, \text{cm} \div 2 = 20 \, \text{cm}$  et de hauteur  $15 \, \text{cm}$ .

Pour calculer le volume, on utilise la formule : Volume du cylindre =  $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$ 

Volume = 
$$\pi (20 \, cm)^2 \times 15 \, cm = 6000 \pi \, cm^2 \approx 18850 \, cm^3$$
  
Comme 1 dm<sup>3</sup> = 1000 cm<sup>3</sup>, Volume  $\approx 18,85 \, L$ .

Le volume de la vasque a un volume de 18,85 L au centilitre près.

4. On a vu à la question 3. que le volume d'eau perdu en une semaine correspond à un volume de 30,24 L. La vasque a un volume inférieur de 18,85 L.

#### L'eau va déborder de la vasque!

5. En 2004, la consommation quotidienne est de 165 L. En 2018 elle est de 148 L. On peut raisonner de deux façons :

Comme 
$$165L - 148L = 17L$$
 on peut calculer  $\frac{17L}{165L} \approx 0,103$  soit 10,3 %.

On peut aussi chercher le coefficient k de réduction :

On sait que 
$$165 \text{L} \times k = 148 \text{L}$$
 soit  $k = \frac{148 \text{L}}{165 \text{L}} \approx 0,897$ .  
De plus  $0,897 = 1 - 0,103 = 1 - \frac{10,3}{100}$ .

De plus 
$$0,897 = 1 - 0,103 = 1 - \frac{10,3}{100}$$

Le pourcentage de diminution entre 2004 et 2018 est d'environ 10 %.

#### Informations légales

— Auteur : Fabrice ARNAUD

— Web: pi.ac3j.fr

Mail : contact@ac3j.frNom fichier : Brevets.tex

— Dernière modification : 24 juin 2023 à 11:36

Le fichier source a été réalisé sous Linux Ubuntu avec l'éditeur Vim. Il utilise une balise spécifique à Vim pour permettre une organisation du fichier sous forme de replis. Cette balise %{{{ ... %}}} est un commentaire pour LaTeX, elle n'est pas nécessaire à sa compilation. Vous pouvez l'utiliser avec Vim en lui précisant que ce code defini un repli. Je vous laisse consulter la documentation officielle de Vim à ce sujet.

#### Versions de logiciels libres utilisés :

- pdfTeX 3.141592653-2.6-1.40.24 (TeX Live 2022/Debian)
- kpathsea version 6.3.4
- Compiled with libpng 1.6.39; using libpng 1.6.39
- Compiled with zlib 1.2.13; using zlib 1.2.13
- Compiled with xpdf version 4.04

#### Licence CC-BY-SA 4.0

Ce document est placé sous licence CC-BY-SA 4.0 qui impose certaines conditions de ré-utilisation.

- Vous êtes autorisé:
  - PARTAGER: copier, distribuer le matériel par tous moyens et sous tous formats;
  - ADAPTER : remixer, transformer et créer à partir du matériel pour toute utilisation, y compris commerciale.

#### Selon les conditions suivantes :

- ATTRIBUTION: vous devez créditer le matériel, indiquer un lien vers la licence et indiquer si des modifications ont été effectuées. Vous devez indiquer ces informations par tous moyens raisonnables, sans toutefois suggérer que l'auteur vous soutient.
- PARTAGE DANS LES MÊMES CONDITIONS: Dans le cas où vous effectuez un remix, que vous transformez, ou créez à partir du matériel composant l'Oeuvre originale, vous devez diffuser l'Oeuvre modifiée dans les mêmes conditions, c'est-à-dire avec la même licence avec laquelle l'Oeuvre originale a été diffusée.
- PAS DE RESTRICTIONS SUPPLÉMENTAIRES: Vous n'êtes pas autorisé à appliquer des conditions légales ou des mesures techniques qui restreindraient légalement autrui à utiliser l'Oeuvre dans les conditions décrites par la licence.

Consulter: https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.fr

#### Pour citer cette ressource:

Auteur: Fabrice ARNAUDMail: contact@ac3j.fr

— **Origine:** https://pi.ac3j.fr/brevet/ — Le blog de Fabrice ARNAUD

— **Version du :** 24 juin 2023 à 11:36

